



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

RAFAEL FRANCO FERREIRA

Uma Análise Matemática da Histerese Ferromagnética

MARINGÁ

Março - 2021



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

RAFAEL FRANCO FERREIRA

Uma Análise Matemática da Histerese Ferromagnética

Tese de doutorado apresentada
à Universidade Estadual de Ma-
ringá, como requisito parcial para
a obtenção do título de Doutor
em Física.

Orientador: Dr. Andrea Paesano Jr.

MARINGÁ

Março - 2021

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

F383u

Ferreira, Rafael Franco

Uma análise matemática da histerese ferromagnética / Rafael Franco Ferreira. --
Maringá, PR, 2021.
160 f.: il. color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Andrea Paesano Júnior.

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas,
Departamento de Física, Programa de Pós-Graduação em Física, 2021.

1. Modelo de histerese. 2. Laços menores de histerese. 3. Modelo de Rayleigh. 4.
Equação de Hill. 5. Ajuste polinomial. I. Paesano Júnior, Andrea, orient. II. Universidade
Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Departamento de Física. Programa de
Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDD 23.ed. 538.4

RAFAEL FRANCO FERREIRA

UMA ANÁLISE MATEMÁTICA DA HISTERESE FERROMAGNÉTICA

Tese apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de doutor.

Aprovado em: Maringá, 04 de março de 2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Andrea Paesano Júnior
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. Antonio Oliveira de Souza
Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB

Prof.^a Dr.^a Deise Schafer
Instituto Federal de Santa Catarina – UFSC

Prof. Dr. Renio dos Santos Mendes
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. Reginaldo Barco
Universidade Estadual de Maringá – UEM

AGRADECIMENTOS

A meu orientador, o professor Dr. Andrea Paesano Jr. pela paciência, conhecimentos transmitidos e pela oportunidade de me capacitar ao seu lado.

A Dra. Tayla Barragan pela gentileza, apoio e a disposição em ajudar na construção deste trabalho.

A Dra. Deise Schafer pela sua total atenção nesse trabalho e as medidas magnéticas cedidas para o desenvolvimento deste.

Aos amigos do grupo de materiais especiais (MATESP) da UEM e a todos outros amigos do curso.

A minha família, Pedro e Vani e meus irmãos Pedro Henrique e Vinícius, pelo apoio, amor e dedicação em todos os momentos da minha vida.

A minha esposa Mirtha Amanda Angulo Valencia pela paciência nas horas difíceis e o amor e dedicação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

RESUMO

Laços menores de histerese das ligas metálicas de Maraging-400, Alnico 2, Permalloy e metais puros como, Ferro, Cobalto e Níquel foram medidos e analisados matematicamente. Os ramos descendente e ascendente de cada laço menor foram ajustados com polinômios de vários graus. Os ajustes são consistentes e os coeficientes polinomiais ajustados revelaram características sobre as simetrias dos laços menores. Os polinômios mostraram ser de grande praticidade na manipulação matemática para obtenção de parâmetros magnéticos, como indução (ou magnetização) residual, campo coercivo, permeabilidades (ou susceptibilidades) e área de um laço de histerese. Com base na relação matemática particular entre os polinômios dos ramos descendente e ascendente, uma expressão analítica para a área do laço menor foi obtida, em função do campo aplicado máximo. As curvas da área dos laços menores pelo campo aplicado máximo mostraram-se, para cada amostra, como uma típica função de distribuição cumulativa. As curvas experimentais foram, assim, ajustadas utilizando a função complementar da equação de Hill. Os parâmetros de Hill ajustados, pela aplicação deste tratamento matemático, revelaram-se correlacionados com a dureza magnética das seis amostras. A consistência da análise para os laços menores das amostras estudadas sugere a universalidade desta abordagem matemática.

Palavras-chave: modelo de histerese, laços menores de histerese, modelo de Rayleigh, equação de Hill, ajuste polinomial, área de histerese.

ABSTRACT

Minor loops hysteresis of the metallic alloys of Maraging-400, Alnico 2, Permalloy and pure metals such as Iron, Cobalt and Nickel were measured and analyzed mathematically. The descending and ascending branches of each minor loop were fitted with polynomials of varying degrees. The fitting are consistent and the adjusted polynomial coefficients revealed characteristics about the symmetries of the minor loops. The polynomials proved to be very practical in mathematical manipulation to obtain magnetic parameters, such as residual induction (or magnetization), coercive field, permeabilities (or susceptibilities) and hysteresis loop area. Based on the particular mathematical relationship between the polynomials of the descending and ascending branches, an analytical expression for the area of the minor loop was obtained, depending on the maximum applied field. The curves of the area of the minor loops by the maximum applied field showed, for each sample, as a typical cumulative distribution function. The experimental curves were thus adjusted using the complementary function of the Hill equation. Hill's parameters adjusted by applying this mathematical treatment were found to be correlated with the magnetic hardness of the six samples. The consistency of the analysis for the minor loops of the studied samples suggests the universality of this mathematical approach.

Keywords: hysteresis model, minor loops, Rayleigh model, Hill equation, polynomial fitting, hysteresis area.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Balança de torção para medir as forças entre os polos.	19
Figura 2 – A figura (a) é a representação do momento magnético clássico enquanto que a figura (b) é a representação quântica do momento magnético . . .	19
Figura 3 – Esquema representativo da Indução Magnética.	21
Figura 4 – Interpretação da interação <i>spin-órbita</i>	30
Figura 5 – Representação do campo desmagnetizante.	31
Figura 6 – (a) Parede de domínio de 180°. (b) Parede de domínio de 90°.	32
Figura 7 – Uma amostra (a) uniformemente magnetizada, (b) dividida em dois domínios e (c) com uma estrutura de domínios fechado.	33
Figura 8 – Típica curva de histerese. A curva em preto mostra um laço de magnetização por campo magnético $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ e a curva em vermelho mostra um laço de indução magnética por campo magnético $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$	35
Figura 9 – A figura (a) é uma representação da curva virgem, (b) mostra a anistérica em vermelho e comparada com a curva virgem, (c) é ilustrado o típico comportamento de laços menores de histerese e em (d) as curvas em vermelhos são as FORCs.	36
(a)	36
(b)	36
(c)	36
(d)	36
Figura 10 – Procedimento de medida da curva anisterética.	38
Figura 11 – Relação entre os eixos de anisotropia uniaxial, o vetor magnetização unitário $\hat{m}_a$, e o campo externo $\hat{h}_a$	41
Figura 12 – Anisotropia uniaxial. Energia livre de Gibb's.	42
Figura 13 – O astroide de Stoner e Wohlfarth e as direções dos estados de equilíbrio.	43
Figura 14 – Movimento de uma parede de domínio para à direita, onde dois defeitos impedem o seu movimento, abaulando a parede.	46
Figura 15 – Representação do operador $\mathcal{M}(H_d, H_u)$, com os campos de entrada H_d e H_u de saída $+m_s$ e $-m_s$	48
Figura 16 – Triângulo de Preisach.	49
Figura 17 – Esquema do forno a arco utilizado na preparação das amostras.	51
Figura 18 – Forno tubular utilizado nos tratamentos térmicos de solubilização e envelhecimento. As atmosferas escolhidas são informadas na tabela 3.	52
Figura 19 – Magnetômetro de amostra vibrante utilizado nas medidas de magnetização. (EV9 - Microsence).	54

Figura 20 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 480 °C por 3 horas.	55
Figura 21 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 480 °C por 6 horas.	56
Figura 22 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 480 °C por 12 horas.	56
Figura 23 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 580 °C por 3 horas.	57
Figura 24 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 580 °C por 6 horas.	58
Figura 25 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 580 °C por 12 horas.	58
Figura 26 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 650 °C por 3 horas.	59
Figura 27 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 650 °C por 12 horas.	60
Figura 28 – Laços menores de amostras envelhecidas sob diferentes condições, ajustadas numericamente. Círculos vazios representam os valores experimentais e linhas contínuas, em vermelho, são os ajustes baseados em polinômios.	61
Figura 29 – Série de cinco laços menores medidos sequencialmente para a amostra envelhecida a 480 °C/6h (apenas os pontos experimentais são mostrados), com os campos máximos aplicados de (a) 60 Oe e b) 600 Oe. Para cada série, a diferença máxima entre as áreas (perda de energia), indução residual ou campo coercivo de qualquer par de histereses é de 0,2%.	63
Figura 30 – Área de laços menores em função do H_{max} , para amostras envelhecidas em (a) 480 °C, (b) 580 °C e (c) 650 °C. Linhas de cor sólidas são ajustes obtidos com equação 5.7.	72
Figura 31 – Laços menores da amostra de Alnico 2. O <i>inset</i> mostra uma ampliação do centro dos laços menores	73
Figura 32 – Laços menores ajustados para diferentes H_{max} . Círculos vazios representam os valores experimentais e linhas contínuas, em vermelho, são os ajustes baseados em polinômios.	74
Figura 33 – Coeficiente a em função da H_{max} . Curva sólida vermelha é o ajuste usando a equação 5.12. Os parâmetros ajustados aparecem inseridos na figura.	80

Figura 34 – Coeficiente b em função de H_{max} . A linha reta sólida vermelha é o ajuste usando uma regressão linear. Os parâmetros ajustados foram inseridos na figura.	81
Figura 35 – Coercividades, H_{Ce} e H_{Cc} , por H_{max} , para a amostra Alnico 2. A linha sólida vermelha é o ajuste da equação 5.20.	82
Figura 36 – A curva de indução virgem da amostra Alnico 2 (círculos abertos / eixo esquerdo), ajustada com a equação 5.22 na faixa de 0 – 1200 Oe (linha sólida vermelha) e a permeabilidade diferencial virgem (linha sólida azul / eixo direito). A inserção mostra a curva virgem experimental completa da magnetização).	83
Figura 37 – O laço menor obtido para $H_{max} = 800$ Oe (experimental = círculos abertos pretos; ajustado = linha sólida vermelha) e a curva de indução virgem (círculos abertos azuis). Os segmentos de linhas coloridas mostram as inclinações em pontos H especiais, citados no canto inferior direito. A inserção mostra o $[B.H]_{MAX}$ calculado para esse laço menor, de acordo com a equação 5.21.	84
Figura 38 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra Alnico-2. Os círculos abertos são os valores numéricos obtidos diretamente dos laços menores experimentais e a linha sólida vermelha é o ajuste obtido com a equação 5.7.	85
Figura 39 – Laços menores da amostra de Permalloy. O <i>inset</i> mostra uma ampliação do centro dos laços menores.	86
Figura 40 – Laços menores obtidos para diferentes H_{max} e ajustados com polinômios. Círculos abertos representam os valores experimentais e linhas vermelhas contínuas são os ajustes polinomiais.	88
Figura 41 – Magnetização residual, M_r (círculos abertos) e o coeficiente a (círculos azuis), em função de H_{max} . A curva sólida vermelha é o ajuste usando a equação 5.31.	95
Figura 42 – A coercividade intrínseca, H_{CI} , (círculos abertos) e a calculada H_{Cc} (círculos azuis) por H_{max} , para a amostra de Permalloy. A linha sólida vermelha é o ajuste da curva feita com a equação 5.20.	96
Figura 43 – Coeficiente b em função de H_{max} . A linha reta sólida vermelha é o ajuste usando uma regressão linear. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	97
Figura 44 – a) Curva de magnetização virgem da amostra de Permalloy (círculos abertos), ajustada com a equação 5.41 na faixa de 0 – 380 Oe (linha sólida vermelha) e b) a susceptibilidade diferencial virgem experimental e ajustada com a equação 5.34 (linha sólida azul).	98

Figura 45 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Permalloy. Os círculos abertos são os valores numéricos obtidos diretamente dos laços menores experimentais e a linha sólida vermelha é o ajuste obtido com a equação 5.7.	99
Figura 46 – Laços menores da amostra de Ferro. O <i>insert</i> mostra uma ampliação do centro dos laços menores.	102
Figura 47 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Ferro.	103
Figura 48 – Magnetização residual, M_r , e o coeficiente a do Ferro em função da H_{max} . Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	109
Figura 49 – Coercividades intrínsecas H_{CI} e H_{CC} por H_{max} , para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	110
Figura 50 – b em função de H_{max} , para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	111
Figura 51 – a) Curva de magnetização virgem da amostra de Ferro, ajustada com a equação 5.41 na faixa de 0 – 300 Oe e b) a susceptibilidade diferencial virgem, experimental e ajustada.	112
Figura 52 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	113
Figura 53 – Laços menores da amostra de Cobalto. O <i>inset</i> mostra uma ampliação do centro dos laços menores.	114
Figura 54 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Cobalto.	115
Figura 55 – Magnetização residual M_R e o coeficiente a do Cobalto em função da H_{max} . Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	121
Figura 56 – Coercividades intrínsecas H_{CI} e H_{CC} por H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	122
Figura 57 – b em função de H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	123
Figura 58 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	124
Figura 59 – Laços menores da amostra de Níquel. O <i>inset</i> mostra uma ampliação do centro dos laços menores.	125
Figura 60 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Níquel.	126
Figura 61 – Magnetização residual, M_R , e o coeficiente a do Níquel em função da H_{max} . Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	132
Figura 62 – Coercividades intrínsecas, H_{CI} e H_{CC} , por H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	133

Figura 63 – b em função de H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	134
Figura 64 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.	135
Figura 65 – Laços menores traçados para o Ferro, Cobalto e Níquel, com $H_{max} = 200\text{ Oe}$	136
Figura 66 – Relação entre H_0 (círculos abertos pretos) e p (círculos abertos azuis) por A_S	140
Figura 67 – Difratorômetro de raios-X utilizado na análise estrutural (Shimadzu XRD-6000).	149
Figura 68 – Espectrômetro Mössbauer do MATESP.	149
Figura 69 – Diagrama do magnetômetro de amostra vibrante.	150
Figura 70 – Arranjos de bobinas de detecção usadas no Magnetômetro de Amostra Vibrante.	151
Figura 71 – Refinamento Rietveld da amostra de Alnico 2.	153
Figura 72 – Refinamento Rietveld da amostra de Permalloy, envelhecida à $1050\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 2 horas.	153
Figura 73 – Refinamento Rietveld da amostra de Ferro.	154
Figura 74 – Refinamento Rietveld da amostra de Cobalto.	154
Figura 75 – Refinamento Rietveld da amostra de Níquel.	155

SUMÁRIO

Lista de ilustrações	7
1 Introdução	14
2 Ferromagnetismo e Histerese Magnética	18
2.1 Grandezas e Unidades- Campo Magnético, Magnetização e Indução Magnética	18
2.1.1 Campo Magnético	18
2.1.2 Momento Magnético	19
2.1.3 Magnetização	20
2.1.4 Indução Magnética	20
2.1.5 Permeabilidade Magnética e Susceptibilidade Magnética	21
2.2 Ordens Magnéticas	21
2.2.1 Paramagnetismo e Diamagnetismo	21
2.3 Ferromagnetismo, Ferrimagnetismo e Antiferromagnetismo	24
2.4 Energia Magnetocristalina	29
2.5 Energia Magnetoestática	31
2.6 Domínios Magnéticos	31
2.7 Processos de Magnetização	33
3 Modelos de Histerese	39
3.1 Lei de Rayleigh	39
3.2 Modelo de Stoner-Wohlfarth	40
3.3 Modelo de Jiles-Atherton	43
3.4 Modelo de Preisach	47
4 Metodologia	50
4.1 Preparação das Amostras	50
4.2 Técnicas de Caracterização	52
4.3 Análise Numérica dos Laços Menores de Histerese	53
5 Resultados	55
5.1 Maraging-400	55
5.2 Alnico 2	72
5.3 Permalloy	86
5.4 Metais Puros	100
6 Discussão Final	137
7 Conclusões Finais	141
A As Equações de Brown	142
A.1 Troca	143

A.2	Anisotropia	144
A.3	Magnetoestática	144
A.4	Campo aplicado	144
A.5	Minimizando a Energia Livre	144
B	Equação Complementar de Hill	146
C	Técnicas de Caracterização - Raio-X e Mossbauer	148
C.1	Difração de Raio-X (DRX)	148
C.2	Espectroscopia Mossbauer	148
D	Magnetômetro de Amostra Vibrante	150
E	Difração de Raio-X das Amostras	152
	Referências	156

1 INTRODUÇÃO

O fenômeno da histerese intriga os cientistas há muito tempo e chama a atenção até hoje de muitos. A razão é que a histerese é onipresente. É encontrada e estudada em muitas áreas diferentes da ciência. Pode-se citar como exemplos as histereses magnética, ferroelétrica, mecânica, supercondutora, de adsorção, óptica, de feixe de elétrons, e até nas ciências econômicas, entre outras. No entanto, o próprio significado da histerese varia de uma área para outra e de autor para autor (1).

Na área do magnetismo, no diagrama resultante da medição da magnetização pelo campo magnético aplicado ($M \times H$), a chamada curva de magnetização pode apresentar o fenômeno de histerese. A **histerese magnética** está no cerne do comportamento dos materiais magnéticos. Todas as aplicações, de motores elétricos a transformadores e ímãs permanentes, de vários tipos de dispositivos eletrônicos a registros magnéticos, dependem fortemente de aspectos específicos da histerese. A variedade de condições de trabalho envolvidas traz à tona a fascinante riqueza de fenômenos que podem surgir e direciona o comportamento de diferentes materiais. Por outro lado, um forte interesse na histerese não é apenas o resultado da pressão tecnológica. A compreensão dos mecanismos físicos responsáveis pela histerese e o desenvolvimento de ferramentas matemáticas adequadas para descrevê-la têm atraído a atenção de físicos e matemáticos há anos. Segundo Bertotti(2), “É um belo exemplo de um problema físico e matemático de elegância intrigante e complexidade desafiadora que é, ao mesmo tempo, fonte de progresso tecnológico predominante”.

No final do século XIX apareceram as primeiras tentativas de descrever as curvas de histerese, com os trabalhos de Rayleigh (3). No decorrer do século XX, os modelos dos fenômenos magnéticos estavam cada vez mais sofisticados e incorporando a histerese, como os trabalhos feitos por Stoner-Wolfarth (4), Preisach (5), Jiles-Atherton (6, 7), o micromagnetismo de Brown (8) e Landau, entre outros. Estes modelos de histerese têm, todos, em menor ou maior grau, alguma base física. Ou seja, partem de alguns princípios físicos - termodinâmicos ou do magnetismo fundamental - para expressar analiticamente curvas de histerese de determinados sistemas. A complexidade na modelagem da curva de histerese está relacionada aos diferentes fenômenos que ocorrem num material ferromagnético nas várias escalas, por exemplo, energias como interação de troca e anisotropia atuam em pequenas distâncias, ou seja, em escala atômica, enquanto que os campos dipolares magnéticos, agem em distância maiores, estendendo-se por toda a amostra. Por outro lado, os defeitos dos grãos já se mostram mais efetivos entre essas duas escalas. Esta combinação de fatores torna quase que exclusiva a curva de histerese de uma determinada amostra. Por isso, é importante estudar amostras de diferentes materiais ferromagnéticos

tanto macios quanto duros.

Considerando vários modelos de histerese encontrados na literatura, o trabalho de Rayleigh chama atenção devido a sua simplicidade, apesar da limitação da região de validade, i.e., para baixos campos magnéticos aplicados. Nesse sentido, um aumento no grau do polinômio de Rayleigh - originalmente uma parábola - foi pensado aqui visando ampliar o intervalo de campo aplicado na descrição da curva de histerese. Nesta tese, toda uma metodologia de trabalho foi feita nesse sentido. A magnetização histerética das amostras de Maranging-400, Alnico 2, Permalloy, Ferro, Cobalto e Níquel foi estudada, ajustando-se numericamente os laços menores de histerese com polinômios de diferentes graus. Os coeficientes polinomiais foram rigorosamente analisados e deles se obteve diferentes propriedades magnéticas dos materiais em estudo. Estes foram escolhidos para este trabalho por terem sido previamente (extensivamente) caracterizados estruturalmente (i.e., Maranging-400) e/ou por apresentarem diferentes durezas magnéticas, critério que, como se verá, tornou-se importante no desenvolvimento do trabalho.

Aços magnéticos são materiais muito importantes na tecnologia moderna e são extensivamente usados em motores elétricos, equipamentos de atuadores e dispositivos aeronáuticos. Frequentemente, seu desempenho depende diretamente da forma da curva de histerese magnética - ou seja, a curva de indução B versus o campo aplicado H . Assim, o comportamento dos aços sob um campo magnético é uma informação essencial para aplicações tecnológicas específicas.

Os trabalhos com os aços Maranging de Alves et al. (9, 10) e Nunes et al.(11) realizados no Grupo de Materiais Especiais (MATESP) foram as inspirações para o início das investigações. Os aços maranging são uma família de aços de alta liga e baixo carbono, com os principais elementos sendo Ni (18% peso), Co , Ti e Mo e as vezes Al e Cr (12, 13). Além das propriedades ferromagnéticas duras ou semiduras, estes apresentam ultra-alta resistência e são divididos em subclasses de acordo com a resistência à tração em quilo-libra-força por polegada quadrada (isto é, 200, 250, 300, 350 e 400 ksi)(14). Esses aços devem ser puramente martensíticos em um estado solubilizado e podem ser endurecidos magneticamente e mecanicamente por tratamentos adequados de “envelhecimento”, nos quais a austenita ou outros compostos intermetálicos se nucleam como fases secundárias. Devido a essas propriedades, os aços maranging são amplamente aplicados na construção de motores de histerese, daí a pertinência em bem caracterizá-los magneticamente.

Num segundo momento, reconhecendo que amostras envelhecidas não são o mais apropriado para estudar a aplicação de um modelo para histerese, pois o material pode conter mais de uma fase magnética, outros materiais - monofásicos - foram também selecionados para este estudo. Dando seguimento às investigações iniciadas com o Maranging, uma liga de Alnico 2 foi selecionada após o início do presente trabalho, como representante dos materiais magneticamente duros, pois possui alta coercividade e *power loss* (15, 16). Esta família de ligas magnéticas possui várias combinações de seus elementos, originando para

cada combinação uma liga diferente de Alnico. É possível separar essas ligas em dois conjuntos: isotrópicos e anisotrópicos. As ligas isotrópicas designam-se do 1 ao 3, ou seja, Alnico 1, Alnico 2 e assim por diante e as anisotrópicas vão do 5 ao 9. Os ímãs de Alnico são muito utilizados como grades magnéticas, em instrumentos musicais como guitarras, entre outros, sendo muito bem caracterizados no passado.

Outra escolha recaiu nas ligas binárias de $Ni-Fe$, que são uma classe especial de materiais magnéticos com grupo espacial cúbico de face centrada. Elas geralmente contêm 40% - 90% Ni , com acréscimo de alguns outros elementos de liga, como Cu , Mo , Cr , Co , Mn . As ligas binárias contendo $Ni-Fe$ (76 - 80%), ou como conhecidas, os Permalloys, têm sido amplamente utilizadas em várias aplicações desde 1920 (17, 18, 19). O Permalloy é um material magneticamente macio, com altíssima permeabilidade. Esta liga é muito usada como núcleo de transformador e já foi extensivamente caracterizada no passado.

Todas as ligas descritas acima possuem em sua composição os metais de transição, Ferro, Cobalto e Níquel, elementos que têm magnetização espontânea em temperatura ambiente e foram caracterizados quanto às histereses magnéticas. Todos são bem conhecidos na área do magnetismo (20, 21, 2) e, por isso, o estudo deles tem por objetivo tentar universalizar a análise matemática no presente trabalho.

Desta forma, esses materiais foram os escolhidos para o estudo de ajuste de histerese magnética utilizando polinômios anteriormente descritos. Como se verá até o fim deste trabalho a análise por polinômio se mostrou bem sucedida nessa gama de materiais magnéticos.

Em cada material, também foi desenvolvido um estudo da evolução da área de histerese de cada laço menor em função do campo máximo aplicado. Nesse caso, a função complementar da equação de Hill foi utilizada como curva de ajuste.

Para a compreensão dos objetivos anteriormente descritos, são apresentados nos capítulos 2 e 3 mostram as definições, os conceitos fundamentais do magnetismo e os principais modelos de histerese com base física estudados. O capítulo 2 começa apresentando os conceitos de campo magnético, magnetização, indução e suas derivadas como a susceptibilidade e permeabilidade. Na sequência, são mostradas as teorias das ordens magnéticas, a teoria dos domínios magnéticos e processos de magnetização.

O capítulo 3 revisita alguns modelos consagrados de histerese magnética demonstrando objetivamente esses modelos, para que o leitor desta tese possa se familiarizar com os mesmos.

O capítulo 4 apresenta a metodologia numérica desenvolvida nesse trabalho e como as amostras (tanto de liga quanto metais puros) citadas acima foram preparadas para caracterização.

O capítulo 5 apresenta as medidas magnéticas dos laços menores, assim como toda a análise dos resultados. Neste capítulo, descreve-se com detalhe o método polinomial de ajuste, com toda a metodologia desenvolvida nele, e como a função complementar da

equação de Hill é utilizada no ajuste das curvas de área do laço *versus* campo aplicado. Os resultados são mostrados na seguinte ordem: i) Maranging-400, ii) Alnico 2, iii) Permalloy e iv) Metais Puros: a) Ferro, b) Cobalto e c) Níquel.

O capítulo 6 apresenta uma discussão final dos resultados obtidos no capítulo anterior. São feitas comparações entre as diversas amostras, afim de indicar padrões observados com os ajustes numéricos aplicados nesta tese.

O capítulo 7 apresenta as conclusões mais objetivas e gerais do trabalho.

O apêndice A faz uma descrição detalhada da base micromagnética, visando contribuir para a compreensão do conceito de domínios magnéticos. O desenvolvimento da minimização de uma “energia livre magnética” no sistema é feito, demonstrando assim as equações de Brown. O apêndice B demonstra como se obtêm a função complementar da equação de Hill.

O apêndice C mostra detalhes sobre a metodologia experimental da difração de raios X e da espectroscopia Mössbauer, as quais foram aplicadas na caracterização de algumas amostras.

O apêndice D explica, simplificadaamente, o funcionamento do Magnetômetro de Amostra Vibrante (VSM).

O apêndice E apresenta as caracterizações por difração de raios X, onde foram realizados refinamentos pelo método de Rietveld em cinco das seis amostras estudadas. Os resultados são resumidos em uma tabela e dispostos em figuras.

2 FERROMAGNETISMO E HISTERESE MAGNÉTICA

2.1 Grandezas e Unidades- Campo Magnético, Magnetização e Indução Magnética

2.1.1 Campo Magnético

A região dos ímãs permanentes onde originam-se as forças magnéticas são chamadas de polos. A extremidade de uma barra magnética giratória que aponta aproximadamente para o polo norte geográfico da Terra é chamada de polo que busca o norte ou, mais resumidamente, polo norte. A outra extremidade é então conhecida como polo sul. Em 1785, Charles Coulomb observou que esses materiais magnéticos, polos iguais se repeliam e polos diferentes se atraíam. Em seus experimentos, ele considerava que a força que existia entre os dois polos poderia ser separada em dois fatores, uma conhecida como polo de teste e o outro como polo de fonte. O polo de fonte é conhecido usualmente como **campo magnético**, representado pela letra **H**, sendo a unidade no CGS o oersted (*Oe*) e no SI o ampere por metro (*A/m*). Este campo é interpretado como a força que este exerce sobre o outro polo de teste (21, 20). Assim, o campo magnético é a região do espaço onde os fenômenos magnéticos acontecem (22). A lei de força que existe entre dois polos é proporcional ao produto das forças do polo e inversamente proporcional ao quadrado da distância,

$$F = k \frac{p_1 p_2}{d^2} \quad (2.1)$$

Os polos sempre ocorrem em pares em corpos magnetizados, e é impossível separá-los. Se uma barra magnética é cortada em dois transversalmente, novos polos aparecem nas superfícies de corte e dois novos ímãs surgem. Os experimentos nos quais a equação 2.1 se baseia foram realizados com agulhas magnetizadas que eram tão longas que os polos em cada extremidade podiam ser considerados aproximadamente como polos isolados, e o equilíbrio de torção esboçado na figura 1. Se a rigidez da suspensão com fio de torção for conhecida, a força de repulsão entre os dois polos norte pode ser calculada a partir do ângulo de desvio da agulha horizontal. O arranjo mostrado minimiza os efeitos dos dois polos sul. Um polo magnético cria um campo magnético em torno dele, e é esse campo que produz uma força em um segundo polo próximo. A experiência mostra que esta força é diretamente proporcional ao produto da força do polo e força do campo ou intensidade do campo **H**.

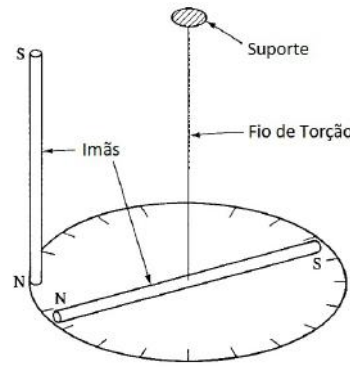


Figura 1 – Balança de torção para medir as forças entre os polos.

Fonte: Adaptado da referência (20).

2.1.2 Momento Magnético

O polo de teste sempre manifesta algum comportamento magnético na presença de um campo magnético. Isto acontece porque o polo de teste possui em seu material um objeto conhecido como **momento magnético** (μ), como ilustrado na figura 2. O momento

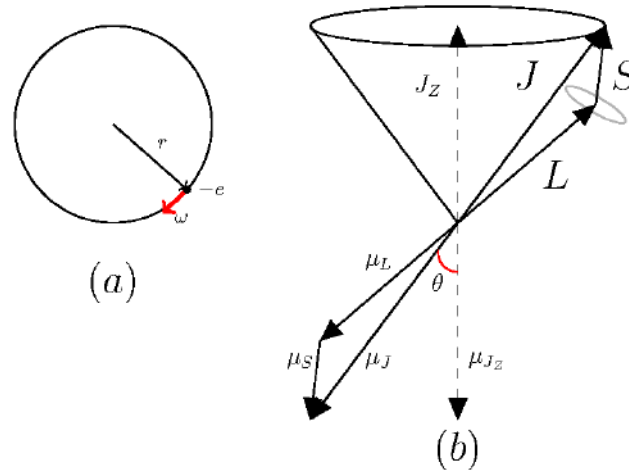


Figura 2 – A figura (a) é a representação do momento magnético clássico enquanto que a figura (b) é a representação quântica do momento magnético

Fonte: Autor.

magnético (μ) clássico considera o átomo de Bohr com um número Z elétrons (cargas elementares) circulando o núcleo atômico de carga Z , com Z sendo o número atômico. Neste cenário, a origem do momento magnético é uma consequência do movimento orbital dos elétrons. A figura 2(a) mostra uma representação, onde o elétron se move com uma velocidade angular ω com um raio r do núcleo, logo o momento magnético clássico é o conceito do dipolo magnético criado por uma espira (23).

O momento magnético (μ) quântico considera as consequências da mecânica quântica, ou seja, os momentos orbitais e de *spin* são discretos e quantizados, além de obedecerem

as interações de *spin-orbita* (24). A figura 2(b) mostra essa representação a qual J é a combinação entre o momento orbital L e o momento de *spin* S . Nesta mesma figura 2(b) também é mostrado geometricamente os momentos magnéticos e suas relações com o momento orbital e o *spin*. O momento magnético clássico do átomo de Bohr poderia ser considerado um momento magnético quântico, pois Bohr especulava que os elétrons estavam em órbitas discretas, porém, o modelo é dito semi-clássico.

Apesar destas duas interpretações e o reconhecimento de que elas existem, nesse trabalho somente será considerado que os momentos magnéticos simplesmente existem, sem a necessidade de referenciar sua origem nos modelos seja quântica ou clássica.

A energia potencial de um momento magnético é dada pela equação 2.2:

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H} \quad (2.2)$$

2.1.3 Magnetização

Quando um pedaço de ferro é submetido a um campo magnético, ele se torna magnetizado, e o nível de seu magnetismo depende da intensidade do campo. Portanto, precisamos de uma quantidade para descrever o grau em que um corpo é magnetizado. O conjunto de momentos magnéticos ($\boldsymbol{\mu}$) dentro de um volume V é definido como **magnetização** ($\mathbf{M}$), assim:

$$\mathbf{M} = \frac{\sum_i \boldsymbol{\mu}_i}{V}, \quad (2.3)$$

A unidade de medida da magnetização é (A/m) no (SI) e emu/cm^3 no (CGS). Similarmente, é possível definir uma magnetização mássica ou molar (21).

2.1.4 Indução Magnética

A **Indução Magnética** ($\mathbf{B}$) se relaciona com o campo magnético ($\mathbf{H}$) e magnetização ($\mathbf{M}$) pelas seguintes expressões:

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad (CGS), \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (SI). \quad (2.5)$$

As equações 2.4 e 2.5 descrevem a indução magnética ($\mathbf{B}$) nos sistemas de medidas CGS e SI. Onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N \cdot A^{-2}$ é a constante de permeabilidade magnética no vácuo. As unidades da indução $\mathbf{B}$ no SI é o Tesla (T) e no CGS é o Gauss (G).

A figura 3 mostra um esquema representativo da indução magnética. Como é possível ver o campo magnético ($\mathbf{H}$) e magnetização ($\mathbf{M}$) não possuem um caminho fechado, ou seja, elas não respeitam a equação de Maxwell sobre os dipolos magnéticos. Logo a indução magnética é a forma de escrever o ‘campo magnético’ afim de respeitar a equação de Gauss para campo magnéticos (uma das leis de Maxwell).

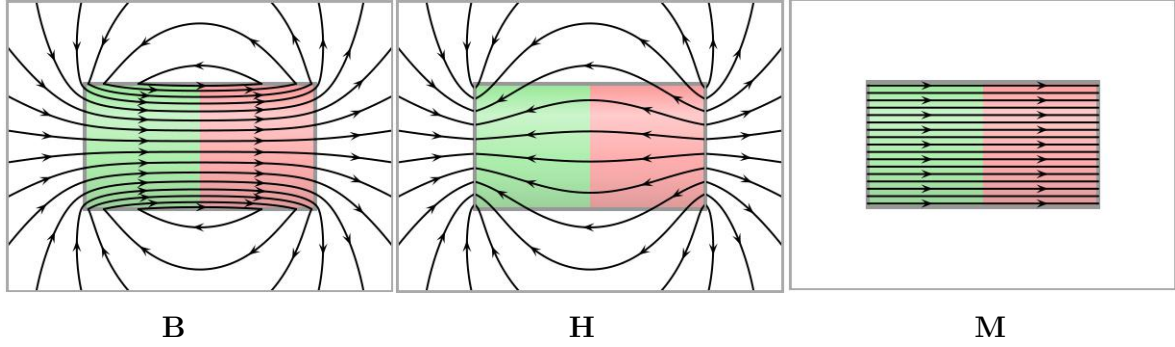


Figura 3 – Esquema representativo da Indução Magnética.

Fonte: Adaptado da referência (25).

2.1.5 Permeabilidade Magnética e Susceptibilidade Magnética

As propriedades magnéticas de um material são caracterizadas pela magnitude de M mas também pela maneira como M depende de H . Uma razão pode ser definida através dessas duas grandezas, a partir dos módulos destas, tal propriedade é conhecida como susceptibilidade magnética χ , e é definida com seguinte equação:

$$\chi = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}}, \quad (2.6)$$

enquanto que a susceptibilidade diferencial é definida como:

$$\chi_{dif} = \frac{dM}{dH}, \quad (2.7)$$

No caso em que a indução magnética é a mais conveniente a ser estudada, a dependência de B por H , exibe a razão conhecida como permeabilidade magnética, que é escrita como se segue:

$$\mu = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}}. \quad (2.8)$$

enquanto que a permeabilidade diferencial é definida como:

$$\mu_{dif} = \frac{dB}{dH}. \quad (2.9)$$

2.2 Ordens Magnéticas

Nos sólidos em geral, sempre manifesta-se alguma campo magnético. O tipo de magnetismo que ele apresenta pode ser classificado dentro de uma ordem magnética, estas são separadas em **fases magnéticas**: Ferromagnetismo, Ferrimagnetismo, Antiferromagnetismo, Paramagnetismo, Diamagnetismo e entre outras (2, 23, 26, 27).

2.2.1 Paramagnetismo e Diamagnetismo

Os momentos magnéticos podem: i) interagir entre si, ii) simplesmente ficarem isolados ou iii) serem induzidos nos materiais. Quando isolados, é dito que há Magnetismo de

Momentos Isolados ou **Paramagnetismo**. E quando um material é imerso dentro de um campo magnético, um momento magnético é induzido neste, esse fenômeno é conhecido como **Diamagnetismo**.

Diamagnetismo

O Diamagnetismo pode ser entendido como a Lei de Faraday-Lenz na matéria. A Lei de Faraday-Lenz diz que quando há uma variação de fluxo magnético com o tempo em uma bobina, esta cria uma corrente elétrica induzida que causa um fluxo magnético no sentido contrario. No entanto, no caso do diamagnetismo, quando se aplica um campo magnético em um material, uma corrente é induzida (logo uma magnetização) sem a necessidade de variação do campo magnético no tempo, ou seja, é diferente da Lei de Faraday-Lenz clássica (22, 20). O mecanismo pelo qual há essa magnetização induzida oposta ao campo magnético externo, é a aceleração dos elétrons nos orbitais por este campo. Este fato torna o diamagnetismo presente em toda a matéria, pois, toda a matéria possui elétrons orbitando os núcleos atômicos (21). Mesmo que um material possua uma fase magnética diferente, por exemplo, um ferromagneto, este vai apresentar uma parcela diamagnética em sua medida de magnetização. Desta forma, a susceptibilidade de um material diamagnético é sempre negativa e pequena, por volta de $\chi = -10^{-5}$, por isso, geralmente, muitos materiais apresentam a fase diamagnética (23, 28).

Paramagnetismo

Como dito acima, o paramagnetismo existe quando há momento magnético líquido isolado na matéria, estes não interagem entre si. A susceptibilidade medida é positiva, que implica a magnetização sempre está no mesmo sentido que o campo aplicado. Mesmo havendo sempre uma contribuição diamagnética, o material é dito paramagnético quando a soma das duas contribuições for positiva (29).

Para fazer uma descrição mais detalhada, considere um material paramagnético com N átomos com momento magnético μ em um campo magnético $\mathbf{H}$. Como estes átomos estão em uma rede cristalina eles possuem uma agitação térmica, logo a probabilidade do momento magnético estar alinhado ao campo magnético externo pode ser expressa com a distribuição de Boltzmann de probabilidade P_i , onde tem-se o i -ésimo estado do momento magnético μ :

$$P_i = \frac{e^{\frac{-U_i}{K_B T}}}{\sum_i e^{\frac{-U_i}{K_B T}}}, \quad (2.10)$$

O denominador da equação 2.10 é a função de partição de um momento magnético. Assim, para calcular o momento magnético médio $\langle \mu \rangle$, basta multiplicar a equação 2.10 pelo

peso estatístico μ e somar em todas as probabilidades,

$$\langle \mu \rangle = \sum_i \mu P_i \Rightarrow \langle \mu \rangle = \frac{\sum_i \mu e^{\frac{-U_i}{K_B T}}}{\sum_i e^{\frac{-U_i}{K_B T}}}, \quad (2.11)$$

A magnetização $\mathbf{M}$ é a multiplicação dos N momentos magnético pelo momento magnéticos médio $\langle \mu \rangle$, desta forma:

$$\mathbf{M} = N \langle \mu \rangle, \quad (2.12)$$

Após procedimentos matemáticos descritos nos livros textos Chikazumi(23) e Reis(22), a magnetização é escrita no caso clássico, ou seja, considerando $\mu = \mu \cos(\theta)$ (onde θ é o angulo que há entre o campo magnético externo $\mathbf{H}$ e o momento magnético) como:

$$\mathbf{M} = N\mu L(a), \quad (2.13)$$

$$L(a) = \coth(a) - \frac{1}{a}, \quad \text{com } a = \frac{\mu H}{K_B T} \quad (2.14)$$

Onde nas equações 2.13 e 2.14, $L(a)$ é conhecida como Função de Langevin (23, 22). Para o caso quântico, se considera $\mu \equiv \mu_z = -g_J m \mu_B$, aonde μ_B é o magneton de Bohr, m é o numero quântico magnético e g_J é o fator de Landé. A magnetização pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{M} = N g_J \mu_B J B(y), \quad (2.15)$$

$$B(y) = \frac{(2J+1)}{2J} \coth\left(\frac{(2J+1)y}{2J}\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{y}{2J}\right), \quad (2.16)$$

$$y = \frac{g_J J \mu_B \mu_0 H}{K_B T}. \quad (2.17)$$

A variável J que aparece nas equações 2.15, 2.16 e 2.17 é o momento angular total e o seu valor depende do acoplamento *spin-orbita*. A equação 2.16 é conhecida como equação de Brillouin (24).

Quando se considera o limite de $J \rightarrow \infty$ na equação 2.16, esta se torna a equação 2.14, ou seja, a Função de Brillouin vira a função de Langevin nesse limite. É importante ressaltar que para um sistema discreto de momentos magnéticos, a magnetização é proporcional à Função de Brillouin aplicável no regime quântico e que a Função de Langevin é válida no regime Clássico

Lei de Curie

Considerando a susceptibilidade da equação 2.6 e a magnetização dado por 2.13, tem-se:

$$\chi = \frac{M}{H} \Rightarrow \chi = \frac{N\mu L(a)}{H} \quad (2.18)$$

expandindo 2.14, obtêm-se:

$$L(a) = \frac{a}{3} - \frac{a^3}{45} + \frac{2a^5}{945} - \dots \quad (2.19)$$

a equação 2.19 é somente válida para $a \leq 1$. Essa consideração leva à que $L(a) = \frac{a}{3}$, logo a equação 2.18 torna-se:

$$\chi = \frac{N\mu a}{3H} \Rightarrow \chi = \frac{N\mu a}{3H} \Rightarrow \chi = \frac{N\mu^2}{3K_B T} \quad (2.20)$$

resumindo a 2.20 a seguinte igualdade:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad \text{com } C = \frac{N\mu^2}{3K_B}. \quad (2.21)$$

A expressão 2.21 é conhecida como Lei de Curie e C é a constante de Curie. Esta lei foi descoberta experimentalmente por Pierre Curie em 1895. Para materiais paramagnéticos, a lei de Curie afirma que os valores inversos da suscetibilidade magnética, medidos em várias temperaturas quando traçados em gráfico com relação a temperatura, se encontra uma linha reta passando pela origem. A partir da inclinação desta linha, encontra-se um valor para a constante de Curie C e, portanto, um valor para o momento efetivo do paramagneto.

2.3 Ferromagnetismo, Ferrimagnetismo e Antiferromagnetismo

Até agora tratou-se de momentos magnéticos isolados, sem interação entre eles. Por diante, irá se estudar os fenômenos físicos relacionados a materiais magnéticos cujo o ‘comportamento magnético’ é consequência direta da interação entre momentos magnéticos como, por exemplo, a magnetização espontânea em ímãs cerâmicos ou metálicos, aços entre outros.

Ferromagnetismo

O termo ferromagnetismo é geralmente usado para caracterizar materiais com um comportamento "fortemente magnético", ou seja, materiais que são facilmente atraídos por ímãs permanentes. Esta atração também existe em materiais conhecidos como ferrimagnéticos. A atração por um material paramagnético ou repulsão por um diamagnético a um campo externo são muito fracas comparada a um material ferromagnético. A origem desse magnetismo é devida a presença de uma magnetização espontânea no material causada pelo alinhamento paralelo dos momentos magnéticos (20, 23). Este alinhamento, foi primeiramente explicado por P. Weiss em 1907 (23). Ele assumiu que nos materiais ferromagnéticos havia um campo efetivo, o qual ele denominou de **campo molecular**. Este campo era o responsável por alinhar os momentos magnéticos paralelos em relação aos seus vizinhos.

O campo molecular, segundo Weiss (20), era tão forte que conseguia auto-saturar o material, o qual é conhecida como **Magnetização Espontânea**, mas essa explicação não era capaz de elucidar como existiam amostras de ferro puro (α -ferro) não magnetizadas. Para isso, Weiss apresentou uma explicação em que haviam regiões dentro do material, o qual ele definiu como **Domínios Magnéticos**, que tinham direções e sentidos de magnetização diferentes, resultando em uma magnetização líquida igual a zero (20, 21, 23). A frente serão definidos mais detalhes sobre domínios magnéticos.

Teoria de Weiss do Ferromagnetismo e Interação de Heisenberg

P. Weiss assumiu que em um sítio de um material ferromagnético o momento magnético μ interagia com seus momentos vizinhos. Ele assumiu que a intensidade deste campo molecular $\mathbf{H}_m$ (o qual é um campo magnético) era proporcional à magnetização $\mathbf{M}$ (23), ou seja:

$$\mathbf{H}_m = W\mathbf{M} \quad (2.22)$$

A equação 2.22 é um campo magnético capaz de saturar um material e W é conhecida como constante de Weiss. Este campo molecular não é atribuído a interação magnetostática (o qual é chamado de campo de Lorentz). Quando substitui-se a equação 2.22 na 2.2, 2.10 e 2.11, tem-se:

$$\mathbf{M} = N\mu L(a), \quad (2.23)$$

$$L(a) = \coth(a) - \frac{1}{a}, \quad \text{com } a = \frac{\mu H_{efe}}{K_B T} \quad (2.24)$$

$$H_{efe} = H + WM, \quad (2.25)$$

Foi introduzida uma nova variável, a qual pode-se chamar *campo efetivo*, que é a combinação linear entre o campo magnético externo (aplicado) H com o campo molecular de Weiss H_m . Assim, é possível observar na equação 2.24, que se trata de um material paramagnético aonde o argumento a é somado WH no seu numerador¹. Esta função não representa um material ferromagnético mas simula o caso de uma curva anisterética, que será definida adiante.

Contudo, a teoria de Weiss do campo molecular não menciona nada sobre a origem física deste campo. No entanto, a hipótese de que $\mathbf{H}_m$ é proporcional a magnetização, como na equação 2.22, implica que o fenômeno é cooperativo (20). A origem física do campo molecular não esteve clara antes de 1928 quando Heisenberg mostrou que a causa era devido a um fenômeno da mecânica quântica conhecido como **interação de troca** ou **força de troca**.

A interação de troca pode ser entendida da seguinte forma. Como mencionado acima, o momento magnético é consequência direta do momento angular orbital e o *spin* do elétron. Como os elétrons obedecem ao princípio de Pauli, ou seja, uma partícula para cada

¹ O mesmo procedimento pode ser feito com a equação de Brillouin.

estado quântico, quando por exemplo, dois elétrons interagem através de força eletrostática (Coulomb). Cada elétron se encontra em um estado quântico. Isso também pode ser entendido como uma combinação da função de onda dos dois elétrons, em que devem obedecer a antissimétrica desta (30), assim:

$$\underbrace{\Psi_{1,2}}_{\text{Função de onda - Antissimétrica}} = \underbrace{\psi_{1,2}}_{\text{Antissimétrica}} \cdot \underbrace{\chi_{\uparrow\uparrow}}_{\text{Simétrica}} = \underbrace{\psi_{1,2}}_{\text{Simétrica}} \cdot \underbrace{\chi_{\uparrow\downarrow}}_{\text{Antissimétrica}}. \quad (2.26)$$

A equação 2.26 mostra que a função de onda do *spin* de dois elétrons pode apresentar dois estados. O caso de $\chi_{\uparrow\uparrow}$ quando os *spins* estão alinhados paralelo, ou o caso de $\chi_{\uparrow\downarrow}$ quando os *spins* estão alinhados antiparalelo. O primeiro caso, ocorre com materiais que apresentam ordem magnética ferromagnética. O segundo caso, verifica-se para materiais com ordem magnética antiferromagnética ou ferrimagnética. Dependendo da configuração do sistema cristalino onde se encontra estes elétrons, o número quântico de *spin* pode estar alinhado no mesmo sentido ou sentido contrário. Outra dependência, de como esta a distribuição dos momentos magnéticos no material, tem relação a interação de troca citada acima. Esta pode ser de forma direta, ou seja, *spin* com *spin* ou de forma indireta, através dos elétrons de condução (31). A interação de troca é definida com o hamiltoniano de Heisenberg da seguinte forma:

$$\mathcal{H} = -2J_{i,j} \sum_{i,j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (2.27)$$

esta equação 2.27 descreve a interação de troca entre o *spin* $\mathbf{S}_i$ e o *spin* $\mathbf{S}_j$, e $J_{i,j}$ é a integral de troca entre os *spins* vizinhos mais próximos.

Para trabalhar com a equação 2.27 é necessário escrevê-la na forma da energia $\mathbb{E}$ e considerar os vetores *spins* como seu módulo $S = |\mathbf{S}|$ vezes um vetor unitário $\hat{m}$. Assim, $\mathbf{S}_i = S\hat{m}_i$ e $\mathbf{S}_j = S\hat{m}_j$. Logo, a equação 2.27 fica:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{troca} &= -2J_{i,j} \sum_{i,j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \\ \mathbb{E}_{troca} &= -2J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} \hat{m}_i \cdot \hat{m}_j, \end{aligned} \quad (2.28)$$

com um pouco de manipulação² algébrica na equação 2.28, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{troca} &= -2J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} \left(1 - \frac{1}{2} (\hat{m}_i - \hat{m}_j)^2 \right), \\ \mathbb{E}_{troca} &= \underbrace{-2J_{i,j} S^2}_{\text{constante}} + J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} (\hat{m}_i - \hat{m}_j)^2, \end{aligned} \quad (2.29)$$

como a diferença $\hat{m}_i - \hat{m}_j$ é:

$$\hat{m}_i - \hat{m}_j = \Delta \mathbf{r}_j \cdot \nabla \hat{m}, \quad (2.30)$$

² $(\hat{m}_i - \hat{m}_j)^2 = \hat{m}_i^2 + \hat{m}_j^2 - 2\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j$,
 $\hat{m}_i \cdot \hat{m}_j = 1 - \frac{1}{2} (\hat{m}_i - \hat{m}_j)^2$.

onde $\Delta \mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ é o vetor deslocamento do *spin* vizinho j em relação ao sítio do *spin* i . Considerando também que $\hat{m} = m_x \hat{i} + m_y \hat{j} + m_z \hat{k}$. Desta forma, a equação 2.29 se torna:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{troca} &= \text{const.} + J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} (\Delta \mathbf{r}_j \cdot \nabla \hat{m})^2, \\ \mathbb{E}_{troca} &= \text{const.} + J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} \left[(\Delta \mathbf{r}_j \cdot \nabla \hat{m}_x)^2 + (\Delta \mathbf{r}_j \cdot \nabla \hat{m}_y)^2 + (\Delta \mathbf{r}_j \cdot \nabla \hat{m}_z)^2 \right], \\ \mathbb{E}_{troca} &= \text{const.} + J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} (\Delta \mathbf{r}_j)^2 \left[(\nabla \hat{m}_x)^2 + (\nabla \hat{m}_y)^2 + (\nabla \hat{m}_z)^2 \right], \\ \mathbb{E}_{troca} &= \text{const.} + J_{i,j} S^2 \sum_{i,j} (\Delta \mathbf{r}_j)^2 (\nabla \hat{m})^2.\end{aligned}\quad (2.31)$$

A equação 2.31 é a mesma da 2.28. Contudo, ela é escrita em termos do vetor unitário $\hat{m}$. Como se trata da energia de troca $\mathbb{E}_{troca}$ e o que se deseja é a densidade de energia de troca $\mathcal{E}_{troca}$, o procedimento realizado é multiplicar o lado direito da equação 2.31 por η . Onde $\eta = \frac{N_S}{\Delta V}$, ou seja, o número de *spin* N_S dividido por um volume ΔV . A equação 2.31 adquire a seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{troca} &= J_{i,j} S^2 \eta \sum_{i,j} (\Delta \mathbf{r}_j)^2 (\nabla \hat{m})^2, \\ \mathcal{E}_{troca} &= A (\nabla \hat{m})^2,\end{aligned}\quad (2.32)$$

onde A é conhecida como constante de troca e sua unidade no SI é dada como J/m . É bom enfatizar que essa constante pode ser diferente para os diferentes tipos de rede cristalina (32, 33).

Lei de Curie-Weiss

Utilizando da equação 2.21, encontra-se que:

$$\chi = \frac{C}{T} \Rightarrow M = \frac{C}{T} H_{efe}, \quad (2.33)$$

$$\chi = \frac{C}{T - \theta_p} \quad (2.34)$$

a equação 2.34 é conhecida como Lei de Curie-Weiss. A constante θ_p é chamada de temperatura de Curie. Esta constante representa o valor em que temperatura há uma mudança de fase ferromagnética para a fase paramagnética.

Antiferromagnetismo

As substâncias antiferromagnéticas têm uma pequena suscetibilidade positiva, mas esta suscetibilidade varia de maneira peculiar com a temperatura. A primeira vista, elas podem ser consideradas paramagnetos anômalos. No entanto, um estudo mais detalhado mostrou que sua estrutura magnética subjacente é completamente diferente. Assim, as

substâncias antiferromagnéticas mereceram uma classificação separada. A teoria do antiferromagnetismo foi desenvolvida principalmente por Néel em uma série de artigos, começando em 1932 (20).

O antiferromagnetismo acontece porque os momentos magnéticos estão alinhados, porém são antiparalelos. Assim um simples antiferromagneto, pode ser visualizado entre duas sub-redes. Por exemplo, denomina-se uma sub-rede por A e outra por B . Como os momentos de ambas as sub-redes têm a mesma magnitude e são antiparalelos, verifica-se que a magnetização total de um antiferromagneto é essencialmente zero, ou seja, uma sub-rede compensa a outra, magneticamente, assim a resposta líquida, distante da região de transição, é nula, mas nas proximidades da temperatura crítica, não. Essa é uma das diferenças entre um paramagneto de um antiferromagneto. Nesse caso o campo efetivo (ver equação 2.25) torna-se:

$$H_{fe-A} = H + W_{AA}M_A + W_{AB}M_B, \quad (2.35)$$

$$H_{fe-B} = H + W_{BB}M_B + W_{BA}M_A. \quad (2.36)$$

Onde nas equações 2.35 e 2.36, H é o campo magnético externo e M_A como M_B são as magnetizações da sub-rede A e da sub-rede B , dadas pela equação 2.12. Algo diferente aparece nessas equações comparadas ao ferromagnetismo: as constantes de campo molecular, W_{AA} , W_{BB} , W_{AB} e W_{BA} . Elas significam o seguinte: as constantes *intra-sub-rede*, W_{AA} e W_{BB} , representam a parte do campo molecular que interage dentro da sub-rede A e B . As constantes *inter-sub-rede*, W_{AB} e W_{BA} , designam a parte do campo molecular entre as sub-redes.

Fazendo uma analogia com a Lei de Curie-Weiss como 2.33, com o precedente visto em Buschow e Boer(24), pagina 27 do texto de referência:

$$T_N = \frac{1}{2}C(W_1 - W_2), \quad (2.37)$$

aonde foi considerado na equação 2.37 que $W_1 = W_{AA} = W_{BB}$ e $W_2 = W_{AB} = W_{BA}$. Essa equação mostra a *Temperatura de Néel*, que é a temperatura crítica de transição de fase. Acima dessa temperatura o material entra na fase paramagnética.

Ferrimagnetismo

Em substâncias ferrimagnéticas, em contraste com os antiferromagnetos descritos na anteriormente, os momentos magnéticos das sub-redes A e B não são iguais. Os átomos com seus momentos magnéticos (A e B) em um ferrimagneto cristalino ocupam dois tipos de sítios na rede cristalina, que possuem características espaciais diferentes. Cada uma dessas sub-redes é ocupada por um desses átomos magnéticos com o alinhamento paralelo (estilo ferromagnético) entre os momentos que residem na mesma sub-rede. Há também um alinhamento antiparalelo (estilo antiferromagnético), entretanto, entre os

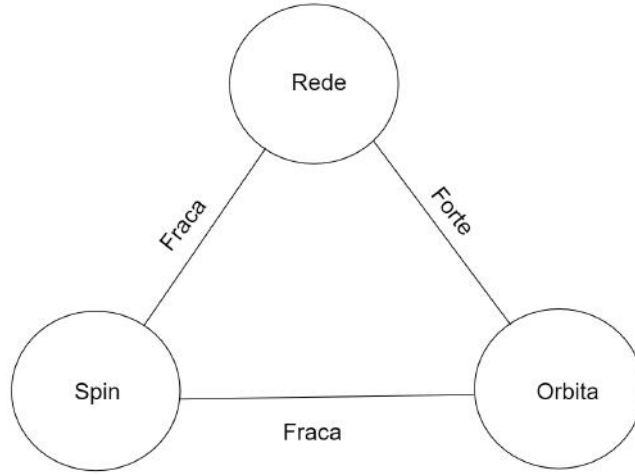
momentos da sub-rede A e B . Como o número de átomos em A e B por célula unitária são geralmente diferentes, e/ou como os valores modulares dos momentos magnéticos de A e B são diferentes, como consequência, há uma magnetização espontânea líquida diferente de zero abaixo da temperatura de Curie T_C .

Lembrando da equação 2.27, a integral de troca $J_{i,j}$ descreve o acoplamento entre dois momentos magnéticos que pertencem a sub-rede A ou B ou entre diferentes sub-redes. É possível então fazer a seguinte classificação:

Ferromagnetismo	$J_{AA} > 0$,	
Antiferromagnetismo	$J_{AB} < 0$	com $J_{AA} = J_{BB}$,
Ferrimagnetismo	$J_{AB} < 0$	com $J_{AA} \neq J_{BB}$.

2.4 Energia Magnetocristalina

Nos átomos, de forma geral, os elétrons da última camada (elétrons de valência), estão na presença de um potencial eletrostático proveniente das cargas dos núcleos atômicos e dos elétrons ao seu redor (campo cristalino). Nesse ambiente, os elétrons interagem com o campo elétrico cristalino. Se colocado um eixo de coordenadas cartesiana no elétron (nesse caso o elétron é uma partícula), esse elétron observará do seu sistema de referência, um movimento relativo das cargas nesse cristal e o movimento do campo elétrico das cargas. Com esse cenário em mente, um observador que estivesse no elétron, observaria e interagiria com um campo magnético efetivo. A interação desse campo magnético efetivo com o momento magnético intrínseco do elétron (*spin*) gera o que é conhecido como acoplamento *spin-órbita*. Como os elétrons estão em orbitais eletrônicos ligados entre os átomos da rede, dessas ligações, os elétrons que se encontram nesses orbitais, ficam fortemente acoplados à rede cristalina. Como essas ligações possuem uma direção no espaço, o orbital acaba se ‘congelando’ em uma direção preferencial. Essa direção favorece a sua minimização de energia. A essa direção preferencial é denominada como *eixo de fácil magnetização*, levando a uma orientação preferencial magnética no cristal. A figura 4 sugere um esquema que explique a orientação preferencial dos momentos magnéticos na rede. Então uma rede cristalina, a disposição dos momentos magnéticos dos átomos é um reflexo da simetria da rede cristalina hospedeira. Entretanto, a pergunta é, como deve ser a forma algébrica da energia magnetocristalina? Começa-se por entender o seguinte: a Hamiltoniana de Heisenberg (equação 2.27) é completamente isotrópica, isso significa que a energia de troca para um dado volume ΔV é a mesma para qualquer orientação do vetor magnetização $\mathbf{M}$ (34). Porém, na realidade essa invariância rotacional é sempre quebrada por efeitos de *anisotropia*. Esses efeitos, criam direções espaciais energeticamente favoráveis (35, 2). O que se está interessado é na dependência de energia livre $\mathbb{E}_{Anis.}(\hat{m})$ em um determinado volume elementar ΔV . Assim, para se ter a densidade de energia

Figura 4 – Interpretação da interação *spin-órbita*.

Fonte: Adaptado da referência (20).

livre anisotrópica é necessário considerar a seguinte expressão:

$$\mathcal{E}_{Anis.} = \frac{\mathbb{E}_{Anis.}}{\Delta V} \quad (2.38)$$

e para minimizar a energia livre, basta resolver a equação

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{Anis.}}{\partial \hat{m}} = 0, \quad (2.39)$$

A solução da equação 2.39 leva a um ponto de mínimo, para um eixo de fácil magnetização, e a um ponto de máximo, para o eixo de difícil magnetização. Como não se conhece muito bem a forma algébrica da densidade de energia magnetocristalina, o que se faz é expandir a função densidade de energia livre magnetocristalina $\mathbb{E}_{Anis.}$ em uma série de potências pares:

$$\mathcal{E}_{Anis.}(\mathbf{r}) = K_0 + K_1(\mathbf{r})^2 + K_2(\mathbf{r})^4 + \dots, \quad (2.40)$$

A equação 2.40 deve depender somente da orientação do cristal, é o mesmo que afirmar que a densidade de energia anisotrópica dependa somente da orientação cristalina. De maneira geral a equação 2.40 pode ser reescrita em termos dos cossenos diretores γ_i , tornando-a:

$$\mathcal{E}_{Anis.}(\mathbf{r}) = K_0 + K_1 \sum_{i \neq j} \gamma_i \gamma_j + K_2 \sum_{i,j,h,l} \gamma_i \gamma_j \gamma_h \gamma_l + \dots, \quad (2.41)$$

As constantes $K_0, K_1, K_2, \dots$ são conhecidas como constantes magnetocristalinas e são obtidas experimentalmente. Aplicando as propriedades de simetria cristalina na equação 2.41, se obtém a densidade de energia magnetocristalina $\mathbb{E}_{Anis.}(\mathbf{r})$ para as simetrias cúbica, hexagonal, tetragonal e ortorrômbica (20, 36, 34).

2.5 Energia Magnetoestática

A energia magnetostática dipolar (*stray field*) é a energia associada as “cargas magnéticas” na superfície da amostra. A figura 5 exemplifica esse fenômeno quando no caso

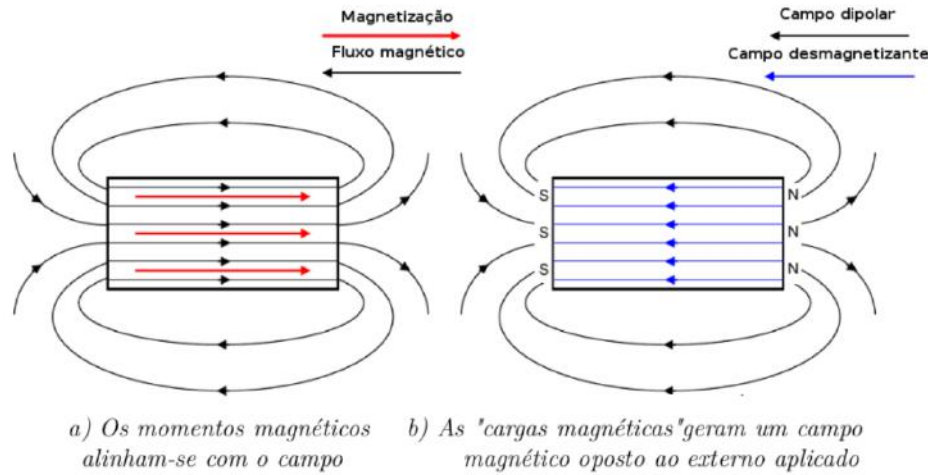


Figura 5 – Representação do campo desmagnetizante.

Fonte: Retirado da referência (37).

em que há um campo magnético externo na amostra. No caso da figura 5, a amostra é de formato retangular, o que causa polos magnéticos livres na superfície. Esta figura mostra a magnetização $\mathbf{M}$ no sentido do campo aplicado. Entretanto, um campo desmagnetizante é criado no sentido oposto a da magnetização devido a essas cargas magnéticas formadas nas superfícies. Isso resulta na diminuição do campo magnético $\mathbf{H}$ dentro da amostra (20, 26, 36). A densidade de energia magnetoestática, então, é dada pela seguinte equação:

$$\mathcal{E}_M = \frac{1}{2} \int \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} dV, \quad (2.42)$$

O cálculo da equação 2.42 depende da distribuição do sistema.

2.6 Domínios Magnéticos

Como mencionado na subseção 2.3, Weiss conseguiu, com seu modelo de campo molecular, explicar o fenômeno da saturação magnética e a dependência com a temperatura. Porém, esse modelo considera a magnetização média do material. Dessa forma Weiss explicou o porque da magnetização nula em temperatura ambiente. Weiss considerava que existia uma parte do cristal com magnetização em uma direção e outra parte do cristal com outro vetor magnetização em direção oposta. Assim, a magnetização média do material seria nula. Essas regiões com diferentes vetores magnetização ficaram conhecidas como *domínios magnéticos* (38), e que entre dois domínios magnéticos, existe uma interface que

faz transição de uma direção de domínio para outra. Ou seja, há uma quebra de simetria no sentido e/ou direção da magnetização espontânea em cada domínio. Esta interface é chamada de *parede de domínio*. Dentro de cada domínio magnético a magnitude da magnetização equivale a magnetização de saturação M_S .

A existência de domínios magnéticos explica a observação da magnetização de saturação em temperatura ambiente, em amostras ferromagnéticas com baixos campos (menor que $10^{-6}T$). Um fenômeno não observado para paramagnetos (27). As paredes de domínios podem ser classificadas conforme o ângulo que elas fazem entre as magnetizações. A figura 6 mostra duas paredes de domínios, uma de 180° e outra de 90° . O tipo mais comum de parede é a *parede de Bloch*, em que a magnetização rotaciona em planos paralelos para o plano da parede. Outra possível configuração é a *parede de Néel*, aonde a magnetização rotaciona em um plano perpendicular para o plano da parede.

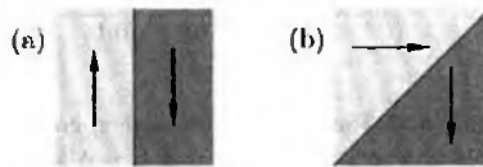


Figura 6 – (a) Parede de domínio de 180° . (b) Parede de domínio de 90° .

Fonte: Retirado da referência (27).

A figura 7 ilustra o porque da formação de domínios magnéticos. A razão deste fenômeno está associado à energia magnetoestática 2.5. Esta energia é minimizada quando divide-se a amostra em domínios (efeito chamado *princípio de evasão de polos* (2)). Cada domínio criado custa energia devido as paredes de domínio que surgem. Esta energia são oriundas das energias de troca 2.3 e anisotrópica 2.4 existentes na parede.

Então a formação dos domínios magnéticos, com suas respectivas paredes de domínios, resulta do equilíbrio que há entre as três energias presentes no material³: magnetoestática, troca e anisotrópica. Assim, a figura 7(a) é uma amostra magnetizada uniformemente. Repare que a figura mostra a formação de uma campo externo ao material. A figura 7(b) apresenta dois domínios magnéticos e uma parede. Esta configuração possui uma energia total relacionada ao sistema menor que a configuração (a). As linhas de campo magnético externas ao material, percorrem uma trajetória menor nesse caso. E no caso da figura 7(c), é a configuração de menor energia que o sistema pode alcançar. O processo matemático para modelar essa minimização de energia aqui comentado, está exposta no apêndice A. As quantidades de domínios formados dependem do tamanho da amostra (2, 27).

³ Sem campo aplicado.

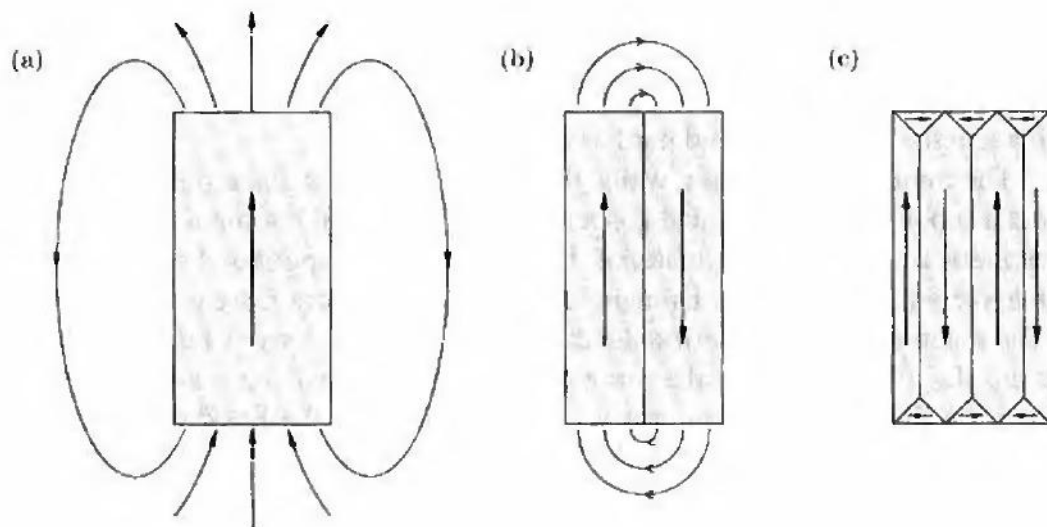


Figura 7 – Uma amostra (a) uniformemente magnetizada, (b) dividida em dois domínios e (c) com uma estrutura de domínios fechado.

Fonte: Retirado da referência (27).

2.7 Processos de Magnetização

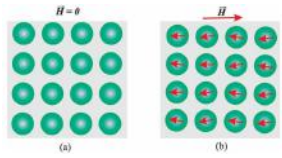
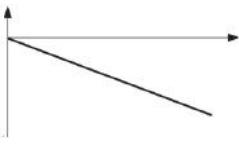
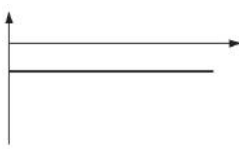
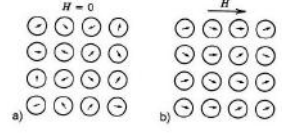
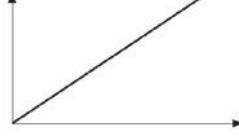
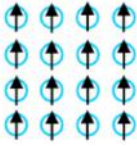
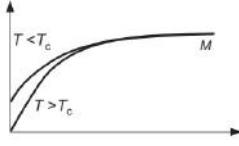
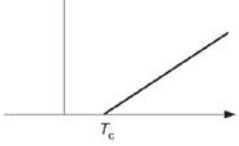
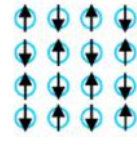
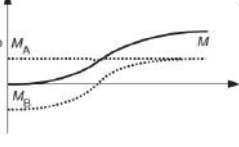
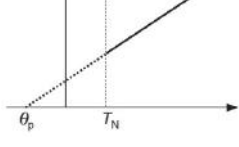
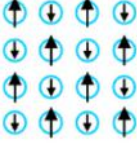
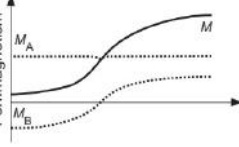
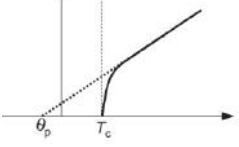
Como já mencionado, a matéria sempre reage a um campo magnético externo, porém, alguns detalhes não foram mencionados antes, somente foram apresentadas as ordens magnéticas na seção 2.2. A tabela 1 mostra os exemplos mais comuns de processos de magnetização com suas respectivas ordens magnéticas. Por uma questão de visualização, a tabela possui três colunas, a primeira coluna representando como seria a distribuição atômica da respectiva ordem magnética, a segunda coluna mostra como seria o gráfico experimental traçado campo magnético aplicado H por magnetização M , e a terceira coluna é o gráfico traçado, inverso da susceptibilidade χ^{-1} por temperatura T .

A parte do diamagnetismo presente na tabela 1 mostra na coluna de ordens magnéticas uma representação de uma material diamagnético ideal. Quando não há um campo magnético externo, esse material não possui nenhuma magnetização líquida. Porém quando há um campo externo, este exibe uma magnetização em sentido contrário ao aplicado no material. A coluna de $M \times H$ mostra uma magnetização negativa como também a coluna do inverso da susceptibilidade é negativa.

Na parte do paramagnetismo, quando se aplica o campo magnético nesse tipo de material, este apresenta uma magnetização positiva e quase constante, independente do campo magnético. A saturação pode ser observada em campos magnéticos muito altos. A representação atômica da ordem magnética passa a ideia que os momentos estão isolados e em sentidos aleatórios sem campo, que alinham-se quando o campo é aplicado. O inverso da susceptibilidade é uma linha reta como mencionado pela Lei de Curie acima.

Os ferromagnetos estão com seus momentos alinhados paralelamente. A sua curva de

Tabela 1 – Tipos de ordens magnéticas e seus processos de magnetização típicos. A primeira coluna mostra, idealmente, a configuração espacial dos momentos magnéticos no material. A segunda coluna mostra o diagrama $M \times H$ típico. A terceira coluna mostra o diagrama $\chi^{-1} \times T$ típico desses materiais.

Ordens Magnéticas	$M \times H$	$\chi^{-1} \times T$
		
		
		
		
		

Fonte: Adaptações de (22, 39, 40, 41).

magnetização típica é mostrada na segunda coluna da tabela 1. Esse material, alcança a saturação mais facilmente, as vezes em baixos campos e quando se retira o campo magnético externo, uma magnetização residual fica na amostra (a depender da dureza magnética do material). Tal característica é dito ser uma remanência, que será analisada adiante. No gráfico de $\chi^{-1} \times T$ é possível observar um ponto específico no eixo da temperatura, que é a temperatura de Curie T_C .

Tanto no caso do antiferromagnetismo, quanto no caso do ferrimagnetismo, suas ordens magnéticas com as representações atômicas são mostradas. Elas são muito similares mudando somente os módulos dos momentos no caso do ferrimagnetismo. O gráfico

$M \times H$ do antiferromagnetismo faz um S longo para campos muito altos. Porém sua amplitude de saturação é baixa em campos baixos. Um antiferromagneto pode ser facilmente confundido com um paramagneto. Somente com a curva do inverso da susceptibilidade que é possível definir que um material é antiferromagnético ou paramagnético. O gráfico $M \times H$ do ferrimagnetismo também faz um S , porém isso acontece em baixos campos, sendo possível confundi-lo com um ferromagneto. Essa dúvida somente é esclarecida após uma medida do inverso da susceptibilidade pela temperatura, como mostrado na tabela 1.

Histerese Magnética

Etimologicamente a palavra histerese significa atraso (2), o que no contexto do magnetismo significa que a resposta da magnetização está atrasada em relação ao campo magnético aplicado. No caso dos materiais de magnetismo coletivo (ferromagnético para ser exato), esses exibem um comportamento dito não linear. Quando se submete um material ferromagnético a um campo magnético aplicado ($\mathbf{H}$), que varia em um laço fechado, se observa um gráfico semelhante ao mostrado na figura 8. Nesta figura, são mostradas

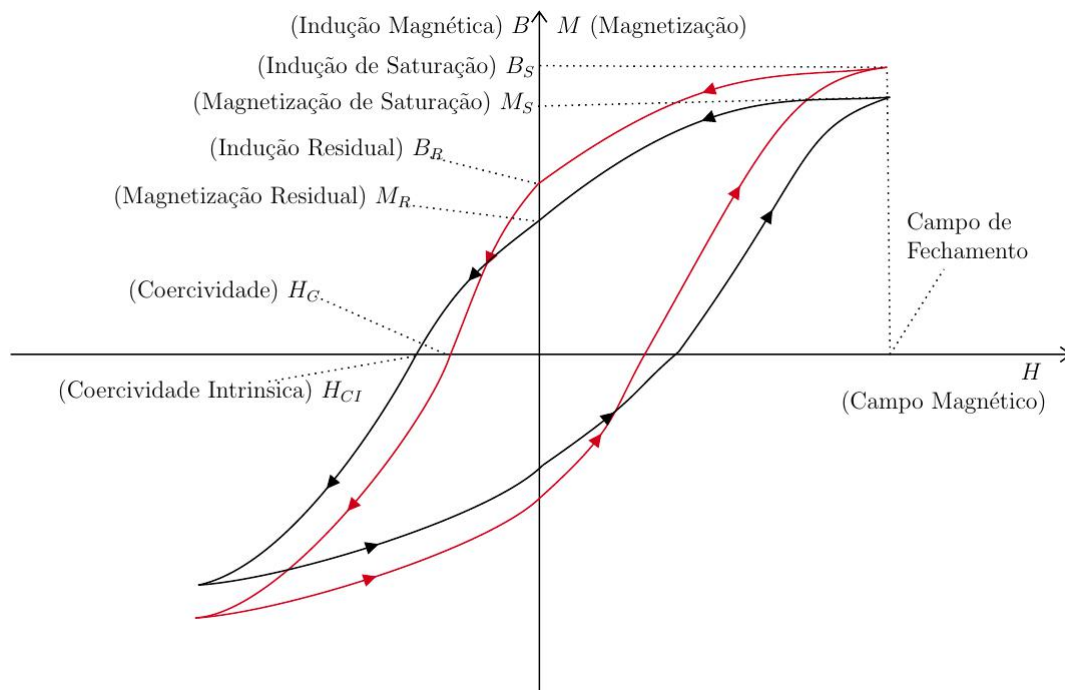


Figura 8 – Típica curva de histerese. A curva em preto mostra um laço de magnetização por campo magnético $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ e a curva em vermelho mostra um laço de indução magnética por campo magnético $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$.

Fonte: Autor.

duas curvas, uma sendo magnetização por campo magnético $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ e a outra sendo indução magnética por campo magnético $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$. Pode-se trabalhar tanto com a indução $\mathbf{B}$ (ver a equação 2.4 e 2.5) quanto com a magnetização $\mathbf{M}$. Geralmente, a indução é

preferida pelos engenheiros, pois o campo $\mathbf{B}$ caracteriza o comportamento magnético do material (amostra) imerso no campo magnético $\mathbf{H}$. Já a magnetização informa as propriedades magnéticas intrínsecas do material (20). Estas curvas mostradas na figura 8, são uma representação didática. Porém, é bom lembrar que não existe uma curva de histerese de um dado material, mas sim, a curva de histerese da amostra. Isto acontece pois a medida em um laço fechado de um ferromagneto em um campo magnético, é muito sensível à forma e estrutura interna da amostra. Então, por exemplo, não existe a histerese do material ferro, o que existe é uma histerese de uma amostra específica de ferro (2).

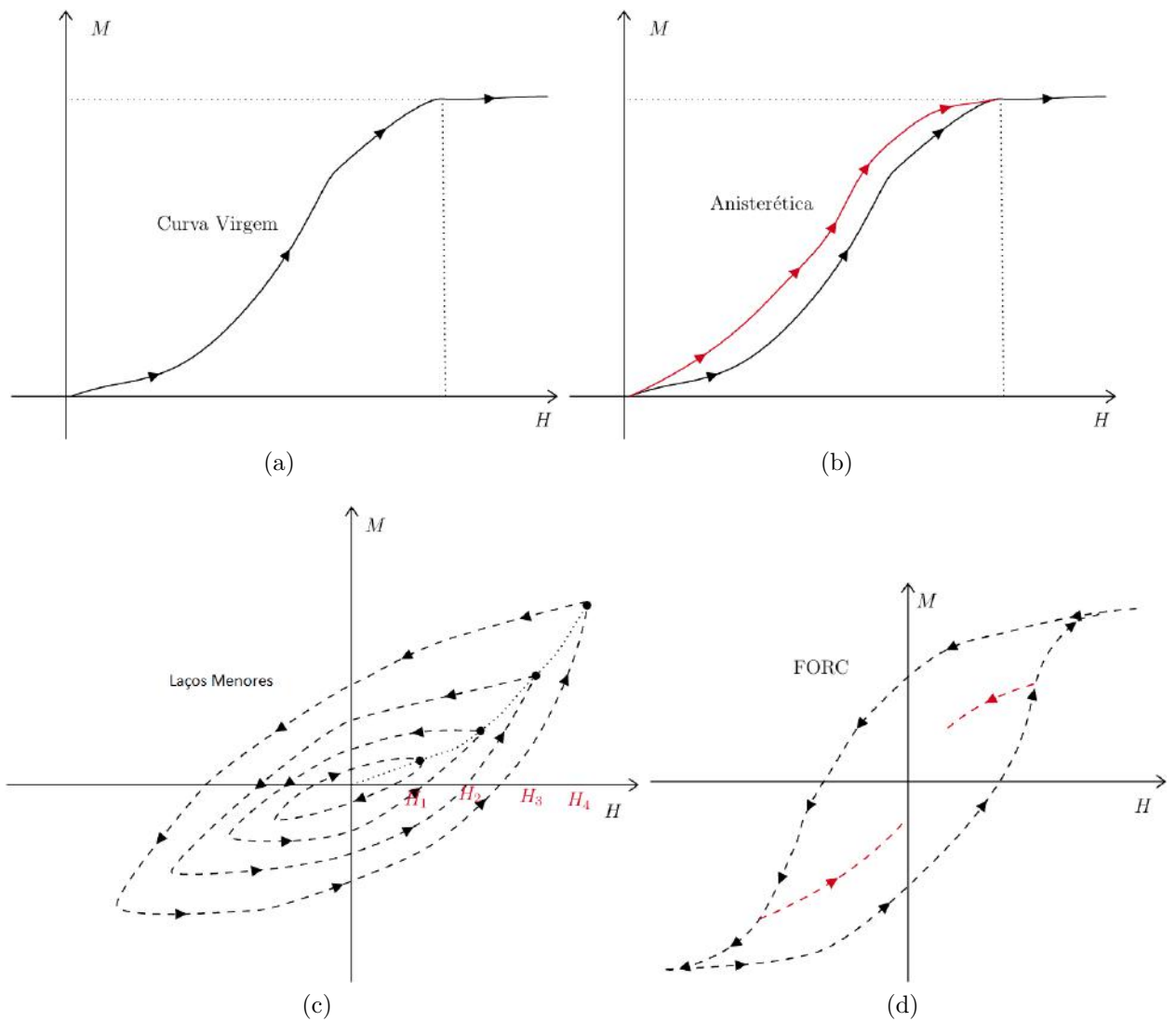


Figura 9 – A figura (a) é uma representação da curva virgem, (b) mostra a anisterética em vermelho e comparada com a curva virgem, (c) é ilustrado o típico comportamento de laços menores de histerese e em (d) as curvas em vermelhos são as FORCs.

Fonte: Adaptados das referências (20, 6, 1)

Desta forma, as curvas presentes na figura 8 são representações de quando se aplica

o campo magnético até a saturação, isto significa que por mais que se aumente o campo magnético acima do limite de fechamento, não haverá nenhum ponto fora do laço maior no diagrama $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ ou $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$. Nesse limite, a histerese formada é conhecida como *Laço Maior* ou *Major Loop*. Deve-se notar três pontos importantes na curva de histerese no laço maior. O primeiro é a magnetização de saturação $\mathbf{M}_S$ (seu paralelo na indução é a indução de saturação $\mathbf{B}_S$). O campo magnético H onde ocorre à saturação é conhecido como campo de fechamento. Outro ponto é o campo coercivo intrínseco⁴ $\mathbf{H}_{CI}$ (seu paralelo na indução é o campo coercivo $\mathbf{H}_C$). O último ponto aqui apresentado é a magnetização residual⁵ $\mathbf{M}_R$ (seu paralelo na indução é a indução residual $\mathbf{B}_R$).

Dentro do laço maior existem outras curvas que possuem um grande valor experimental e teórico, elas são a curva virgem ou normal, anistéretica, laços menores (*minor loops*) e a FORC. Tais curvas são mostradas na figura 9.

A curva virgem, figura 9a, é aquela grafitada no diagrama $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ do ponto que equivale ao estado desmagnetizado da amostra, ou seja, a amostra não exibe nenhum campo magnético externo até o ponto de saturação da amostra.

A figura 9c mostra os laços menores ou *minor loops*, onde o procedimento de medida consiste em medir até um certo valor de campo magnético menor que a saturação, por exemplo, medir até H_1 e reverter o campo até o valor de $-H_1$ e voltar até H_1 , assim fecha um laço menor de histerese. O mesmo acontece para H_2, H_3, H_4 e assim por diante até chegar no laço maior.

Em vermelho na figura 9d ilustra didaticamente o conceito de FORC um acrônimo para *First Order Reversal Curve* ou curva reversa de primeira ordem. Qualquer curva dentro do laço de histerese maior, cuja sua origem é um ponto pertencente a este laço maior é uma curva de primeira ordem, a palavra *reverse* significa que ela esta no sentido contrário ao do laço maior. Laços menores como descritos antes são curvas de ordem superior.

A curva anistéretica é uma curva que sai do estado desmagnetizado vai até a saturação também, porém ela passa por um procedimento na qual campos magnéticos contínuos e alternados são impostos na amostra tentando alcançar o estado de equilíbrio. A figura 10 ilustra como é medido cada ponto da curva anistéretica.

⁴ Também chamado por campo coercivo, porém, sistematicamente campo coercivo é para a curva de indução.

⁵ Pode ser chamada de remanescente, são sinônimos.

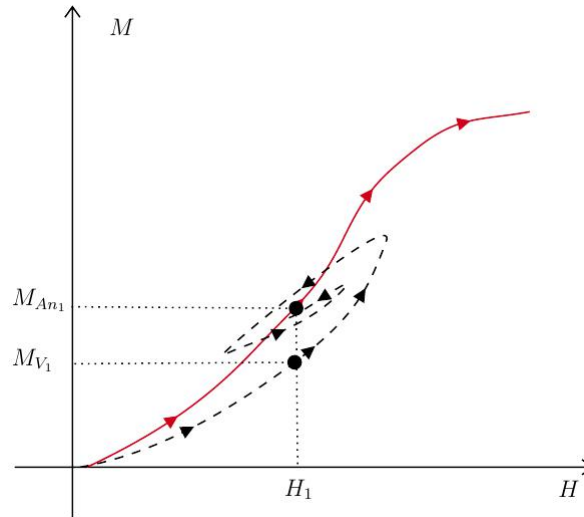


Figura 10 – Procedimento de medida da curva anisterética.

Fonte: Adaptado das referências (2, 42).

Trabalho de uma Histerese Magnética

Quando começa-se um laço de histerese em qualquer ponto da figura 8 e depois termina esse laço nesse mesmo ponto, o estado magnético do corpo não mudou. Pois as variáveis iniciais M e H (ou B e H) são as mesmas que terminaram o laço. Porém o campo magnético realizou trabalho por cada caminho que passou, ou seja, o campo magnético externo mudou a direção e sentido dos domínios magnético bem como moveu suas paredes ao longo do laço. Como é possível perceber, o caminho de ida e volta do laço de histerese não é o mesmo. Isto implica que os trabalhos realizados em cada caminho são diferentes, manifestando em uma área visível no diagrama $M \times H$. Segundo Jackson(43) e Reitz et al.(44) o trabalho realizado por um material que apresenta curva de histerese é:

$$W = \oint H dB. \quad (2.43)$$

Ou seja, a equação 2.43 mostra que a área de histerese é o trabalho realizado pelo material. Muitas vezes esse trabalho é dito ser uma ‘perda’ por histerese, pois quando o material ferromagnético é utilizado como núcleos de transformadores, esse trabalho é transformado em calor, ou seja, uma energia perdida. A perda por histerese é causada por mudanças irreversíveis na magnetização.

As perdas, ou trabalho, ocorrem para todos os laços fechados, como é o caso dos laços menores. O valor da permeabilidade inicial afeta somente a inclinação do laço mas não a área (20, 2).

3 MODELOS DE HISTERESE

3.1 Lei de Rayleigh

O primeiro que investigou o comportamento dos materiais magnéticos em campos baixos foi o Lord Rayleigh em 1887 (3). Para regiões de campos magnéticos baixos, por volta de 1 *Oe*, desde que o campo da terra não afete as medições, acredita-se que a magnetização muda inteiramente devido ao movimento das paredes de domínio, exceto, para partículas monodomínio. Esse intervalo de campos baixos é conhecido como *região de Rayleigh*. Ele mediu amostras de ferro e aço em campos considerados muito baixos, por volta de 4×10^{-5} a 4×10^{-2} *Oe*. Inicialmente, Lord Rayleigh encontrou que a permeabilidade magnética μ era constante e independente do campo magnético aplicado. Quando se aumentava a intensidade do campo magnético H a histerese aparecia e a permeabilidade magnética não era mais constante mas aumentava com H , da seguinte forma:

$$\mu = \mu_0 + \nu H \quad (3.1)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética inicial, e ν é conhecida como constante de Rayleigh. A relação mostrada na equação 3.1 é conhecida como *lei de Rayleigh*. Para campos muito pequenos o termo νH que acompanha a constante de Rayleigh pode ser negligenciada com respeito a μ_0 , o que explica a constância da permeabilidade encontrada por Rayleigh. Multiplicando a equação 3.1 por H , tem-se:

$$\mu H = B \Rightarrow B = \mu_0 H + \nu H^2 \quad (3.2)$$

que é a equação da curva de indução normal, na região de Rayleigh. O termo $\mu_0 H$ representa a parte reversível da curva de indução na equação 3.2, enquanto que o termo νH^2 seria a parte irreversível da curva de indução. Podem-se obter equações equivalentes para a magnetização, elas tornam-se:

$$\chi = \chi_0 + \left(\frac{\nu}{4\pi}\right) H, \quad (3.3)$$

$$M = \chi_0 H + \left(\frac{\nu}{4\pi}\right) H^2, \quad (3.4)$$

onde χ_0 é a susceptibilidade magnética inicial.

Rayleigh também propôs, após observações experimentais, que um ciclo de histerese pode ser descrito por duas parábolas:

$$B_{desc} = (\mu_0 + \nu H_{max}) H + \left(\frac{\nu}{2}\right) (H_{max}^2 - H^2), \quad (3.5)$$

$$B_{asce} = (\mu_0 + \nu H_{max}) H - \left(\frac{\nu}{2}\right) (H_{max}^2 - H^2), \quad (3.6)$$

onde H_{max} é o valor do campo máximo aplicado. O que muda entre as equações 3.5 e 3.6 é o sinal de mais e menos, representando tanto a porção descendente quanto a porção ascendente do ciclo de histerese.

A área pertencente ao ciclo de histerese representa a energia perdida para realizar esse ciclo, ou seja, o trabalho realizado W , como descrito na subseção 2.7 e resumido na equação 2.43. Assim, é possível calcular o trabalho feito nessa região de Rayleigh para um ciclo de histerese fazendo a subtração da porção descendente da parte ascendente e integral resto em H , nos intervalos de $-H_{max}$ até $+H_{max}$:

$$W = A, \quad (A = \text{Área})$$

$$A = \int_{-H_{max}}^{H_{max}} (B_{desc} - B_{asce}) dH, \quad (3.7)$$

$$A = \nu \int_{-H_{max}}^{H_{max}} (H_{max}^2 - H^2) dH, \quad (3.8)$$

$$A = \frac{4}{3} \nu H_{max}^3 \quad (3.9)$$

Isso significa que a perda de energia aumenta rapidamente com H_{max} , mas é independente de μ_0 .

3.2 Modelo de Stoner-Wohlfarth

O modelo de Stoner e Wohlfarth(4) é baseado na aproximação de partículas magnéticas únicas da teoria micromagnética estática mais geral (8). Este modelo foi desenvolvido para o caso de anisotropias uniaxiais (para redes hexagonais) e/ou por anisotropia de forma¹ de modo que as constantes anisotrópicas se somem, obtendo a anisotropia total do sistema

$$K_u = K_{cristal} + K_{Forma}, \quad (3.10)$$

$$\mathcal{E}(\hat{m}) = K_u \sin^2 \theta, \quad (3.11)$$

Como a anisotropia do cristal e de forma dependem da direção, elas são resumidas na equação 3.10. A equação 3.11 é a densidade de energia anisotrópica do sistema e θ é o ângulo entre o eixo de fácil magnetização e o vetor $\hat{m}$.

Esse modelo considera uma partícula pequena suficiente para que ela mantenha uma magnetização e um campo magnético uniforme (45). A figura 7a ilustra um exemplo desta situação. Como mencionado acima, o comportamento desta partícula é governado por dois termos de energia, a energia anisotrópica (equação 3.11) e a energia de interação com o campo externo, mostrada na equação 3.12

$$\mathcal{E}_a = -\mu_0 M_S \hat{m} \cdot \mathbf{H}_a, \quad (3.12)$$

¹ Ver seção 2.5

Assim, definidas as energias presentes neste sistema, a partícula de Stoner-Wohlfarth tem seu eixo de fácil magnetização esquematizado na figura 11 pela direção $h_{||}$, obviamente $h_{\perp}$ é a direção perpendicular ao eixo de fácil magnetização. A direção de $\hat{m}$ na figura representa a direção de magnetização dessa partícula e h_a é a direção do campo magnético externo aplicado a esta. O ângulo θ é formado entre as direções da magnetização $\hat{m}$ e o eixo de fácil magnetização enquanto que θ_H é o ângulo que o campo externo aplicado faz com o eixo de fácil magnetização.

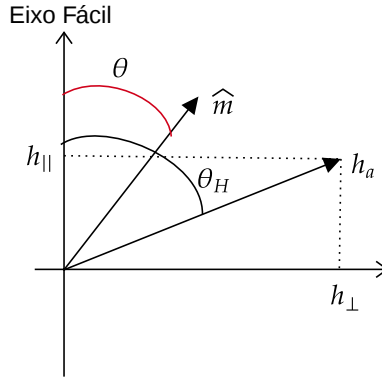


Figura 11 – Relação entre os eixos de anisotropia uniaxial, o vetor magnetização unitário $\hat{m}$, e o campo externo $\hat{h}_a$.

Fonte: Adaptado da referência (2).

Assim, tendo em mente os sistema mostrados na figura 11, a energia livre da partícula será dada como:

$$G_L(\theta, H_a) = V \left[K_u \sin^2 \theta - \mu_0 M_S H_a \cos(\theta - \theta_H) \right] \quad (3.13)$$

onde V é o volume da partícula. O sistema é descrito por uma variável de estado θ e por dois parâmetros de controle, H_a e θ_H . É conveniente escrever a equação 3.13 na forma adimensional, para isso, os dois lados da equação devem ser divididos por $2K_u V$, assim

$$\underbrace{\frac{G_L(\theta, H_a)}{2K_u V}}_{g_L} = \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta - \underbrace{\frac{\mu_0 M_S H_a}{2K_u}}_{h_a} \cos(\theta - \theta_H) \right], \quad (3.14)$$

$$g_L(\theta, h_a) = \frac{1}{2} \sin^2 \theta - h_a \cos(\theta - \theta_H), \quad (3.15)$$

Em vez de (θ_H, h_a) , será mais conveniente usar as componentes paralela e perpendicular do campo aplicado, como mostrado na figura 11, assim

$$\begin{aligned} h_{\perp} &= h_a \sin \theta_H \\ h_{||} &= h_a \cos \theta_H \end{aligned} \quad (3.16)$$

substituindo os parâmetros da 3.16 em 3.15, esta torna-se:

$$g_L(\theta, h_a) = \frac{1}{2} \sin^2 \theta - h_{\perp} \sin \theta - h_{\parallel} \cos \theta, \quad (3.17)$$

a equação 3.17 mostra a energia livre disponível nesse tipo de sistema, o processo de magnetização é governado pelas propriedades de estabilidade do sistema em diferentes campos externos. A figura 12 mostra a energia livre de Gibb's, da equação 3.17, quando $h_{\perp} = h_{\parallel} = 0$ e $h_{\perp} = h_{\parallel} = 0,5$.

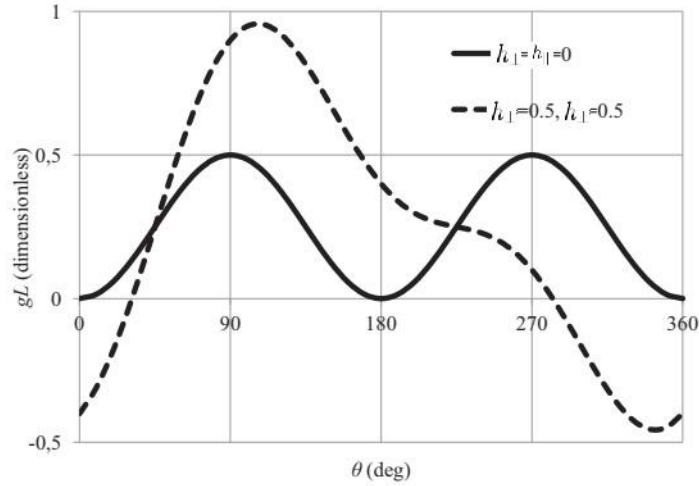


Figura 12 – Anisotropia uniaxial. Energia livre de Gibb's.

Fonte: Fonte (45).

Para encontrar os pontos de estabilidade, duas restrições serão impostas

$$\frac{\partial g_L}{\partial \theta} = 0, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 g_L}{\partial \theta^2} = 0, \quad (3.19)$$

Após uma série de procedimentos que permite estabelecer as componentes do campo reduzido como:

$$h_{\perp} = \sin^3 \theta, \quad (3.20)$$

$$h_{\parallel} = -\cos^3 \theta, \quad (3.21)$$

Deve-se observar as mudanças qualitativas em g_L quando nos movimentamos no espaço de controle representado pelo plano de coordenadas $h_{\perp}$ e $h_{\parallel}$. Se traçar a curva gerada pelas equações 3.20 e 3.21, o gráfico gerado é conhecido como astroide. Os ângulos dos estados de equilíbrio relativos, estável e instável, são dados pelas linhas tangentes ao astroide passando por H , conforme mostrado na figura 13. Uma importante observação, quando H se encontra dentro do astroide, quatro linhas tangentes à H são geradas, ou seja, dois pontos de estabilidade e dois pontos de instabilidade. Enquanto que, quando H esta fora do astroide, somente duas linhas tangentes são geradas, pertencentes a um ponto estável e ou outro ponto instável.

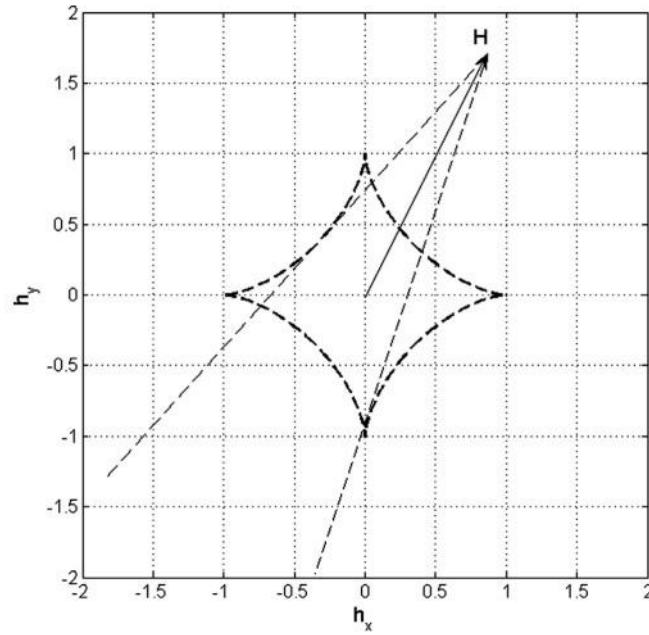


Figura 13 – O astroide de Stoner e Wohlfarth e as direções dos estados de equilíbrio.

Fonte: Fonte (45).

3.3 Modelo de Jiles-Atherton

A Magnetização Anisterética em um Material Isotrópico

Energia entre Domínios

A energia típica por unidade de volume em um domínio magnético com momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ imerso em um campo magnético $\mathbf{H}$, pode ser dada por:

$$E = -\mu_0 \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}. \quad (3.22)$$

Considerando um material sem direção preferencial, ou seja, o sólido tem um comportamento considerado magneticamente isotrópico. Nesse contexto, considerando o interior de um sólido ferromagnético, haverá uma interação (acoplamento) entre os domínios. A energia dessa interação pode ser expressa como um tipo de acoplamento proporcional à magnetização no sólido, tal conceito é expresso na equação 3.23

$$E = -\mu_0 \boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{H} + \alpha \mathbf{M}), \quad (3.23)$$

onde α é conhecido como **parâmetro de campo médio** e representa a interação entre domínios, podendo ser determinado experimentalmente (46). A energia por unidade de volume, descrita em 3.22 é então reescrita como:

$$E = -\mu_0 \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_e, \quad (3.24)$$

onde

$$\mathbf{B}_e = \mu_0 (\mathbf{H} + \alpha \mathbf{M}). \quad (3.25)$$

A equação 3.25 é um campo efetivo análogo ao campo médio de Weiss descrito na seção 2.3. Tendo isto em mente, no caso dos materiais isotrópicos, a magnetização $\mathbf{M}$ do material pode ser escrita como função do campo efetivo $\mathbf{B}_e$:

$$M = M_S f(B_e) \quad (3.26)$$

onde a letra f é uma função arbitrária do campo efetivo e M_S é a magnetização de saturação.

A expressão que descreve a magnetização 3.26, leva em conta o campo magnético $\mathbf{H}$ e a própria magnetização. É necessário ressaltar que a resposta da magnetização é considerada a média das interações do campo efetivo com todo o sólido. Observando que o termo de campo médio αM , representa uma distribuição estatística dos domínios magnéticos. Estes correspondem a um estado de energia estável, porém sem levar em conta a estrutura do material, por exemplo, sítios de impurezas ou inclusões não magnéticas (6). Assim, a equação 3.26 fornece subsídios para modelar a magnetização em um corpo ferromagnético no estado de equilíbrio global. Este equilíbrio existente em um sólido isotrópico ocorre quando já não há mudanças na magnetização. Esse estado de ‘magnetização de equilíbrio’ é chamada de ‘magnetização ideal’ ou ‘Anisterética²’. Este estado pode ser interpretado da seguinte forma: a histerese é formada devido aos defeitos de qualquer natureza no sólido, levando a fixação das paredes de domínio (*wall pinning*). Então, em um material isotrópico ideal (sem defeitos) não formaria histerese. Logo, o conceito de equilíbrio significa que as posições das paredes de domínios estão em equilíbrio com o campo magnético $\mathbf{H}$ aplicado. Resumindo, uma curva anisterética representa o deslocamento das paredes de domínios em equilíbrio, ou seja, as forças que existem no sistema quando há o deslocamento destas são nula. Assim, a magnetização anisterética é um estado reversível do material (42). A figura 9b mostra didaticamente um típico caminho traçado no diagrama $M \times H$ dessa curva. Tendo em vista o reconhecimento da existência de um estado de equilíbrio representado pela grandeza da magnetização e lembrando que esta mesma pode ser expressa como função do campo efetivo B_e . A equação 3.26 pode ser escrita para uma anisterética como:

$$M_{An}(B_e) = M_S f(B_e) \quad (3.27)$$

o formato da função f é mostrado na subseção a seguir.

Função e Medidas da Anisterética

Segundo Jiles (42), a eliminação de todos os defeitos de um sólido não é muito praticável, entretanto há um método para se obter a magnetização anisterética. Tal método é mostrado na figura 10. Isto é alcançado através da aplicação de um campo magnético alternado em intensidade sobreposto ao um campo magnético contínuo. Quando o campo

² Referente a Anisterese, ou seja, sem histerese.

alternado magnético é aplicado a histerese é removida gradualmente e a magnetização converge em um valor anisterético. Esse procedimento pode ser interpretado como “sacudir” a magnetização, de modo a superar as ‘forças de atrito’ internas e atingir seu valor de equilíbrio. A equação de Langevin modificada para um material ferromagnético é ideal para representar uma curva anisterética. Esta curva no diagrama $M \times H$ pode ser, então, mostrada para apresentação. A equação que representa esta curva é escrita da seguinte forma:

$$M_A = M_S \left[\coth \left(\frac{\mu_0 \mu \mathbf{B}_e}{K_B T} \right) - \frac{K_B T}{\mu_0 \mu \mathbf{B}_e} \right] \quad (3.28)$$

Trabalho das Paredes de Domínios

O trabalho realizado por um campo magnético em um material ferromagnético pode ser escrito na seguinte forma (6),

$$\begin{aligned} W_{\text{Trabalho do Campo}} &= \int \mathbf{H} d\mathbf{B}, \\ W_{\text{Trabalho do Campo}} &= \underbrace{\frac{1}{\mu_0} \int \mathbf{B} d\mathbf{B}}_{\text{Trabalho do Campo Magnético}} - \underbrace{\int \mathbf{M} d\mathbf{B}}_{\text{Trabalho da Amostra}}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

da equação 3.29, o termo de interesse é somente o trabalho que o campo realiza na amostra. Levando em conta que na curva anisterética não há energia sendo dissipada, então o trabalho que o campo magnético realiza na amostra no estado anisterético é mostrado na equação 3.30:

$$\begin{aligned} \int \mathbf{M} d\mathbf{B} &= \int M_A dB \\ \int \mathbf{M} d\mathbf{B}_e &= \int M_A dB_e \end{aligned} \quad (3.30)$$

No modelo isotrópico de Jiles-Atherton(6, 7), a dissipação de energia ocorre porque durante o movimento das paredes de domínios, estas são fixadas por defeitos que existem na amostra, fenômeno já citado acima conhecido como *fixação de parede* ou *wall pinning*. Tal representação de movimento é ilustrada na figura 14. Nesta figura há um deslocamento da parede de domínio com 180° para a direita. Os dois domínios estão em sentidos opostas. A parede tem seu deslocamento dificultado devido a dois defeitos pontuais, ocasionando que elas se curvem (abaular). Conforme se aumenta a intensidade do campo magnético esses defeitos serão superados.

Segundo Jiles e Atherton(6) a energia devido a fixação (*pinning*) em uma magnetização imposta na amostra é:

$$E_{pin} = k \int_0^M dM, \quad (3.31)$$

$$k = \frac{n < \epsilon_\pi >}{2\mu}, \quad (3.32)$$

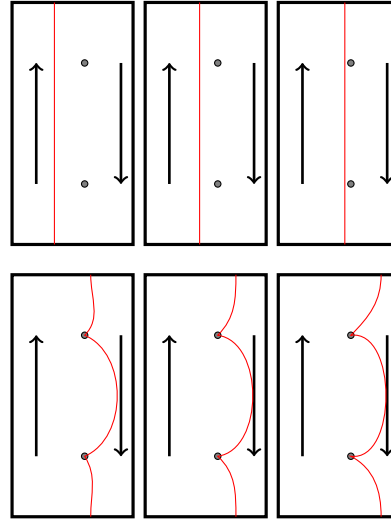


Figura 14 – Movimento de uma parede de domínio para à direita, onde dois defeitos impedem o seu movimento, abaulando a parede.

Fonte: Autor.

aonde n é o número de defeito de fixação, $\langle \epsilon_\pi \rangle$ a média de energia por esse defeitos. Portanto, sob as premissas que há uma distribuição uniforme dos locais de fixação, e tratando cada um como tendo em que a energia média de fixação. O trabalho total realizado contra fixação é proporcional à mudança na magnetização, ou seja, o trabalho realizado na amostra é a diferença entre a energia anisterética e a energia dissipada pelos defeitos de fixação, então fazendo a diferença das equações 3.30 e 3.32, tem-se:

$$\int M dB_e = \int M_A dB_e - k \int \left(\frac{dM}{dB_e} \right) dB_e, \quad (3.33)$$

derivando a equação 3.33 em relação a B_e ,

$$M = M_A - \delta k \frac{dM}{dB_e}, \quad (3.34)$$

o parâmetro $\delta = 1$ se $\frac{dH}{dt} > 0$, ou seja, se H aumentar e $\delta = -1$ se $\frac{dH}{dt} < 0$, ou seja, se H diminuir. A equação 3.34 está escrita em termos de B_e , com alguns procedimentos matemáticos ela torna-se

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{\delta k - \alpha(M_A - M)} (M_A - M). \quad (3.35)$$

A equação 3.35 mostra que, além da perturbação devida ao acoplamento da magnetização, expressa pelo coeficiente α , a taxa de variação da magnetização M em relação ao campo magnético H é proporcional ao deslocamento do anisterético ($M_A - M$) (7, 6, 47, 48).

O modelo de Jiles e Atherton(6) tem como consideração que a magnetização da amostra é uma contribuição da *magnetização reversível* e da *magnetização irreversível*

$$M = M_{rev} + M_{irr}, \quad (3.36)$$

onde a magnetização reversível é definida como

$$M_{rev} = c(M_A - M). \quad (3.37)$$

A equação 3.37 mostra a constante c que é a razão entre a susceptibilidade inicial da curva virgem e a susceptibilidade inicial da anisterética. A componente irreversível da magnetização é a equação 3.35, assim

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{1}{\delta k - \alpha(M_A - M_{irr})}(M_A - M_{irr}), \quad (3.38)$$

diferenciando a equação 3.37 em relação a H :

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_A}{dH} - \frac{dM}{dH} \right). \quad (3.39)$$

Somando as equações 3.38 e 3.39, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dH} &= \frac{1}{(1+c)} \frac{1}{\delta k - \alpha(M_A - M)}(M_A - M) \\ &\quad + \frac{c}{(1+c)} \frac{dM_A}{dH}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

A equação 3.40 representa a dinâmica de magnetização no modelo de Jiles e Atherton.

3.4 Modelo de Preisach

A origem do modelo clássico de Preisach está no seminal artigo (5) de 1935, feito de forma puramente intuitiva. É baseado em hipóteses plausíveis sobre o conhecimento físico da magnetização na época. Por esse motivo, o modelo de Preisach pode ser considerado o primeiro modelo físico de histerese (1). Nesse sentido, esse modelo pode ser entendido como uma ferramenta matemática que pode ser usado na descrição das histereses das mais diferentes naturezas físicas.

O modelo de Preisach considera que existe um operador de histerese $\mathcal{M}(H_d, H_u)$ e que cada um desses operadores são representados por um ciclo retangular no diagrama $M \times H$, como mostrado na figura 15.

A comutação dos campos magnéticos de entrada H_d e H_u são do tipo *down* e tipo *up*. É assumido que sempre $H_u \geq H_d$ e m_s é o momento magnético idêntico em todas as partículas. Logo, as seguintes operações podem ser definidas:

$$\mathcal{M}(H_d, H_u)H(t) = +m_s, \quad (3.41)$$

$$\mathcal{M}(H_d, H_u)H(t) = -m_s. \quad (3.42)$$

A equação 3.41 é o operador de histerese aplicado a um campo magnético $H(t)$ com t sendo o tempo, tendo como resultado o momento magnético *up* com valor equivalente a

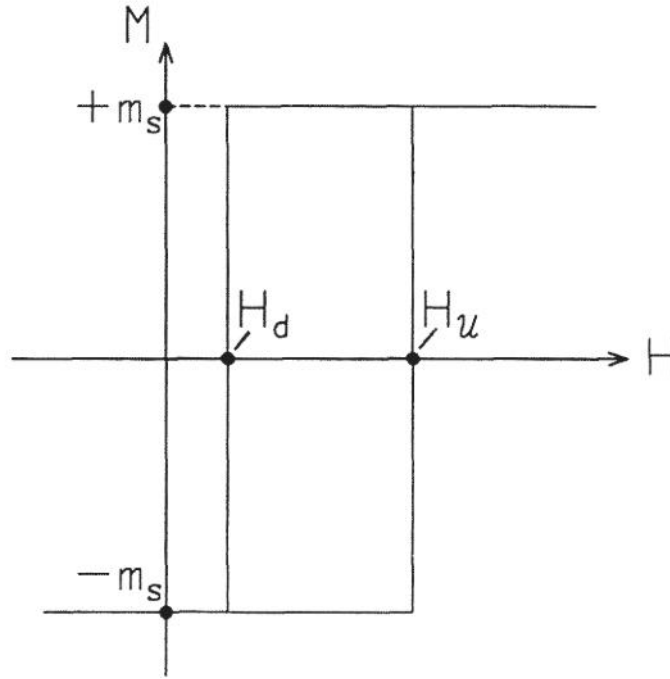


Figura 15 – Representação do operador $\mathcal{M}(H_d, H_u)$, com os campos de entrada H_d e H_u de saída $+m_s$ e $-m_s$.

Fonte: Retirado da referência (1) .

$+m_s$. O outro caso é colocado na equação 3.42 para o resultado do momento magnético *down* com valor equivalente a $-m_s$.

A magnetização total do sistema pode ser entendida com a seguinte definição:

$$M(t) = \iint_{H_u \geq H_d} \phi(H_d, H_u) \mathcal{M}(H_d, H_u) H(t) dH_d dH_u \quad (3.43)$$

A função $\phi(H_d, H_u)$ é uma função peso que pode ser entendida como uma função de distribuição estatística dos operadores, ela também é chamada de Função de Preisach. Essa função é diferente para cada amostra (49, 48, 50).

Segundo Mayergoyz(1), a definição “magnética” do modelo de Preisach sugere alguma relação com as realidades físicas. Por exemplo, como partículas magnéticas e suas distribuições espaciais. Por essa razão, o modelo de Preisach é considerado um modelo físico. No entanto, existem algumas dificuldades intrínsecas com relação a essa interpretação. Na verdade, as partículas magnéticas devem ter algumas características da realidade, então, suas formas geométricas e localizações espaciais mútuas, afetariam o valor da magnetização, mas, na definição “magnética” do modelo de Preisach, não há qualquer referência às localizações espaciais das partículas ou às suas formas.

Interpretação Geométrica do Modelo de Preisach

A investigação matemática do modelo de Preisach é facilitada por sua interpretação geométrica. Para isso, é considerado que o operador $\mathcal{M}(H_d, H_u)$ possui um ponto representado no diagrama $H_d \times H_u$.

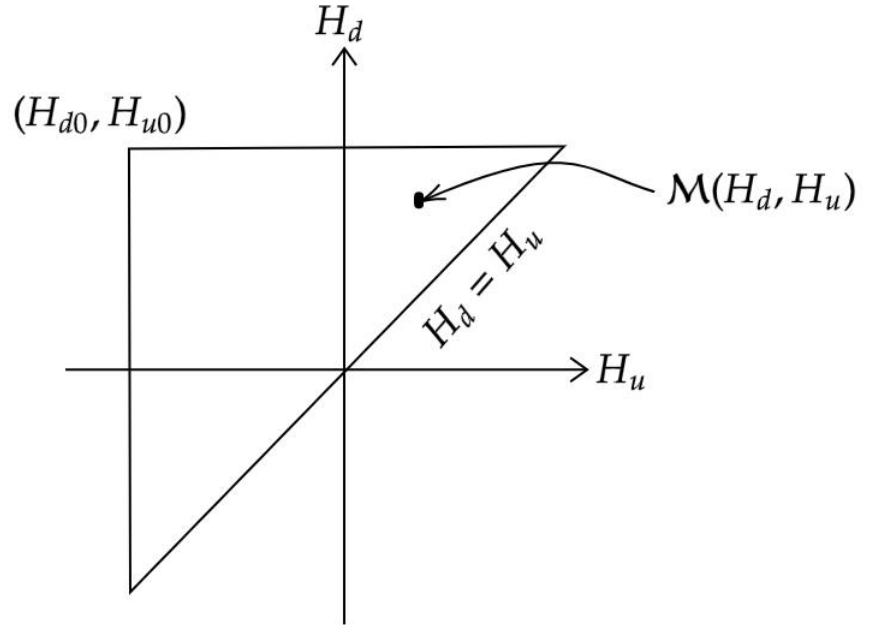


Figura 16 – Triângulo de Preisach.

Fonte: Retirado da referência (1) .

Assim, a distribuição de pontos H_d e H_u que existir nesse triângulo, representa um estado específico de magnetização do material.

4 METODOLOGIA

4.1 Preparação das Amostras

A preparação para caracterização das ligas tipo Maraging-400 ($BalFe_{13}Ni_{15}Co_{10}Mo_0,2Ti$) e Permalloy ($79Ni_{21}Fe$), e dos metais puros – Fe, Ni e Co - foi conduzida a partir dos precursores – na forma de pedaços (*pelets*), todos da marca Alfa-Aesar - listados na tabela 2 apresentada abaixo.

Tabela 2 – Precursores utilizados na preparação das amostras.

Metal	Pureza nominal
Fe	99,97%
Co	99,90%
Ni	99,90%
Mo	99,95%
Ti	99,95%

Para as amostras de Maraging-400 e Permalloy, como também para as amostras de metais puros, os elementos precursores foram cortados do material como-recebido, com massas pré-determinadas. A seguir, foram fundidos individualmente, em um forno a arco (figura 17), sob atmosfera de argônio. Para as ligas, reuniu-se posteriormente os metais através de mais uma fusão, tomando-se o cuidado de, antes, pesar novamente cada metal (de forma a garantir a correta composição). O produto final (pedaços de, aproximadamente, 1 grama) foi refundido ao menos três vezes, visando maximizar a homogeneidade da liga. Depois de fundidas, as amostras – ligas ou metais puros - foram laminadas em temperatura e pressão ambiente (espessura aproximada de $1mm$) e posteriormente submetidas a tratamentos térmicos. A temperatura, tempo e atmosfera utilizadas em cada amostra são mostradas na tabela 3. Especificamente para o Maraging-400, a condição de tratamento térmico (usando um forno tubular, figura 18) escolhida – i.e., temperatura = $1050\text{ }^{\circ}C$ e tempo = 2 h foi aquela apontada na literatura como adequada à solubilização no campo austenítico(10).

Para o procedimento da fase de envelhecimento, aplicados apenas nas amostras de aço Maraging-400, estas foram submetidas às temperaturas de 480, 580 e $650\text{ }^{\circ}C$ e tempos de tratamento de 3, 6 e 12 h . Estas temperaturas e tempos também foram selecionados com base em dados da literatura (10). No fim de cada envelhecimento, a amostra de Maraging-400 foi removida do forno e resfriada naturalmente ao ar, em temperatura ambiente. Desta

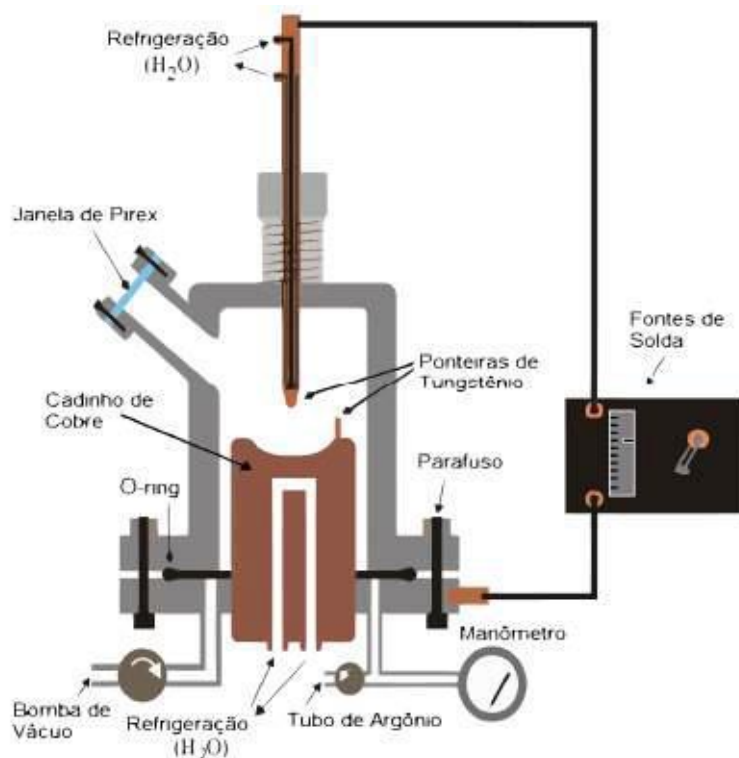


Figura 17 – Esquema do forno a arco utilizado na preparação das amostras.

Fonte: Retirado da referência (10).

Tabela 3 – Temperatura, tempo e atmosfera utilizada no tratamento.

Amostra	Temperatura ($^{\circ}C$)	Tempo (horas)	Atmosfera
Maraging-400	1050	2	livre
Alnico 2	800	2	livre
Permalloy	1050	2	argônio
Fe	800	2	argônio
Co	800	2	argônio
Ni	800	2	argônio

forma, foi preparado um conjunto de dez amostras de Maraging-400: uma solubilizada e nove envelhecidas.

A amostra de Alnico 2 foi preparada a partir de uma peça em formato de paralelepípedo, adquirida comercialmente. Para a caracterização, seccionou-se uma lâmina que, na sequência, foi tratada termicamente em uma mufla, em atmosfera livre, por uma hora a $800^{\circ}C$. Posteriormente, a lâmina foi cuidadosamente lixada até a espessura de $0,07\text{ mm}$.

Após os tratamentos térmicos, as laminações ou cortes, todas as amostras foram lixadas até a espessura aproximada de $0,1\text{ mm}$ e em sequência, foi realizado uma caracterização por difração de raios X (ver descrição metodológica no Apêndice C). Uma vez caracterizadas por esta técnica, as mesmas lâminas foram mais uma vez lixadas e, também,

cuidadosamente polidas até atingirem uma espessura de, aproximadamente $\approx 0,07\text{ mm}$ para a caracterização Mossbaüer (somente amostras contendo ferro) e técnicas de magnetização, afim de minimizar os efeitos desmagnetizantes. As amostras contendo ferro foram caracterizadas por Espectroscopia Mossbaüer (ver descrição metodológica no Apêndice C) (i.e., excepto as amostras elementares de *Ni* e *Co*). Na sequência, discos de raio de aproximadamente 3 mm foram recortados das lâminas caracterizadas por Espectroscopia Mossbaüer, para caracterização por técnicas de magnetização.

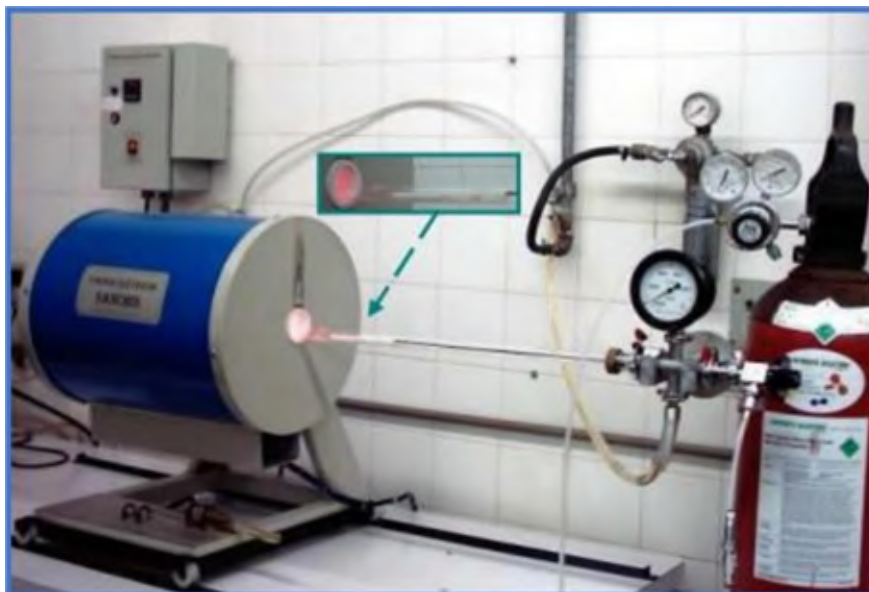


Figura 18 – Forno tubular utilizado nos tratamentos térmicos de solubilização e envelhecimento. As atmosferas escolhidas são informadas na tabela 3.

Fonte: Foto do Grupo de Materiais Especiais.

4.2 Técnicas de Caracterização

As amostras foram caracterizadas por difração de raios-X (DRX), espectroscopia Mossbaüer (EM) e técnicas de magnetização. As duas primeiras foram realizadas para caracterizar estruturalmente as amostras estudadas. Por não representarem parte essencial do presente trabalho, estão descritas no Apêndice C.

Medidas Magnéticas

As medidas de magnetização apresentadas neste trabalho foram realizadas no Laboratório Multiusuário de Caracterização Magnética de Materiais (LabCAM) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), usando um magnetômetro de amostra vibrante (VSM), com sensibilidade de 10^{-7} emu (figura 19). O equipamento opera com campos de até 20 kOe e possibilita variação angular (i.e., ângulo entre a direção do campo aplicado

e um eixo escolhido para a amostra) com precisão de $0,2^\circ$. Detalhes do funcionamento do VSM são descritos no apêndice D.

Para todos os sistemas estudados, as curvas de magnetização - $M(\text{emu}/\text{cm}^3)$ - versus campo magnético aplicado - $H_{ap}(\text{Oe})$ - foram obtidas à temperatura ambiente, com as amostras inicialmente desmagnetizadas. Laços menores (*minor loops*) foram medidos aumentando progressivamente o campo aplicado máximo no ciclo, até atingir a saturação magnética da amostra (tabela 4). Para evitar os efeitos do relaxamento, os pontos da curva $M(H_{ap})$ foram coletados em intervalos de tempo médios de 15s.

Tabela 4 – Campos escolhidos para as medidas dos laços menores.

Intervalo de H_{max} (Oe)	Passo entre H_{max}	Passo no Laço menor
0 – 100	10 Oe	5% de H_{max}
100 – 500	20 Oe	5% de H_{max}
500 – 1000	100 Oe	5% de H_{max}
1000 – Saturação	500 Oe	5% de H_{max}

Os dados obtidos a partir desta técnica de caracterização foram analisados para as amostras de aço Maraging-400 e Alnico 2, utilizando curvas de indução magnética $B(\text{Gauss})$ versus Campo Magnético Aplicado $H_{ap}(\text{Oe})$. A grandeza B foi calculada através da expressão 2.4 apresentada no capítulo 2 e escolhido em detrimento de M por ser a grandeza magnética preferida entre os metalurgistas que estudam aços. Por outro lado, a liga Permalloy e os metais puros (Fe , Ni , Co), foram estudados a partir de $M(\text{emu}/\text{cm}^3)$ versus $H_{ap}(\text{Oe})$, de forma a incluir, no presente trabalho, uma grandeza magnética mais utilizada entre os físicos da área de magnetismo. A grandeza M foi calculada utilizando a equação 2.3 da revisão do capítulo 2, pois o VSM apresenta a resposta do campo magnético aplicado como momento magnético $m(\text{emu})$ e o volume da amostra foi calculada a partir de sua massa em gramas $[g]$ e a densidade nominal da amostra, dada em gramas por centímetros cúbicos $[g/\text{cm}^3]$. Foi considerado também para o cálculo de H , o fator de desmagnetização ($N_d \approx 0,01$); considerando as dimensões da amostra e os dados da figura 2.30 da referência Cullity e Graham(20), do corpo de prova usado na medição magnética.

A reprodutibilidade experimental dos laços menores foi testada para algumas amostras, medindo-se sequencialmente e repetidas vezes o mesmo laço.

4.3 Análise Numérica dos Laços Menores de Histerese

Os laços menores experimentais foram ajustados separadamente, para os ramos ascendentes e descendentes da histerese. Para tal, utilizou-se polinômios de diferentes graus, tendo $H(\text{Oe})$ como variável independente e $B(\text{Gauss})$ ou $M(\text{emu}/\text{cm}^3)$ variável dependente. Para todos os laços de cada amostra, os monômios dos ramos ascendente e des-



Figura 19 – Magnetômetro de amostra vibrante utilizado nas medidas de magnetização. (EV9 - Microsence).

cedente foram calculados. Como critério geral, apenas os termos com pesos superior a 1% no valor de M_{desc} e M_{asc} (ou B_{desc} e B_{asc}) foram mantidos, assim definindo o grau do polinômio utilizado na análise. Uma exceção foi aplicada ao polinômio de grau 2, o mínimo utilizado nos ajustes; os casos em que o grau de polinômio é maior que 2 podem ser considerados uma generalização do modelo de Rayleigh, uma vez que “extrapolaram” a lei parabólica proposta por ele para histerese (3). Este procedimento foi realizado para laços menores até o campo máximo utilizado em aplicações práticas, ou seja, até o campo de fechamento. Para esses ajustes utilizou-se um software gráfico comercial Origin 9.0.

Uma vez que os laços foram ajustados, as grandezas magnéticas, tais como indução residual B_r , campo coercivo H_c , magnetização residual M_r e as áreas dos laços menores, foram obtidos por meio de interpolação, raízes das equações ou por meio de inspeção direta da curva ajustada. Para cada amostra, foi traçado um gráfico da áreas dos laços menores pelo campo máximo do laço. As áreas foram calculadas através da diferença das áreas dos ramos descendentes com os ascendentes.

5 RESULTADOS

5.1 Maraging-400

As figuras 20, 21 e 22 mostram os laços menores das amostras de Maraging-400 tratadas termicamente a $480\text{ }^{\circ}\text{C}$ durante os tempos de 3, 6 e 12 horas. As curvas são de indução magnética B em função do campo magnético aplicado H . Em cada figura apresentada, os laços menores começam em $H_{max} = 10\text{ Oe}$ e vão até $H_{max} = 500\text{ Oe}$. Como esperado, conforme o campo máximo H_{max} cresce, também aumentam a coercividade H_C , a indução residual B_r e as áreas dos laços menores. Em cada figura há um gráfico inserido (*inset*), mostrando uma ampliação da parte central das medidas.

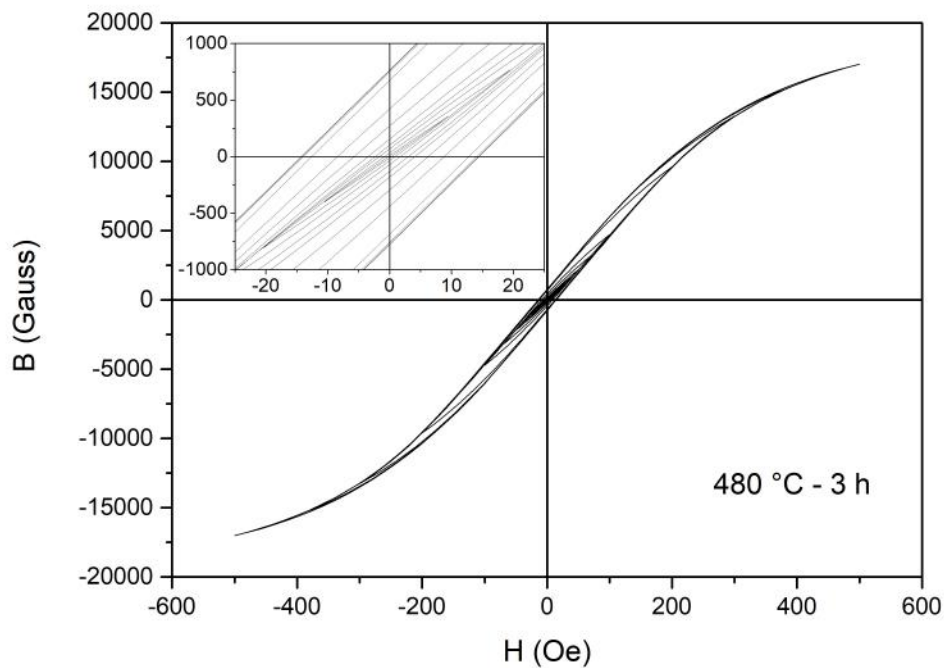


Figura 20 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a $480\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 3 horas.

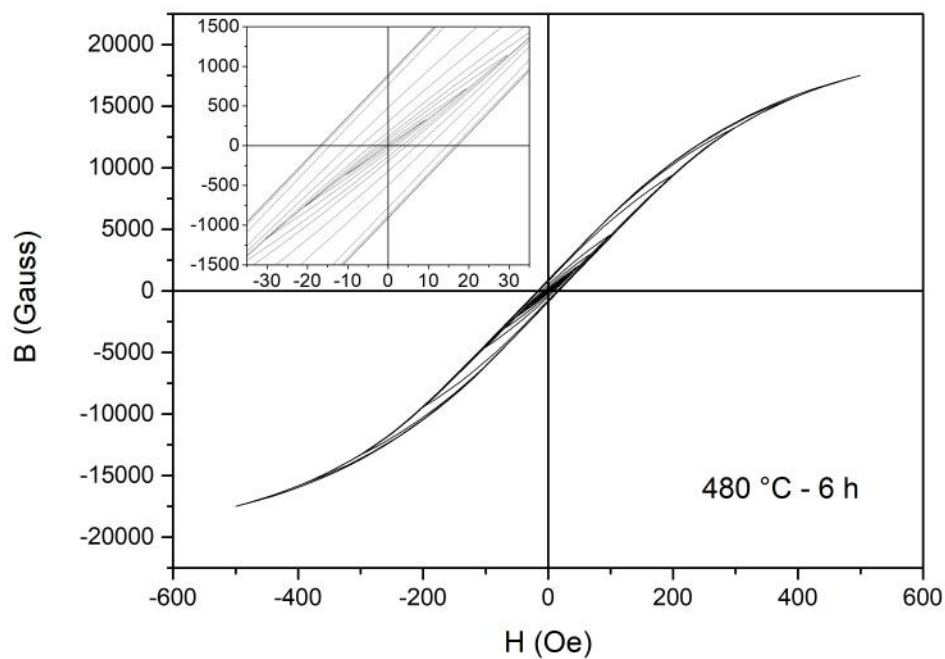


Figura 21 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 480 °C por 6 horas.

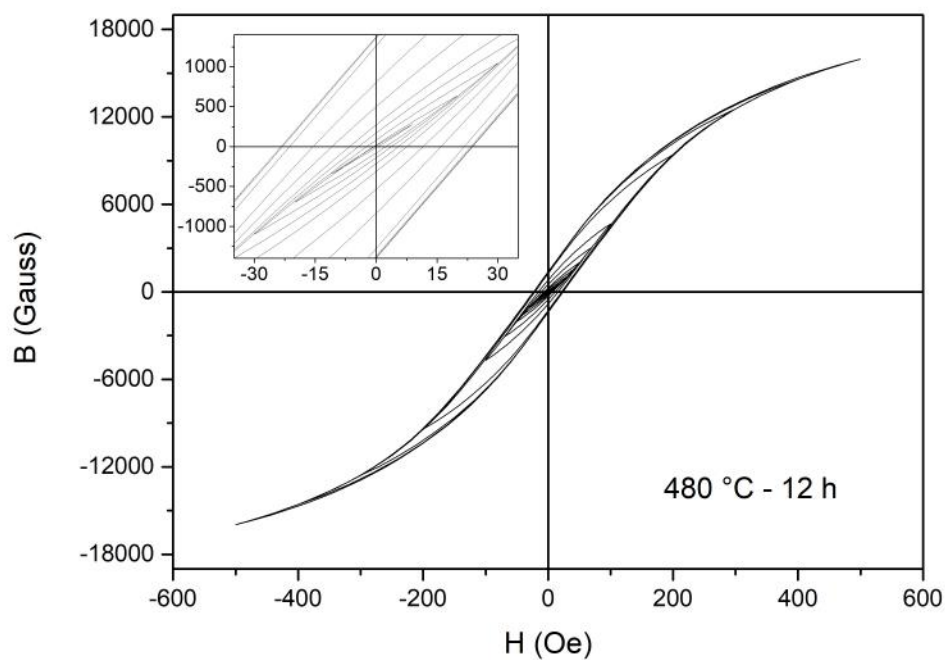


Figura 22 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 480 °C por 12 horas.

As figuras 23, 24 e 25 mostram os laços menores da amostra Maraging-400, envelhecida à $580\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 3, 6 e 12 horas. Fazendo uma comparação com os laços menores das amostras anteriores, é possível observar um aumento nas áreas das curvas de histerese das amostras envelhecidas à $580\text{ }^{\circ}\text{C}$.

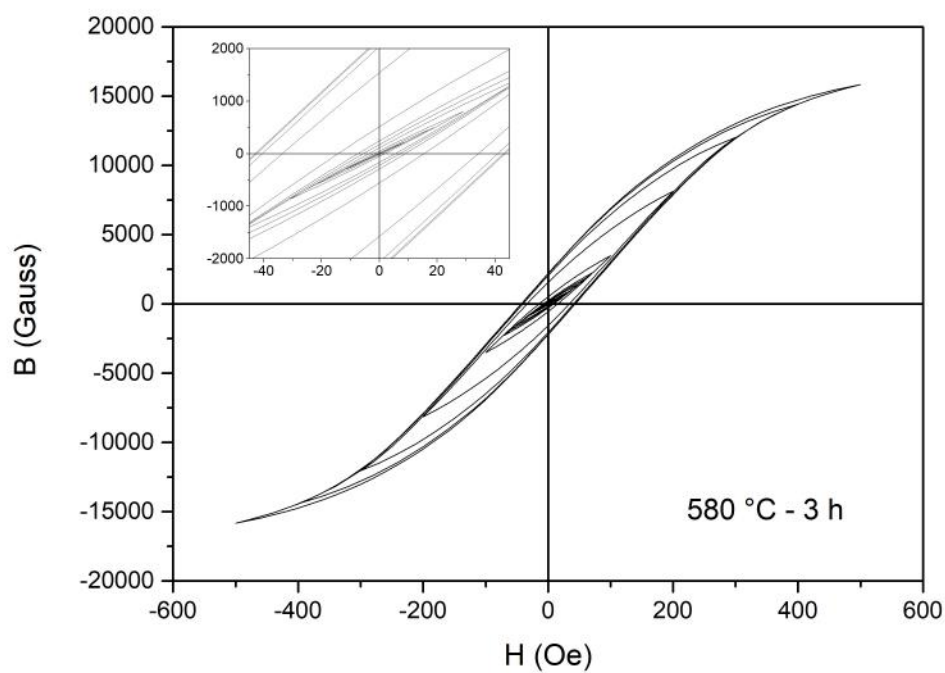


Figura 23 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a $580\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 3 horas.

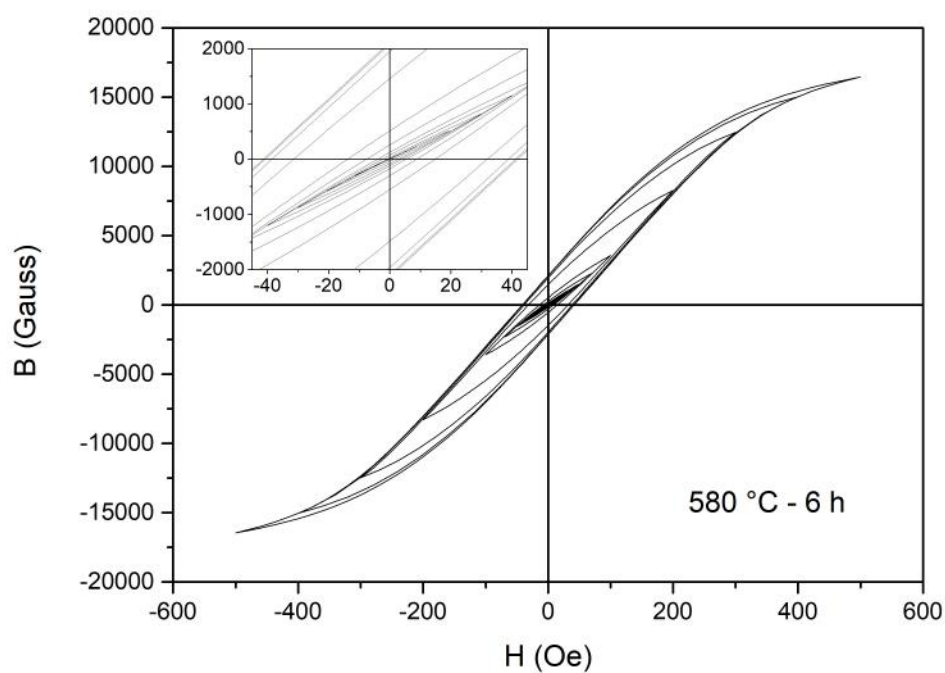


Figura 24 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 580 °C por 6 horas.

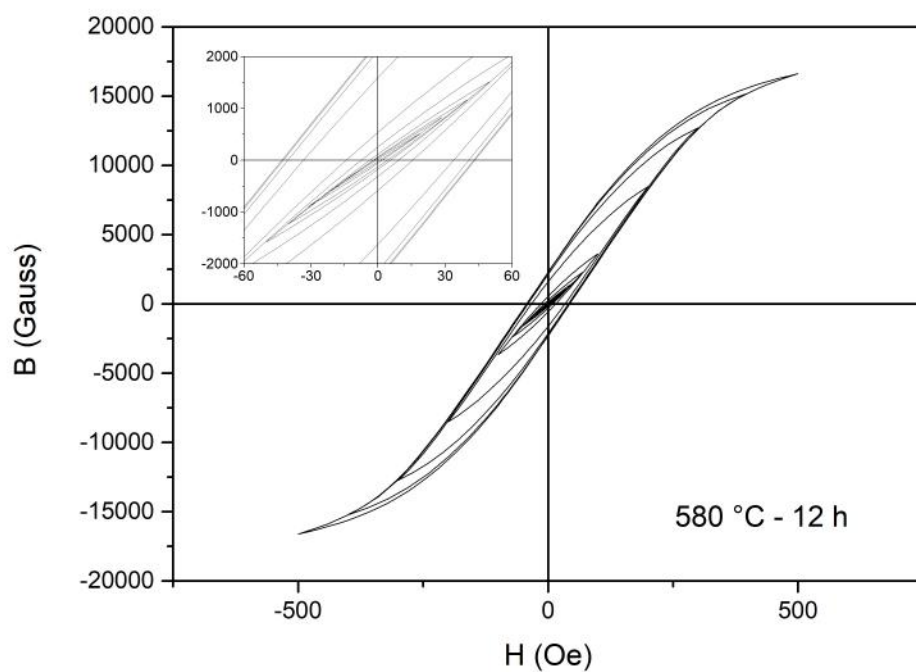


Figura 25 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a 580 °C por 12 horas.

As figuras 26 e 27, apresentam os laços menores das amostras de Maraging-400 que foram envelhecidas à $650\text{ }^{\circ}\text{C}$ por tempos de 3 e 12 horas. Observa-se nessas amostras, que para campos menores as áreas dos laços não significativamente. Entretanto, para campos acima de 150 Oe , há aumento abrupto na magnitude dessas áreas.

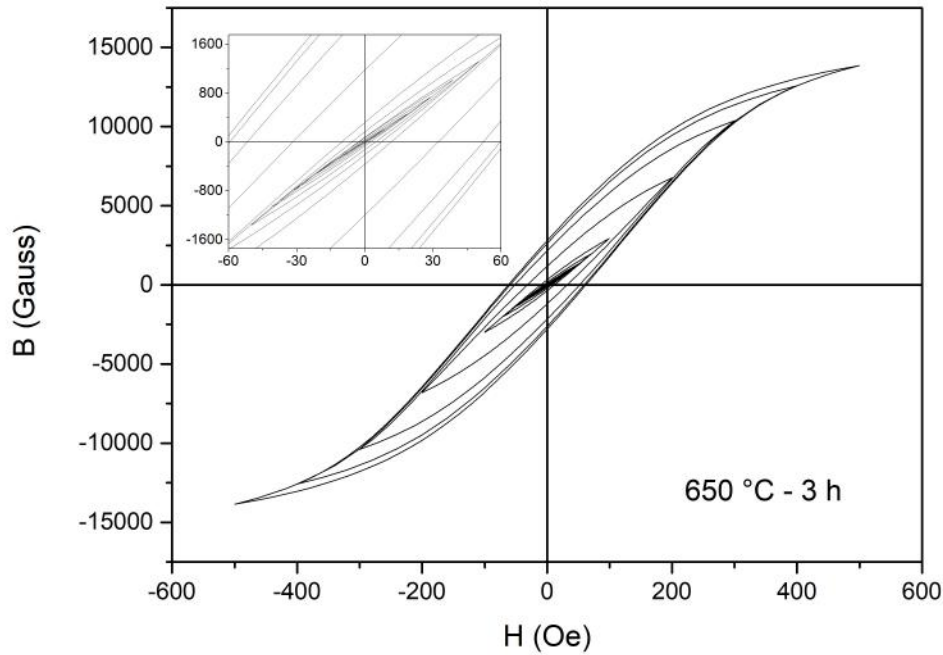


Figura 26 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a $650\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 3 horas.

Em todas as figuras, (i.e., 20 - 27) é possível verificar que a temperatura de envelhecimento é a condição de maior efetividade para o aumento das áreas de histerese em cada amostra. O tempo de envelhecimento também induz mudanças visíveis nas áreas das histereses, principalmente as envelhecidas a $480\text{ }^{\circ}\text{C}$, ou seja, o “endurecimento” magnético é maior para maiores temperaturas e tempos de envelhecimento, dentro dos limites aqui empregados.

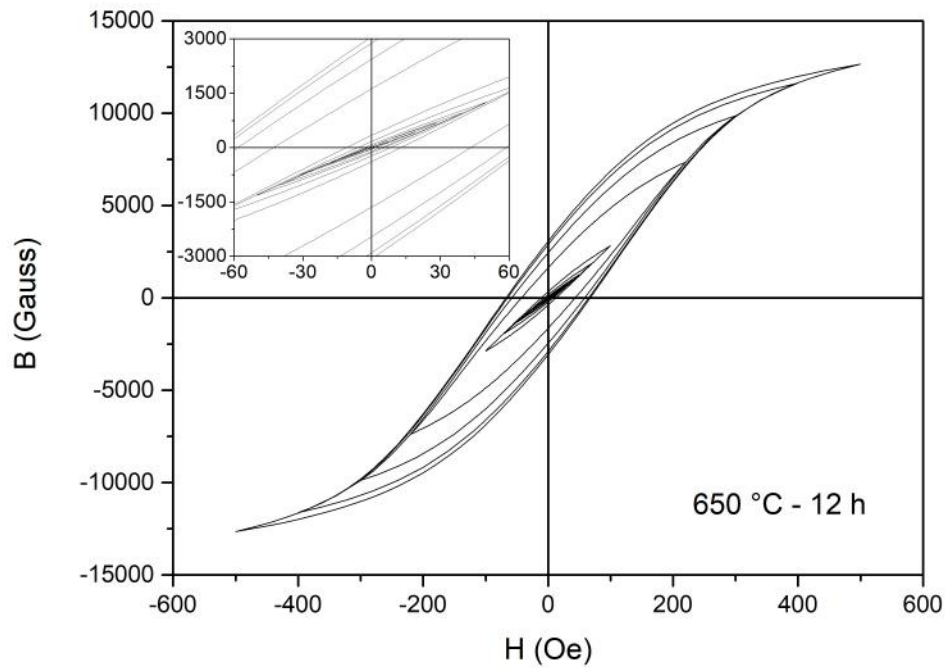


Figura 27 – Laços menores medidos para a amostra de Maraging-400, envelhecida a $650\text{ }^{\circ}\text{C}$ por 12 horas.

A figura 28 mostra isoladamente alguns laços menores de histerese de amostras de aço Maraging-400 tomados das figuras acima, onde foram realizados ajustes numéricos. As partes ascendente e descendente de cada curva de histerese obtidas para estes materiais ferromagnéticos foram ajustadas com polinômios de vários graus. Como esperado, o formato das curvas varia de amostra para amostra e, também, quando H_{max} muda para a mesma amostra.

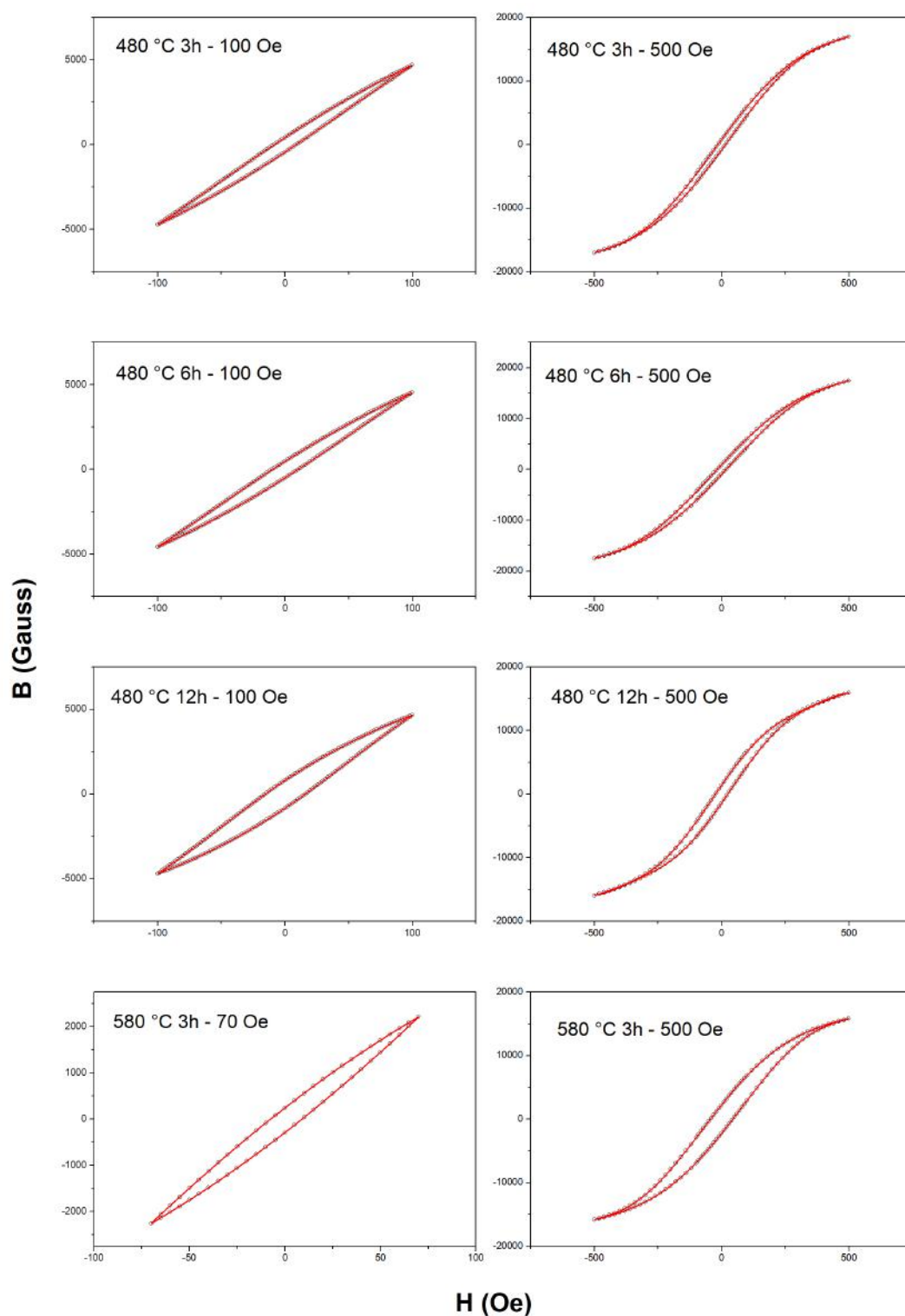
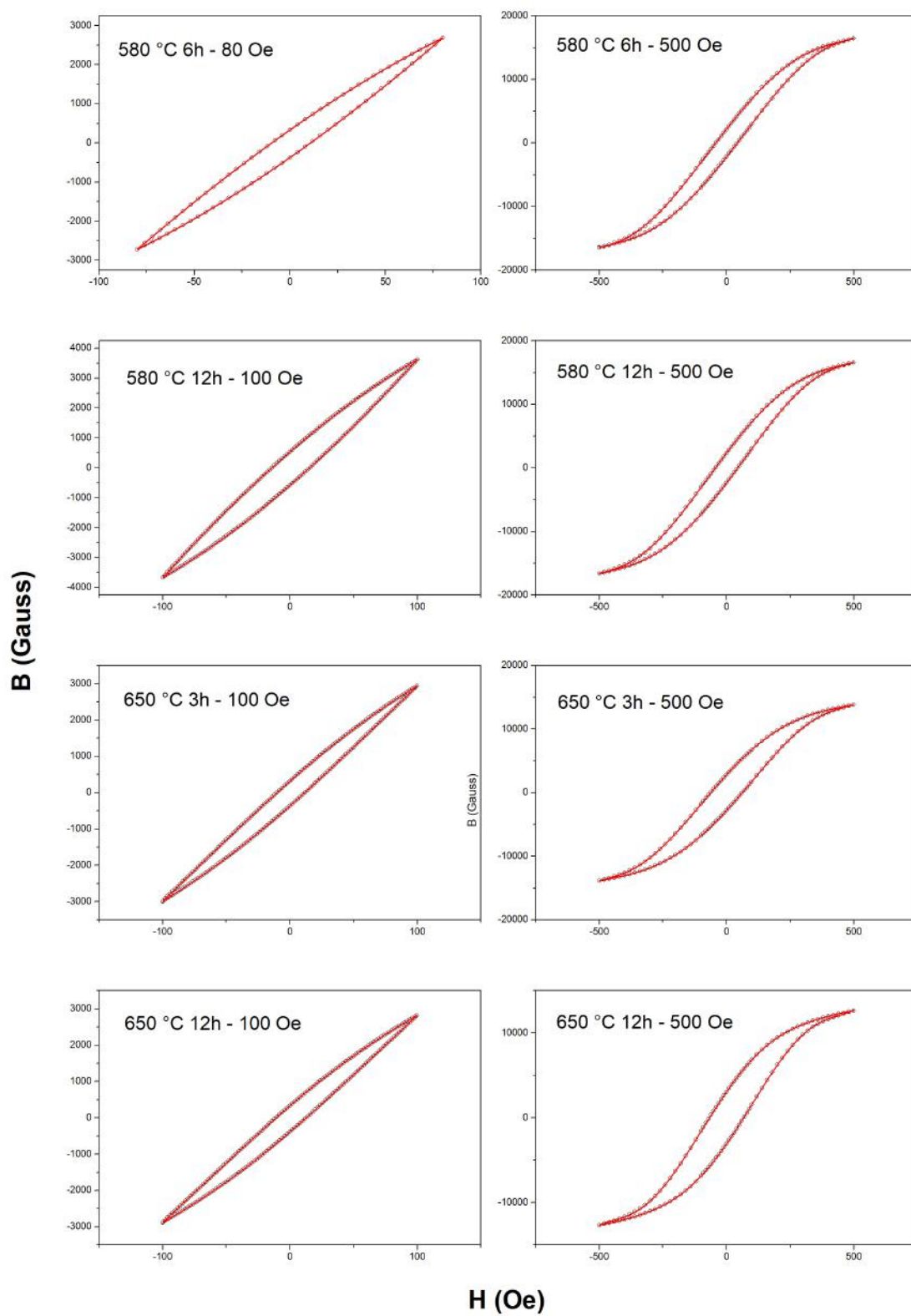


Figura 28 – Laços menores de amostras envelhecidas sob diferentes condições, ajustadas numericamente. Círculos vazios representam os valores experimentais e linhas contínuas, em vermelho, são os ajustes baseados em polinômios.



Continuação da figura 28.

A figura 29 mostra a repetição de cinco ciclos nas mesmas condições, evidenciando a reprodutibilidade da medida tomadas sequencialmente, que sobrepõem-se nitidamente, demonstrando a repetibilidade das curvas de histerese no intervalo de H_{max} medido.

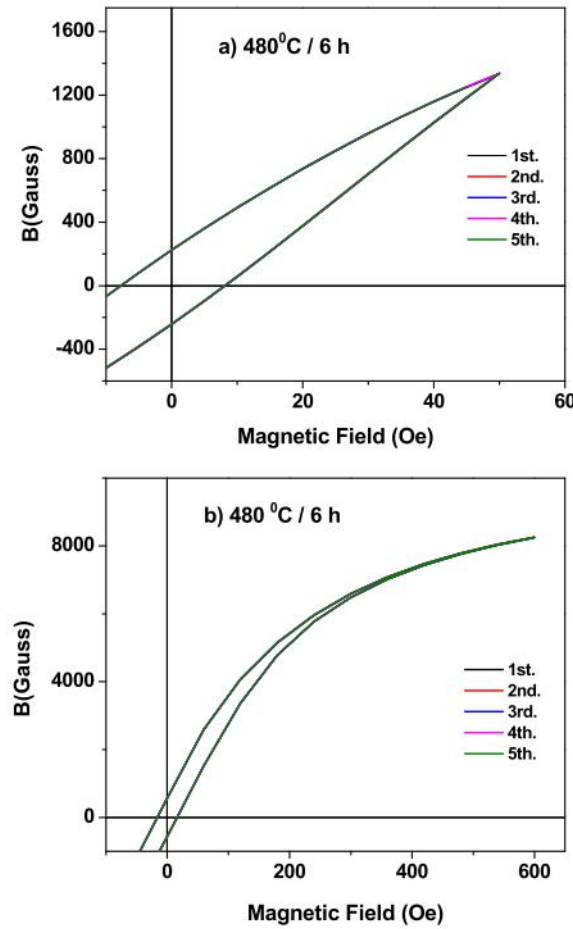


Figura 29 – Série de cinco laços menores medidos sequencialmente para a amostra envelhecida a 480 °C/6h (apenas os pontos experimentais são mostrados), com os campos máximos aplicados de (a) 60 Oe e b) 600 Oe. Para cada série, a diferença máxima entre as áreas (perda de energia), indução residual ou campo coercivo de qualquer par de histereses é de 0,2%.

Como primeira tentativa, ajustou-se as porções descendente e ascendente de algumas curvas de histerese com parábolas, de acordo com a lei de Rayleigh proposta para H_{max} muito pequeno ($\leq 1 Oe$) (20). Parábolas “normais” (com três parâmetros ajustáveis) foram aplicadas como curvas teóricas e os ajustes resultantes foram muito bons para algumas curvas de histerese. Na verdade, mostraram-se mais apropriadas para aqueles laços obtidos com valores baixos de H_{max} como, por exemplo, 10, 20 e 30 Oe . Essa boa correspondência indica que a lei de Rayleigh permanece válida mesmo ao ultrapassar o campo muito baixo considerado por ele, pelo menos em primeira aproximação. No entanto, os ajustes parabólicos não são tão bons para laços menores extraídos para H_{max} “intermediário” ou “alto”. Para esses casos, um polinômio de terceiro grau foi aplicado no ajuste das curvas e os resultados foram muito bons para, apenas, algumas curvas, i.e., para H_{max} “intermediário”. Este método de tentativa e erro de testar o grau mínimo de polinômio foi aplicado até que todas as curvas de histerese pudessem ser ajustadas com o mesmo grau de polinômio (GP) para as porções ascendentes e descendentes. O grau do polinômio máximo utilizado foi sete, pois foi necessária uma função polinomial mais complexa para reproduzir adequadamente os laços menores obtidas para H_{max} alto. Em seguida, todas as curvas de histerese foram ajustadas usando-se um polinômio de sétimo grau, independentemente da amostra ou H_{max} .

As linhas vermelhas sólidas na figura 28 são os resultados gráficos desses ajustes, obtidos com a seguinte expressão analítica:

$$B = a + bH + cH^2 + dH^3 + eH^4 + fH^5 + gH^6 + hH^7, \quad (5.1)$$

Notavelmente, os coeficientes correspondentes das partes ascendente e descendente das curvas de histerese expostos na tabela 5 são muito semelhantes em módulo. Exceptuaram-se alguns dos expoentes mais altos, que não são tão próximos, mas têm a mesma ordem de magnitude. Além disso, na maioria dos casos, os sinais de a, c, e, g são opostos para os ramos ascendentes e descendentes de um laço menor, enquanto b, d, f e h têm os mesmos sinais. Juntamente com os valores do módulo próximo, isso sugere que a parte descendente de uma curva de histerese pode ser considerada uma inversão da parte ascendente (ou seja, $B \rightarrow -B; H \rightarrow -H$). Essa relação ocorre independentemente do grau do polinômio usado para os ajustes. Em outras palavras, se o ramo descendente for girado em torno da origem por 180° , ele corresponderá ao ramo ascendente e vice-versa. A tabela 5 também revela que, quanto maior o expoente de H_{max} , menor é o coeficiente do respectivo termo, para cada polinômio. De fato, comparando os valores de termos diferentes em vários polinômios, observa-se que a contribuição do termo para o módulo B diminui significativamente com o expoente H_{max} . Portanto, esses coeficientes são muito sensíveis a detalhes sutis da curva a ser ajustada e assimetrias mínimas entre as partes descendente e ascendente (experimental) de um laço menor podem resultar em coeficientes equivalentes com pequenas diferenças absolutas.

Tabela 5 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histereses mostradas na figura 28.

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($Gauss \cdot Oe$)	
		Descendente	Ascendente	Experimental	Calculado
480 °C – 3 h 100 Oe	a	$4,20 \cdot 10^{+02}$	$-4,39 \cdot 10^{+02}$	$1,09 \cdot 10^{+05}$	$1,09 \cdot 10^{+05}$
	b	$4,93 \cdot 10^{+01}$	$4,93 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-5,66 \cdot 10^{-02}$	$5,71 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,49 \cdot 10^{-04}$	$-2,50 \cdot 10^{-04}$		
	e	$2,24 \cdot 10^{-06}$	$-2,57 \cdot 10^{-06}$		
	f	$5,45 \cdot 10^{-09}$	$1,82 \cdot 10^{-09}$		
	g	$-0,90 \cdot 10^{-10}$	$1,15 \cdot 10^{-10}$		
	h	$-2,93 \cdot 10^{-13}$	$0,30 \cdot 10^{-13}$		
480 °C – 3 h 500 Oe	a	$8,02 \cdot 10^{+02}$	$-8,12 \cdot 10^{+02}$	$6,86 \cdot 10^{+05}$	$6,84 \cdot 10^{+05}$
	b	$5,42 \cdot 10^{+01}$	$5,42 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-1,20 \cdot 10^{-02}$	$1,23 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,23 \cdot 10^{-04}$	$-1,23 \cdot 10^{-04}$		
	e	$6,33 \cdot 10^{-08}$	$-6,49 \cdot 10^{-08}$		
	f	$1,79 \cdot 10^{-10}$	$1,80 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-1,12 \cdot 10^{-13}$	$1,16 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-4,72 \cdot 10^{-17}$	$-5,04 \cdot 10^{-17}$		
480 °C – 6 h 100 Oe	a	$4,78 \cdot 10^{+02}$	$-4,93 \cdot 10^{+02}$	$1,23 \cdot 10^{+05}$	$1,23 \cdot 10^{+05}$
	b	$4,77 \cdot 10^{+01}$	$4,77 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-6,58 \cdot 10^{-02}$	$6,67 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,70 \cdot 10^{-04}$	$-1,62 \cdot 10^{-04}$		
	e	$2,81 \cdot 10^{-06}$	$-3,19 \cdot 10^{-06}$		
	f	$-0,67 \cdot 10^{-08}$	$-1,24 \cdot 10^{-08}$		
	g	$-1,11 \cdot 10^{-10}$	$1,38 \cdot 10^{-10}$		
	h	$2,68 \cdot 10^{-13}$	$7,17 \cdot 10^{-13}$		
480 °C – 6 h 500 Oe	a	$9,40 \cdot 10^{+02}$	$-9,60 \cdot 10^{+02}$	$8,66 \cdot 10^{+05}$	$8,60 \cdot 10^{+05}$
	b	$5,35 \cdot 10^{+01}$	$5,35 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-1,20 \cdot 10^{-02}$	$1,21 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,06 \cdot 10^{-04}$	$-1,06 \cdot 10^{-04}$		
	e	$5,16 \cdot 10^{-08}$	$-5,23 \cdot 10^{-08}$		
	f	$1,17 \cdot 10^{-10}$	$1,18 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-7,48 \cdot 10^{-14}$	$7,59 \cdot 10^{-14}$		
	h	$3,93 \cdot 10^{-17}$	$3,70 \cdot 10^{-17}$		

Continuação da tabela 5.

480 °C – 12 h	a	$8,01 \cdot 10^{+02}$	$-8,32 \cdot 10^{+02}$	$2,01 \cdot 10^{+05}$	$2,01 \cdot 10^{+05}$
	b	$5,00 \cdot 10^{+01}$	$5,01 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-1,24 \cdot 10^{-01}$	$1,25 \cdot 10^{-01}$		
	d	$-1,78 \cdot 10^{-04}$	$-2,03 \cdot 10^{-04}$		
	e	$6,63 \cdot 10^{-06}$	$-7,23 \cdot 10^{-06}$		
	f	$-2,80 \cdot 10^{-08}$	$-3,11 \cdot 10^{-08}$		
	g	$-2,42 \cdot 10^{-10}$	$2,86 \cdot 10^{-10}$		
	h	$1,35 \cdot 10^{-12}$	$1,77 \cdot 10^{-12}$		
100 Oe	a	$1,39 \cdot 10^{+03}$	$-1,41 \cdot 10^{+03}$	$1,05 \cdot 10^{+06}$	$1,06 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,77 \cdot 10^{+01}$	$5,77 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,67 \cdot 10^{-02}$	$2,69 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,38 \cdot 10^{-04}$	$-2,38 \cdot 10^{-04}$		
	e	$1,70 \cdot 10^{-07}$	$-1,72 \cdot 10^{-07}$		
	f	$8,79 \cdot 10^{-10}$	$8,78 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-3,47 \cdot 10^{-13}$	$3,51 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-1,36 \cdot 10^{-15}$	$-1,36 \cdot 10^{-15}$		
580 °C – 3 h	a	$2,43 \cdot 10^{+02}$	$-2,90 \cdot 10^{+02}$	$4,95 \cdot 10^{+04}$	$4,96 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,21 \cdot 10^{+01}$	$3,21 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-5,60 \cdot 10^{-02}$	$5,76 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-7,34 \cdot 10^{-05}$	$-1,34 \cdot 10^{-05}$		
	e	$0,53 \cdot 10^{-06}$	$-1,60 \cdot 10^{-06}$		
	f	$1,97 \cdot 10^{-08}$	$-1,74 \cdot 10^{-08}$		
	g	$-0,17 \cdot 10^{-10}$	$1,89 \cdot 10^{-10}$		
	h	$-2,75 \cdot 10^{-12}$	$2,81 \cdot 10^{-12}$		
70 Oe	a	$2,23 \cdot 10^{+03}$	$-2,25 \cdot 10^{+03}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,00 \cdot 10^{+01}$	$5,00 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,88 \cdot 10^{-02}$	$2,89 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,06 \cdot 10^{-04}$	$-1,06 \cdot 10^{-04}$		
	e	$1,31 \cdot 10^{-07}$	$-1,31 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,42 \cdot 10^{-10}$	$1,41 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-2,06 \cdot 10^{-13}$	$2,06 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-4,00 \cdot 10^{-17}$	$-3,81 \cdot 10^{-17}$		
580 °C – 3 h	a	$2,23 \cdot 10^{+03}$	$-2,25 \cdot 10^{+03}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,00 \cdot 10^{+01}$	$5,00 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,88 \cdot 10^{-02}$	$2,89 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,06 \cdot 10^{-04}$	$-1,06 \cdot 10^{-04}$		
	e	$1,31 \cdot 10^{-07}$	$-1,31 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,42 \cdot 10^{-10}$	$1,41 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-2,06 \cdot 10^{-13}$	$2,06 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-4,00 \cdot 10^{-17}$	$-3,81 \cdot 10^{-17}$		
500 Oe	a	$2,23 \cdot 10^{+03}$	$-2,25 \cdot 10^{+03}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$	$2,03 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,00 \cdot 10^{+01}$	$5,00 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,88 \cdot 10^{-02}$	$2,89 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,06 \cdot 10^{-04}$	$-1,06 \cdot 10^{-04}$		
	e	$1,31 \cdot 10^{-07}$	$-1,31 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,42 \cdot 10^{-10}$	$1,41 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-2,06 \cdot 10^{-13}$	$2,06 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-4,00 \cdot 10^{-17}$	$-3,81 \cdot 10^{-17}$		

Continuação da tabela 5.

580 °C – 6 h	a	$3,32 \cdot 10^{+02}$	$-3,75 \cdot 10^{+02}$	$7,51 \cdot 10^{+04}$	$7,51 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,43 \cdot 10^{+01}$	$3,42 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-5,71 \cdot 10^{-02}$	$5,81 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,27 \cdot 10^{-04}$	$-0,71 \cdot 10^{-04}$		
	e	$4,01 \cdot 10^{-07}$	$-8,89 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,97 \cdot 10^{-08}$	$-0,39 \cdot 10^{-08}$		
	g	$-0,82 \cdot 10^{-11}$	$6,57 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-1,79 \cdot 10^{-12}$	$0,80 \cdot 10^{-12}$		
80 Oe	a	$2,17 \cdot 10^{+03}$	$-2,19 \cdot 10^{+03}$	$2,18 \cdot 10^{+06}$	$2,17 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,09 \cdot 10^{+01}$	$5,09 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,09 \cdot 10^{-02}$	$2,10 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-8,38 \cdot 10^{-05}$	$-8,39 \cdot 10^{-05}$		
	e	$5,69 \cdot 10^{-08}$	$-5,77 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-1,66 \cdot 10^{-11}$	$-1,55 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-3,01 \cdot 10^{-14}$	$3,21 \cdot 10^{-14}$		
	h	$2,56 \cdot 10^{-16}$	$2,54 \cdot 10^{-16}$		
580 °C – 12 h	a	$5,36 \cdot 10^{+02}$	$-5,81 \cdot 10^{+02}$	$1,49 \cdot 10^{+05}$	$1,49 \cdot 10^{+05}$
	b	$3,69 \cdot 10^{+01}$	$3,69 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-5,49 \cdot 10^{-02}$	$5,57 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-9,22 \cdot 10^{-05}$	$-6,91 \cdot 10^{-05}$		
	e	$-4,43 \cdot 10^{-07}$	$2,66 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,24 \cdot 10^{-08}$	$0,58 \cdot 10^{-08}$		
	g	$3,59 \cdot 10^{-11}$	$-2,54 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-7,92 \cdot 10^{-13}$	$-3,47 \cdot 10^{-13}$		
100 Oe	a	$2,34 \cdot 10^{+03}$	$-2,36 \cdot 10^{+03}$	$2,27 \cdot 10^{+06}$	$2,26 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,27 \cdot 10^{+01}$	$5,27 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,55 \cdot 10^{-02}$	$2,56 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-9,80 \cdot 10^{-05}$	$-9,77 \cdot 10^{-05}$		
	e	$9,04 \cdot 10^{-08}$	$-9,15 \cdot 10^{-08}$		
	f	$2,67 \cdot 10^{-11}$	$2,52 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-1,02 \cdot 10^{-13}$	$1,05 \cdot 10^{-13}$		
	h	$2,16 \cdot 10^{-16}$	$2,19 \cdot 10^{-16}$		
580 °C – 12 h	a	$2,34 \cdot 10^{+03}$	$-2,36 \cdot 10^{+03}$	$2,27 \cdot 10^{+06}$	$2,26 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,27 \cdot 10^{+01}$	$5,27 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,55 \cdot 10^{-02}$	$2,56 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-9,80 \cdot 10^{-05}$	$-9,77 \cdot 10^{-05}$		
	e	$9,04 \cdot 10^{-08}$	$-9,15 \cdot 10^{-08}$		
	f	$2,67 \cdot 10^{-11}$	$2,52 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-1,02 \cdot 10^{-13}$	$1,05 \cdot 10^{-13}$		
	h	$2,16 \cdot 10^{-16}$	$2,19 \cdot 10^{-16}$		
500 Oe	a	$2,34 \cdot 10^{+03}$	$-2,36 \cdot 10^{+03}$	$2,27 \cdot 10^{+06}$	$2,26 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,27 \cdot 10^{+01}$	$5,27 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-2,55 \cdot 10^{-02}$	$2,56 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-9,80 \cdot 10^{-05}$	$-9,77 \cdot 10^{-05}$		
	e	$9,04 \cdot 10^{-08}$	$-9,15 \cdot 10^{-08}$		
	f	$2,67 \cdot 10^{-11}$	$2,52 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-1,02 \cdot 10^{-13}$	$1,05 \cdot 10^{-13}$		
	h	$2,16 \cdot 10^{-16}$	$2,19 \cdot 10^{-16}$		

Continuação da tabela 5.

650 °C – 3 h	a	$3,17 \cdot 10^{+02}$	$-3,66 \cdot 10^{+02}$	$8,91 \cdot 10^{+04}$	$8,91 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,09 \cdot 10^{+01}$	$3,09 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-3,95 \cdot 10^{-02}$	$3,96 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,74 \cdot 10^{-04}$	$-1,63 \cdot 10^{-04}$		
	e	$8,29 \cdot 10^{-07}$	$-9,98 \cdot 10^{-07}$		
	f	$7,10 \cdot 10^{-09}$	$2,83 \cdot 10^{-09}$		
	g	$-2,71 \cdot 10^{-11}$	$4,28 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-2,32 \cdot 10^{-13}$	$1,09 \cdot 10^{-13}$		
100 Oe	a	$2,80 \cdot 10^{+03}$	$-2,81 \cdot 10^{+03}$	$2,64 \cdot 10^{+06}$	$2,64 \cdot 10^{+06}$
	b	$4,37 \cdot 10^{+01}$	$4,36 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-3,34 \cdot 10^{-02}$	$3,34 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-7,92 \cdot 10^{-05}$	$-7,87 \cdot 10^{-05}$		
	e	$1,41 \cdot 10^{-07}$	$-1,41 \cdot 10^{-07}$		
	f	$3,17 \cdot 10^{-12}$	$0,72 \cdot 10^{-12}$		
	g	$-2,09 \cdot 10^{-13}$	$2,10 \cdot 10^{-13}$		
	h	$2,35 \cdot 10^{-16}$	$2,41 \cdot 10^{-16}$		
650 °C – 12 h	a	$3,32 \cdot 10^{+02}$	$-3,88 \cdot 10^{+02}$	$9,34 \cdot 10^{+04}$	$9,34 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,00 \cdot 10^{+01}$	$3,00 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-4,34 \cdot 10^{-02}$	$4,34 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,06 \cdot 10^{-04}$	$-1,96 \cdot 10^{-04}$		
	e	$1,11 \cdot 10^{-06}$	$-1,32 \cdot 10^{-06}$		
	f	$8,41 \cdot 10^{-09}$	$4,07 \cdot 10^{-09}$		
	g	$-3,56 \cdot 10^{-11}$	$5,53 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-2,48 \cdot 10^{-13}$	$1,13 \cdot 10^{-13}$		
100 Oe	a	$3,06 \cdot 10^{+03}$	$-3,07 \cdot 10^{+03}$	$2,62 \cdot 10^{+06}$	$2,63 \cdot 10^{+06}$
	b	$4,34 \cdot 10^{+01}$	$4,34 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-4,52 \cdot 10^{-02}$	$4,52 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,08 \cdot 10^{-04}$	$-1,07 \cdot 10^{-04}$		
	e	$2,36 \cdot 10^{-07}$	$-2,36 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,17 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-4,20 \cdot 10^{-13}$	$4,20 \cdot 10^{-13}$		
	h	$9,20 \cdot 10^{-17}$	$9,82 \cdot 10^{-17}$		
650 °C – 12 h	a	$3,06 \cdot 10^{+03}$	$-3,07 \cdot 10^{+03}$	$2,62 \cdot 10^{+06}$	$2,63 \cdot 10^{+06}$
	b	$4,34 \cdot 10^{+01}$	$4,34 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-4,52 \cdot 10^{-02}$	$4,52 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,08 \cdot 10^{-04}$	$-1,07 \cdot 10^{-04}$		
	e	$2,36 \cdot 10^{-07}$	$-2,36 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,17 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-4,20 \cdot 10^{-13}$	$4,20 \cdot 10^{-13}$		
	h	$9,20 \cdot 10^{-17}$	$9,82 \cdot 10^{-17}$		
500 Oe	a	$3,06 \cdot 10^{+03}$	$-3,07 \cdot 10^{+03}$	$2,62 \cdot 10^{+06}$	$2,63 \cdot 10^{+06}$
	b	$4,34 \cdot 10^{+01}$	$4,34 \cdot 10^{+01}$		
	c	$-4,52 \cdot 10^{-02}$	$4,52 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-1,08 \cdot 10^{-04}$	$-1,07 \cdot 10^{-04}$		
	e	$2,36 \cdot 10^{-07}$	$-2,36 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,17 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-4,20 \cdot 10^{-13}$	$4,20 \cdot 10^{-13}$		
	h	$9,20 \cdot 10^{-17}$	$9,82 \cdot 10^{-17}$		

Para cada amostra caracterizada, as áreas de todos os laços menores foram calculadas diretamente dos pontos experimentais e, também, a partir das curvas polinomiais de ajuste. A tabela 5 mostra os valores obtidos pelos dois métodos numéricos, para as curvas de histerese na figura 28. Os valores respectivos aos pontos experimentais diferem daqueles calculados das curvas analíticas no máximo por 0,7%. Essa semelhança confirma a plausibilidade dos ajustes e que polinômios de um grau adequado podem ser aplicados para manipulação matemática posterior (por exemplo, cálculo de perda de potência, determinação de indução residual B_R e campo coercivo H_c , entre outras).

Esses resultados permitem propor uma expressão literal para a área de um laço menor arbitrário (ou seja, $A = \int (B_{des} - B_{asc}) dH$) que, sem restringir grau do polinômio a sete, resulta em:

$$\begin{aligned} A = \int & [(a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 \\ & + hH^7 + \dots) - (-a + bH + cH^2 - dH^3 - eH^4 \\ & + fH^5 + gH^6 + hH^7 + \dots)] dH, \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde $a, b, c, \dots$ são valores positivos.

Calculando essa integral no intervalo de $\pm H_{max}$, é fácil mostrar que:

$$\frac{A(H_{max})}{4} = aH_{max} - \left(\frac{c}{3}\right) H_{max}^3 + \left(\frac{e}{5}\right) H_{max}^5 - \left(\frac{g}{7}\right) H_{max}^7 + \dots, \quad (5.3)$$

Truncando o polinômio da equação 5.3 no monômio de terceira potência, obtém-se:

$$A(H_{max}) = \left(\frac{8c}{3}\right) H_{max}^3. \quad (5.4)$$

onde a condição $a + bH - cH^2 = -a + bH + cH^2$ foi aplicada para os dois pontos finais das parábolas descendente e ascendente ($H = \pm H_{max}$). Substituindo c por $\frac{\nu}{2}$ como considerado por Rayleigh (ver seção 3.1) a equação 5.4 resulta em:

$$A(H_{max}) = \left(\frac{4}{3}\right) \nu H_{max}^3 \quad (5.5)$$

a equação 5.5 é semelhante a equação 3.9.

A série de potências na equação 5.3 possui semelhança com funções de distribuição cumulativa, como a sigmoide, a função erro ou funções logísticas (51, 52). Cada uma dessas funções é representada por uma série específica, em que a variável está sujeita apenas a expoentes ímpares (ou seja, $2n + 1$). Os coeficientes alteram o sinal de acordo com $(-1)^n$ para $n \geq 0$, como na equação 5.3. No entanto, uma inspeção dos parâmetros de ajuste ($a, b, c, \dots$) correspondentes a diferentes laços menores da mesma amostra revela que esses parâmetros dependem de H_{max} . Logo, a série apresentada na equação 5.3 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \frac{A(H_{max})}{4} = & a(H_{max})H_{max} - \left(\frac{c(H_{max})}{3}\right) H_{max}^3 + \\ & \left(\frac{e(H_{max})}{5}\right) H_{max}^5 - \left(\frac{g(H_{max})}{7}\right) H_{max}^7 + \dots \end{aligned} \quad (5.6)$$

A figura 30 mostra a área dos laços menores em função do H_{max} . Estas foram obtidas diretamente das curvas de histerese experimental, para todas as amostras. A forma das curvas se assemelha a uma função de distribuição cumulativa, isto é, as áreas aumentam monotonicamente a partir do zero, curvam em algum ponto e tendem a saturar para valores maiores de H_{max} . Conforme mostrado na equação 5.3, a forma das curvas se assemelha efetivamente a um função de distribuição cumulativa. Após várias tentativas exploratórias, verificou-se que todas as curvas da figura 30 puderam ser ajustadas satisfatoriamente pela função complementar da equação de Hill (53, 54, 55), detalhada no apêndice B:

$$A_H(H_{max}) = A_s + \frac{(A_0 - A_s)}{\left(1 + \left[\frac{H_{max}}{H_0}\right]^p\right)} \quad (5.7)$$

Ressalte-se que a função foi selecionada apenas por adequação matemática e não deduzida com base física. A tabela 6 apresenta os parâmetros A_0 , A_s , H_0 e p para todas as amostras. Observa-se que, $\frac{A_0}{A_s}$ é sempre $< 0,56\%$, indicando que as amostras foram medidas em um estado de magnetização inicial muito próximo de zero. Verifica-se, ainda, que há uma correlação entre os valores e as condições específicas de envelhecimento das amostras.

A_0 , representa A_H em $H_{max} = 0$, e pode estar associada ao desvio do estado não magnetizado da amostra no início da medição.

A_s , sendo o valor de saturação para a equação de Hill ajustada, aqui fornece o valor máximo da área do laço (isto é, a *power loss* do material) para uma dada condição de envelhecimento.

De acordo com a tabela 6, A_s aumenta com a temperatura e o tempo de envelhecimento. Em outras palavras, uma temperatura ou tempo de envelhecimento maior resulta em uma área maior da curva de histerese para o mesmo H_{max} , como mostrado na figura 30.

H_0 também depende da temperatura e do tempo de envelhecimento. Essencialmente, sua média aumenta, em todos os casos, com a temperatura e flutua ao aumentar o tempo de envelhecimento.

p varia acentuadamente, aumentando com a temperatura de envelhecimento, mas não muito com o tempo de envelhecimento. As curvas na figura 30 revelam que há uma mudança sistemática ao variar o tempo de envelhecimento, principalmente para $480^\circ C$ (figura 30(a)). Para um dado H_{max} , verifica-se agora mais explicitamente que a área dos laços menores é maior para uma amostra com envelhecimento mais longo. Este efeito do tempo de envelhecimento é menos significativo a $580^\circ C$ (figura 30(b)) e quase desapareceu a $650^\circ C$ (figura 30(c)).

Até onde vai o nosso conhecimento, a metodologia considerada aqui para ajustar as curvas de histerese ainda não foi aplicada anteriormente, apesar de sua viabilidade matemática. A maioria das abordagens matemáticas, para modelagem de curvas de histerese, relatadas na literatura ou não resulta em bons ajustes ou requer uma rotina sofisticada

Tabela 6 – Parâmetros ajustados da equação 5.7, para todas as amostras.

Amostra		Parâmetro			
Temperatura de Envelhecimento	Tempo Envelhecimento	A_0	A_S	H_0	p
Como-Solubilizada	-	5993	$7,6 \cdot 10^5$	190	2,08
480 °C	3 h	1478	$9,7 \cdot 10^5$	206	2,54
	6 h	4501	$11,3 \cdot 10^5$	221	2,59
	12 h	29	$23,0 \cdot 10^5$	186	2,52
580 °C	3 h	2624	$25,1 \cdot 10^5$	250	3,02
	6 h	6537	$25,1 \cdot 10^5$	266	3,02
	12 h	4315	$26,0 \cdot 10^5$	259	3,02
650 °C	3 h	7267	$30,8 \cdot 10^5$	296	3,43
	12 h	4408	$29,0 \cdot 10^5$	274	3,52

de ajuste, como o modelo clássico de Jiles-Atherton (6, 7) ou seus derivados (56, 57) e o modelo Preisach (1). No entanto, há que reconhecer a necessidade de uma conexão entre os parâmetros de ajuste das curvas polinomiais $B(H)$ propostas aqui (ou seja, $a, b, c, \dots$) e as quantidades físicas, incluindo plausivelmente, energias para mover paredes de domínio e superar locais de fixação (*pinning*). Estes mecanismos citados que ‘aparecem’ nas curvas de indução em termos dos graus de H_{max} superiores a 3 (isto é, explicando a origem física a partir da lei parabólica de Rayleigh), ainda esta sendo estudada e investigada. Além disso, a variação na área dos laços menores em função do H_{max} obedeceu à equação de Hill.

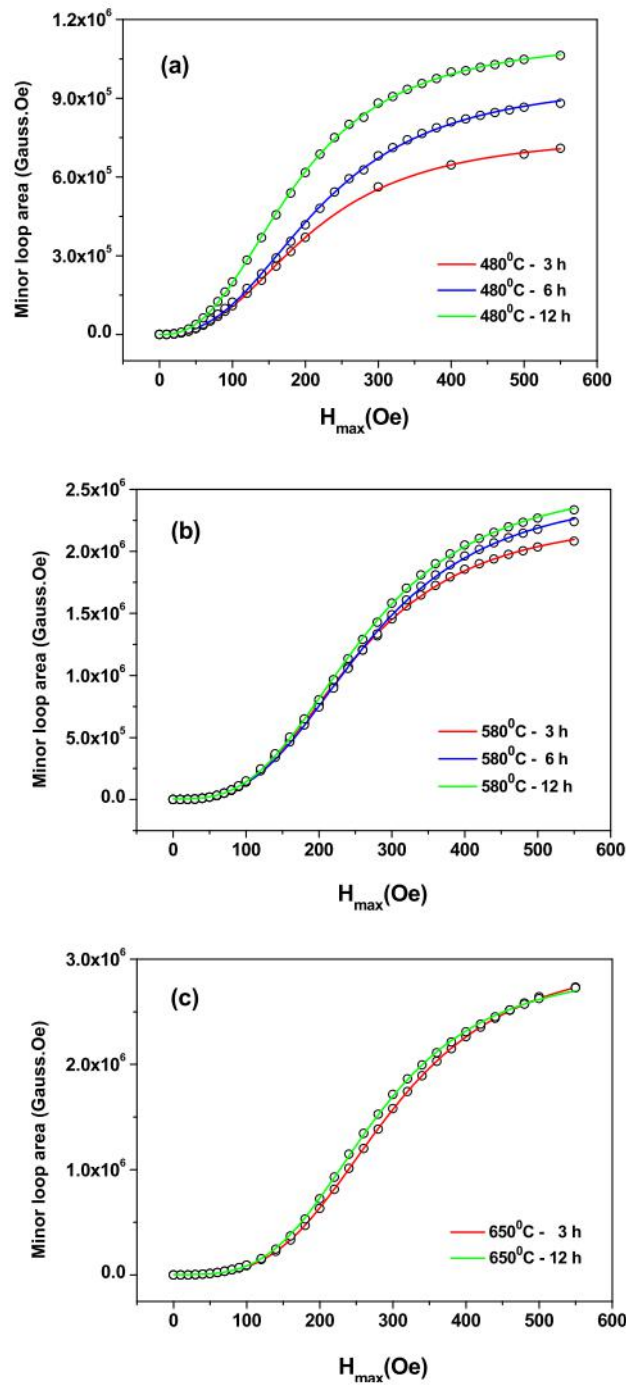


Figura 30 – Área de laços menores em função do H_{max} , para amostras envelhecidas em (a) 480°C , (b) 580°C e (c) 650°C . Linhas de cor sólidas são ajustes obtidos com equação 5.7.

5.2 Alnico 2

A figura 31 apresenta todos os laços menores da amostra de Alnico 2. Cada laço menor foi ajustado com polinômios de diferentes graus e exemplos destes ajustes são mostrados na figura 32.

As linhas vermelhas sólidas na figura 32 são os resultados gráficos dos ajustes usando

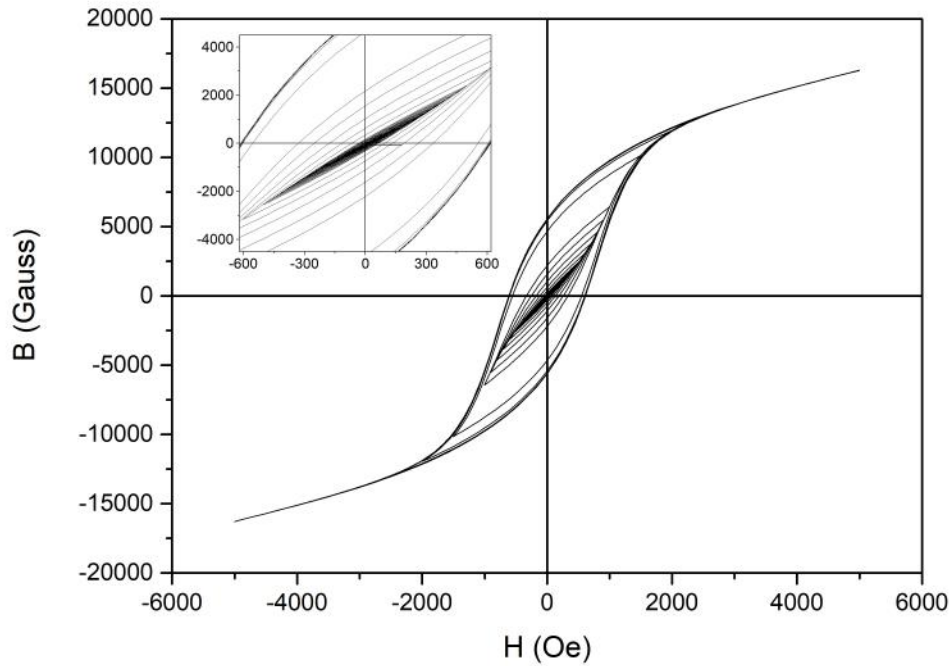


Figura 31 – Laços menores da amostra de Alnico 2. O *inset* mostra uma ampliação do centro dos laços menores

polinômios. Estes ajustes exigiram o uso eventual de polinômios de diferentes graus que foram escolhidos dependendo da qualidade dos ajustes e do peso dos monômios. O grau doze foi especialmente necessário para os H_{max} maiores. Os coeficientes ajustados dos ramos ascendentes e descendentes das curvas de histerese são apresentados na tabela 7. Como encontrado para as amostras de Maraging-400, para cada histerese os parâmetros ajustados do ramo descendente são muito semelhantes em módulo àqueles correspondentes ao ramo ascendente. Como antes, existem exceções para alguns dos coeficientes, particularmente entre aqueles respectivos aos monômios de expoentes mais altos, que não são tão próximos, mas ainda têm a mesma ordem de magnitude.

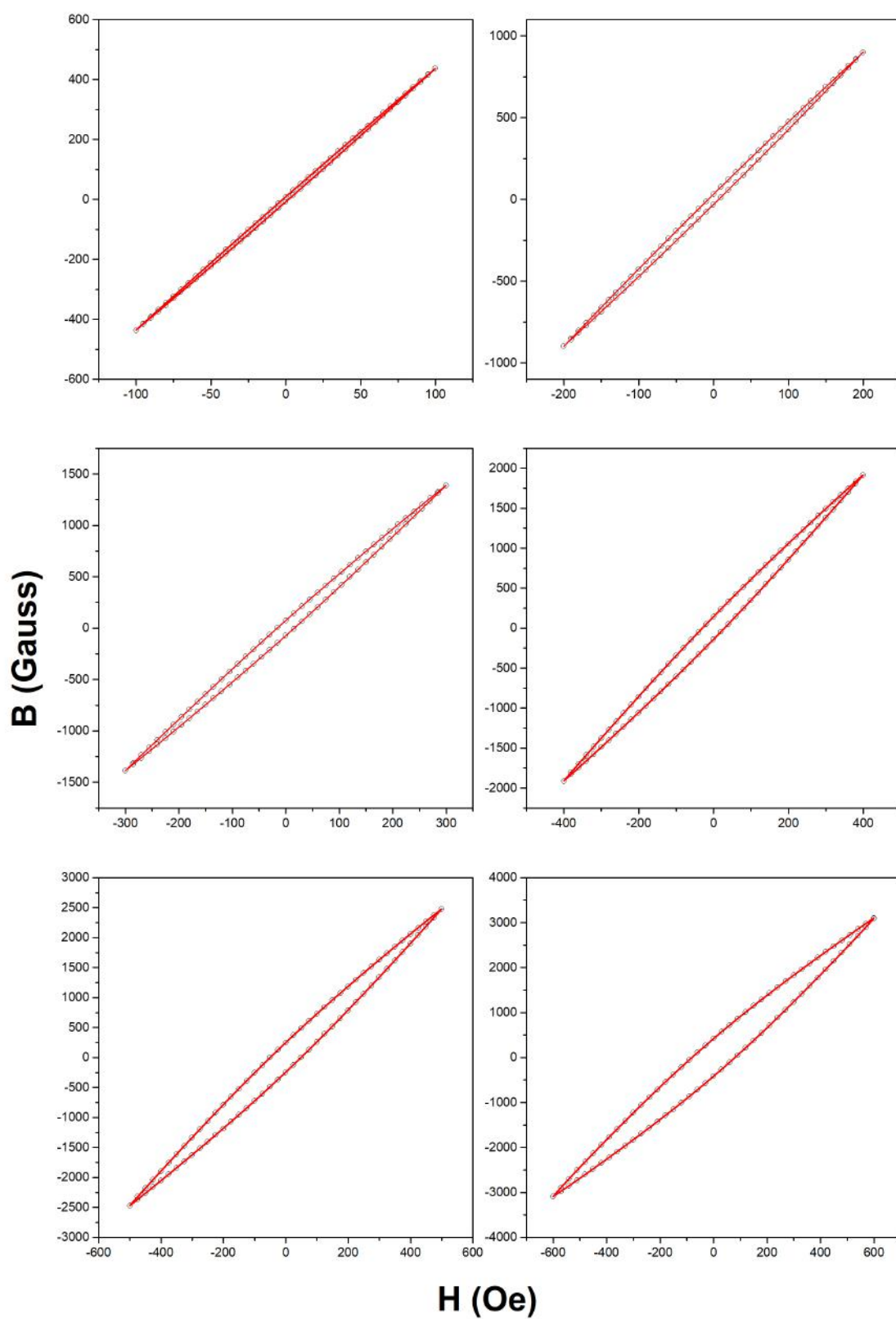
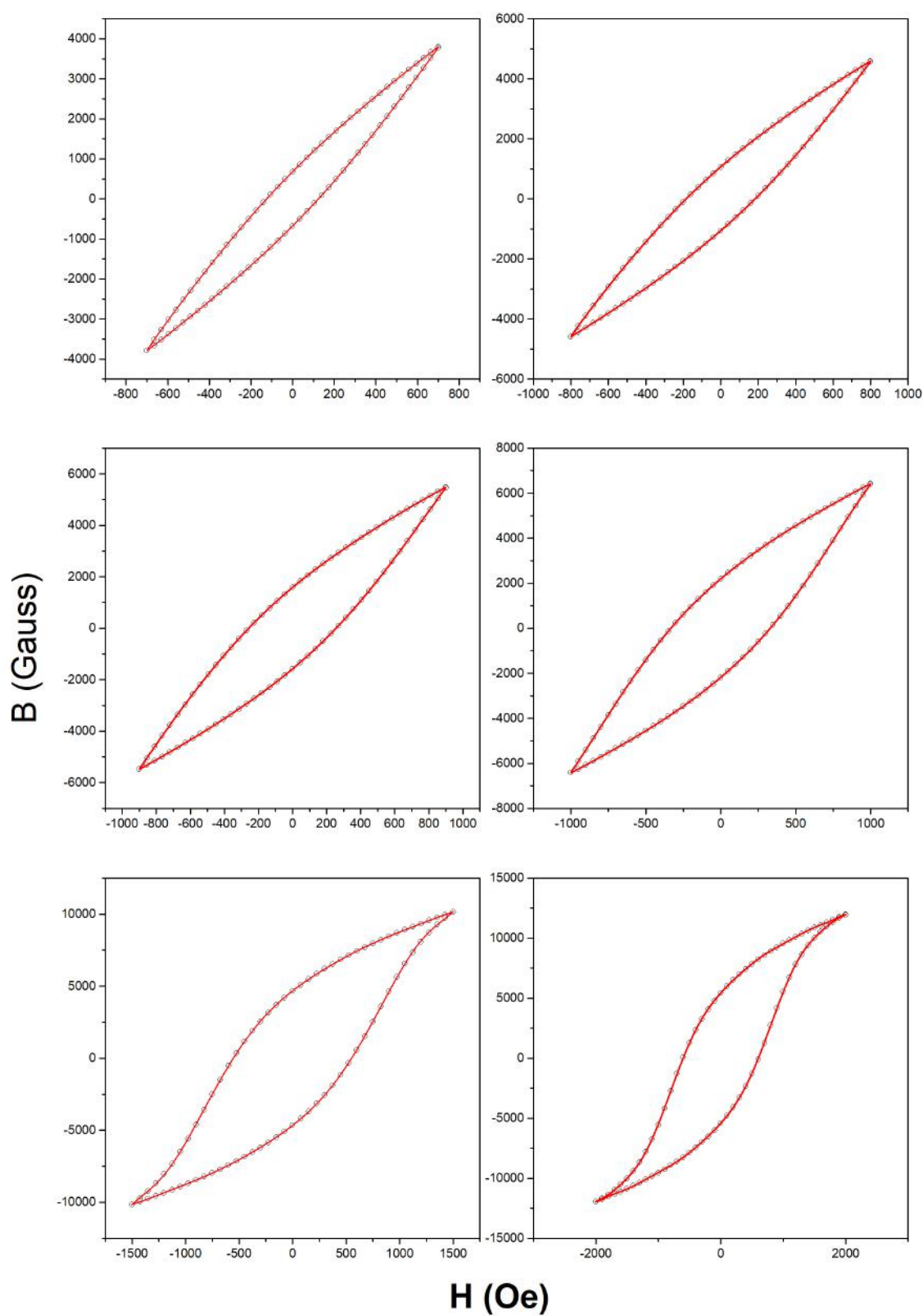


Figura 32 – Laços menores ajustados para diferentes H_{max} . Círculos vazios representam os valores experimentais e linhas contínuas, em vermelho, são os ajustes baseados em polinômios.



Continuação da figura 32.

Tabela 7 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histerese mostradas na figura 32.

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($emu/cm^3 \cdot Oe$)	
		Ascendente	Descendente	Experimental	Calculado
100 Oe	a	-8,17	8,40	$2,21 \cdot 10^{+03}$	$2,21 \cdot 10^{+03}$
	b	4,37	4,37		
	c	$8,54 \cdot 10^{-04}$	$-8,07 \cdot 10^{-04}$		
200 Oe	a	-31,0	31,7	$1,64 \cdot 10^{+04}$	$1,65 \cdot 10^{+04}$
	b	4,50	4,50		
	c	$8,28 \cdot 10^{-04}$	$-7,89 \cdot 10^{-04}$		
	d	$3,76 \cdot 10^{-08}$	$0,21 \cdot 10^{-08}$		
300 Oe	a	-74,4	74,1	$5,67 \cdot 10^{+04}$	$5,67 \cdot 10^{+04}$
	b	4,62	4,62		
	c	$1,14 \cdot 10^{-03}$	$-1,09 \cdot 10^{-03}$		
	d	$8,94 \cdot 10^{-07}$	$9,45 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-6,02 \cdot 10^{-09}$	$5,69 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-1,71 \cdot 10^{-11}$	$-1,81 \cdot 10^{-11}$		
	g	$2,96 \cdot 10^{-14}$	$-2,81 \cdot 10^{-14}$		
	h	$0,95 \cdot 10^{-16}$	$1,00 \cdot 10^{-16}$		
400 Oe	a	-142,0	143,0	$1,45 \cdot 10^{+05}$	$1,45 \cdot 10^{+05}$
	b	4,78	4,78		
	c	$1,19 \cdot 10^{-03}$	$-1,18 \cdot 10^{-03}$		
	d	$2,81 \cdot 10^{-07}$	$2,55 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-3,17 \cdot 10^{-09}$	$3,43 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-2,18 \cdot 10^{-12}$	$-2,10 \cdot 10^{-12}$		
	g	$8,36 \cdot 10^{-15}$	$-9,65 \cdot 10^{-15}$		
	h	$4,23 \cdot 10^{-18}$	$4,72 \cdot 10^{-18}$		
500 Oe	a	-246,0	247,0	$3,14 \cdot 10^{+05}$	$3,14 \cdot 10^{+05}$
	b	4,93	4,92		
	c	$1,29 \cdot 10^{-03}$	$-1,29 \cdot 10^{-03}$		
	d	$2,04 \cdot 10^{-07}$	$2,78 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-1,91 \cdot 10^{-09}$	$2,18 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-0,43 \cdot 10^{-12}$	$-1,24 \cdot 10^{-12}$		
	g	$2,79 \cdot 10^{-15}$	$-3,76 \cdot 10^{-15}$		
	h	$-0,13 \cdot 10^{-18}$	$1,98 \cdot 10^{-18}$		

Continuação da tabela 7.

600 Oe	a	-419,0	417,0	$6,46 \cdot 10^{+05}$	$6,46 \cdot 10^{+05}$
	b	5,08	5,08		
	c	$1,49 \cdot 10^{-03}$	$-1,46 \cdot 10^{-03}$		
	d	$3,73 \cdot 10^{-07}$	$3,82 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-1,53 \cdot 10^{-09}$	$1,62 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-6,46 \cdot 10^{-13}$	$-1,15 \cdot 10^{-12}$		
	g	$1,71 \cdot 10^{-15}$	$-2,10 \cdot 10^{-15}$		
	h	$4,28 \cdot 10^{-19}$	$2,02 \cdot 10^{-18}$		
700 Oe	a	-678,0	680,0	$1,23 \cdot 10^{+06}$	$1,23 \cdot 10^{+06}$
	b	5,24	5,23		
	c	$1,70 \cdot 10^{-03}$	$-1,71 \cdot 10^{-03}$		
	d	$5,95 \cdot 10^{-07}$	$6,51 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-1,01 \cdot 10^{-09}$	$1,35 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-6,90 \cdot 10^{-13}$	$-1,24 \cdot 10^{-12}$		
	g	$6,49 \cdot 10^{-16}$	$-1,36 \cdot 10^{-15}$		
	h	$3,36 \cdot 10^{-19}$	$1,41 \cdot 10^{-18}$		
800 Oe	a	-1060,0	1060,0	$2,21 \cdot 10^{+06}$	$2,21 \cdot 10^{+06}$
	b	5,40	5,39		
	c	$1,96 \cdot 10^{-03}$	$-1,98 \cdot 10^{-03}$		
	d	$9,25 \cdot 10^{-07}$	$9,03 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-5,92 \cdot 10^{-10}$	$9,26 \cdot 10^{-10}$		
	f	$-8,60 \cdot 10^{-13}$	$-1,02 \cdot 10^{-12}$		
	g	$1,41 \cdot 10^{-16}$	$-6,70 \cdot 10^{-16}$		
	h	$3,42 \cdot 10^{-19}$	$7,31 \cdot 10^{-19}$		
900 Oe	a	-1580,0	1580,0	$3,68 \cdot 10^{+06}$	$3,68 \cdot 10^{+06}$
	b	5,53	5,52		
	c	$2,24 \cdot 10^{-03}$	$-2,25 \cdot 10^{-03}$		
	d	$1,30 \cdot 10^{-06}$	$1,23 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-1,78 \cdot 10^{-10}$	$4,32 \cdot 10^{-10}$		
	f	$-9,00 \cdot 10^{-13}$	$-9,14 \cdot 10^{-13}$		
	g	$-2,56 \cdot 10^{-16}$	$-8,36 \cdot 10^{-17}$		
	h	$1,71 \cdot 10^{-19}$	$3,34 \cdot 10^{-19}$		

Continuação da tabela 7.

1000 Oe	a	$-2190,0$	$2190,0$	$5,58 \cdot 10^{+06}$	$5,59 \cdot 10^{+06}$
	b	$5,63$	$5,62$		
	c	$2,39 \cdot 10^{-03}$	$-2,37 \cdot 10^{-03}$		
	d	$1,62 \cdot 10^{-06}$	$1,59 \cdot 10^{-06}$		
	e	$8,02 \cdot 10^{-10}$	$-7,17 \cdot 10^{-10}$		
	f	$-7,86 \cdot 10^{-13}$	$-8,54 \cdot 10^{-13}$		
	g	$-1,53 \cdot 10^{-15}$	$1,47 \cdot 10^{-15}$		
	h	$-5,99 \cdot 10^{-20}$	$6,15 \cdot 10^{-20}$		
	i	$5,19 \cdot 10^{-22}$	$-5,67 \cdot 10^{-22}$		
1500 Oe	a	$-4670,0$	$4670,0$	$1,53 \cdot 10^{+07}$	$1,53 \cdot 10^{+07}$
	b	$5,79$	$5,79$		
	c	$3,16 \cdot 10^{-03}$	$-3,14 \cdot 10^{-03}$		
	d	$3,04 \cdot 10^{-06}$	$2,98 \cdot 10^{-06}$		
	e	$1,35 \cdot 10^{-09}$	$-1,32 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-1,60 \cdot 10^{-12}$	$-1,56 \cdot 10^{-12}$		
	g	$-1,61 \cdot 10^{-15}$	$1,57 \cdot 10^{-15}$		
	h	$5,39 \cdot 10^{-20}$	$4,77 \cdot 10^{-20}$		
	i	$3,54 \cdot 10^{-22}$	$-3,45 \cdot 10^{-22}$		
2000 Oe	j	$6,41 \cdot 10^{-26}$	$6,33 \cdot 10^{-26}$	$1,94 \cdot 10^{+07}$	$1,94 \cdot 10^{+07}$
	a	$-5420,0$	$5420,0$		
	b	$5,81$	$5,82$		
	c	$2,94 \cdot 10^{-03}$	$-2,97 \cdot 10^{-03}$		
	d	$3,79 \cdot 10^{-06}$	$3,81 \cdot 10^{-06}$		
	e	$2,80 \cdot 10^{-09}$	$-2,71 \cdot 10^{-09}$		
	f	$-2,79 \cdot 10^{-12}$	$-2,84 \cdot 10^{-12}$		
	g	$-3,61 \cdot 10^{-15}$	$3,54 \cdot 10^{-15}$		
	h	$8,00 \cdot 10^{-19}$	$8,31 \cdot 10^{-19}$		
	i	$1,56 \cdot 10^{-21}$	$-1,53 \cdot 10^{-21}$		
	j	$-1,03 \cdot 10^{-25}$	$-1,10 \cdot 10^{-25}$		
	k	$-3,05 \cdot 10^{-28}$	$2,99 \cdot 10^{-28}$		
	l	$4,53 \cdot 10^{-33}$	$5,18 \cdot 10^{-33}$		
	m	$2,27 \cdot 10^{-35}$	$-2,22 \cdot 10^{-35}$		

Além disso, na maioria dos casos, os sinais de a, c, e, g, i, k e m são opostos aos ramos ascendentes e descendentes de um laço menor, enquanto b, d, f, h, j e l têm os mesmos sinais. Isso demonstra que, também para o Alnico 2, a parte descendente dessas curvas de histereses podem ser considerada uma inversão da parte ascendente (isto é, $H \rightarrow -H; B \rightarrow -B$). Em outras palavras, se o polinômio descendente for girado em torno da origem em 180° , ele corresponderá ao polinômio ascendente e vice-versa. Assim, as curvas obtidas são histereses simétricas.

Os coeficientes ajustados (incluindo aqueles não apresentados na tabela 7) permitem reescrever os polinômios para os dois ramos da histerese de uma maneira mais específica (restringindo o grau do polinômio a doze):

$$B_{Desc} = a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 + hH^7 - iH^8 - jH^9 + kH^{10} + lH^{11} - mH^{12} \quad (5.8)$$

$$B_{Asc} = -a + bH + cH^2 + dH^3 - eH^4 - fH^5 + gH^6 + hH^7 + iH^8 - jH^9 - kH^{10} + lH^{11} + mH^{12} \quad (5.9)$$

onde $a, b, c, \dots$ são todos valores positivos. No geral, os coeficientes dependem de H_{max} , isto é,

$$a = a(H_{max}); b = b(H_{max}); c = c(H_{max}) \dots h = h(H_{max}). \quad (5.10)$$

Pelo menos até o polinômio de grau sete, caso em que uma comparação é válida, essas expressões diferem daquelas propostas para o aço Maraging-400, para os sinais de d e f (ver equação 5.2). Isso pode ser atribuído a diferentes propriedades magnéticas, ainda não exatamente conhecidas, entre os sistemas Maraging-400 e Alnico-2. Entretanto, as diferenças de sinal nos polinômios de ambos os sistemas não afetam importantes relações a serem estabelecidas entre alguns dos coeficientes e alguns parâmetros magnéticos de interesse. As equações 5.8 e 5.9 podem ser reescritas para alguns H importantes. Por exemplo, é visto diretamente da condição

$$B(0) = \pm a \Rightarrow B_r = \pm a, \quad (5.11)$$

onde o sinal depende do ramo da histerese, e " a " corresponde à indução residual em cada laço menor.

A figura 33 mostra a em função de H_{max} (obtido dos ramos descendentes de todas as histereses). É interessante verificar que a curva revela a mesma funcionalidade da função complementar da equação de Hill e, portanto, tenha sido ajustada consistentemente com equação análoga à equação 5.7:

$$B_r(H_{max}) = B_{rS} + \frac{(B_{r0} - B_{rS})}{\left(1 + \left[\frac{H_{max}}{H_{0r}}\right]^{p_r}\right)} \quad (5.12)$$

Os parâmetros ajustados aparecem inseridos na figura 33. Observa-se que $B_r \approx 5800$ Gauss para o laço principal, valor comparável ao reportado para algumas famílias de Alnico (58).

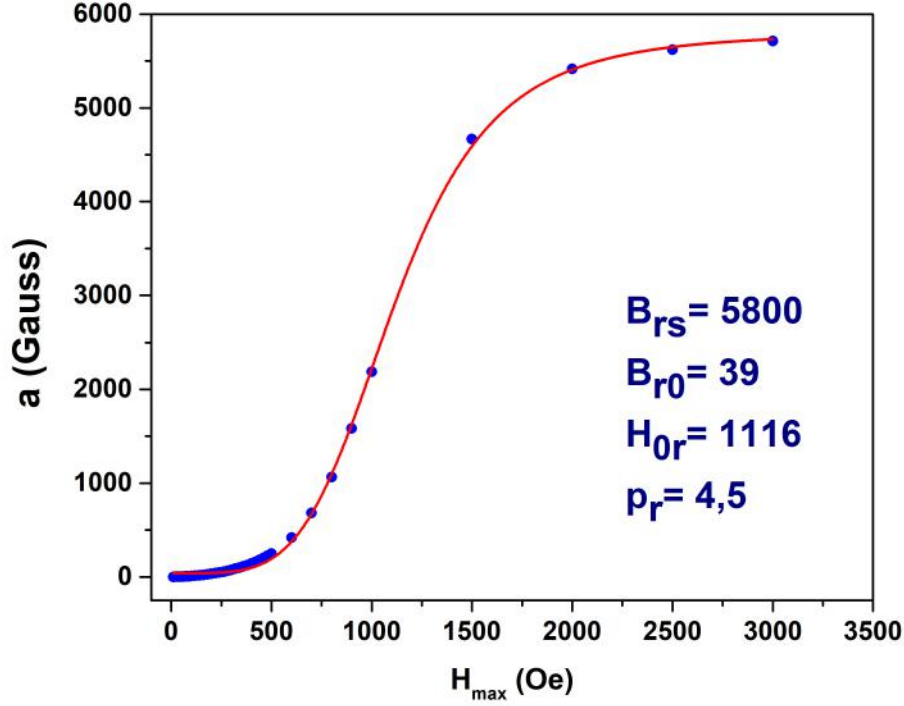


Figura 33 – Coeficiente a em função da H_{max} . Curva sólida vermelha é o ajuste usando a equação 5.12. Os parâmetros ajustados aparecem inseridos na figura.

Da equação 5.8, obtém-se a permeabilidade magnética, $\frac{B_{Desc}}{H}$, dada por

$$\mu = \frac{a}{H} + b - cH + dH^2 + eH^3 \dots, \quad (5.13)$$

Outras definições usuais de permeabilidade magnética (ver revisão, capítulo 2, equações 2.8 e 2.9) também podem ser obtidas manipulando as igualdades da equação 5.8. Por exemplo, a permeabilidade diferencial, $\mu_{dif} = \frac{dB_{Desc}}{dH}$, resulta:

$$\mu_{dif} = b - 2cH + 3dH^2 + 4eH^3 + \dots; \quad (5.14)$$

A partir desta equação, é possível expressar a permeabilidade diferencial em $\pm H_{max}$,

$$\left. \frac{dB_{Desc}}{dH} \right|_{H_{max}} = \left. \frac{dB_{Asc}}{dH} \right|_{-H_{max}}, \quad (5.15)$$

$$\mu_{max} = b - 2cH_{max} + 3dH_{max}^2 + 4eH_{max}^3 + \dots, \quad (5.16)$$

assim como a permeabilidade diferencial em $H = 0$,

$$\mu_r = \left. \frac{dB_{Desc}}{dH} \right|_{H=0}, \quad (5.17)$$

$$\mu_r = b - 2cH + 3dH^2 + 4eH^3 + \dots \big|_{H=0},$$

$$\mu_r = b \quad (5.18)$$

A figura 34 mostra a variação de b , que corresponde a μ_r , por H_{max} e dois regimes são aparentes. Para $H_{max} \leq 1000$ Oe, b varia linearmente, atingindo o eixo das ordenadas em $\approx 4,2$. Para H_{max} mais alto, b tende a um valor constante. Vale dizer que as curvas a e b por H_{max} obtidas dos ramos ascendentes (não mostradas) são visualmente iguais às das figuras 33 e 34.

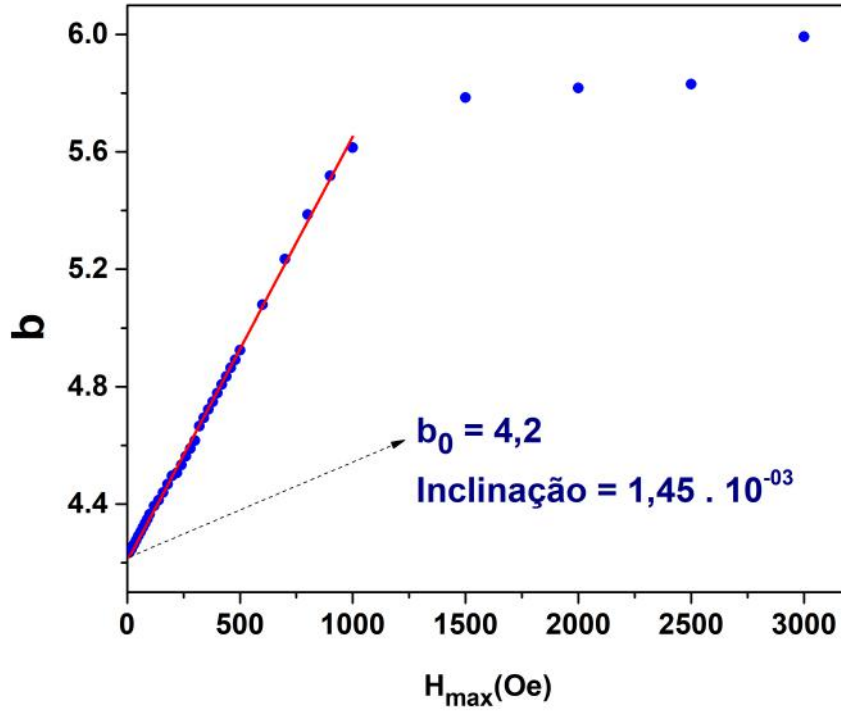


Figura 34 – Coeficiente b em função de H_{max} . A linha reta sólida vermelha é o ajuste usando uma regressão linear. Os parâmetros ajustados foram inseridos na figura.

Em comparação com a e b , os outros coeficientes (i.e., $c, d, \dots, m$) têm um comportamento mais complexo e sua variação traçada contra H_{max} (não mostrada) revela comportamento sem significado óbvio.

Para cada laço menor o campo coercivo, H_{Cc} , pode ser calculado da condição:

$$B_{desc}(H) = a + bH - cH^2 + dH^3 + \dots = 0, \quad (5.19)$$

e levando em consideração a raiz real mais baixa (r.r.b.) da equação.

A variação de H_{Cc} e H_{Ce} por H_{max} , onde o campo coercivo, H_{Ce} , obtido por inspeção direta dos pontos experimentais, e tomando-se o valor por interpolado dos pontos mais próximos de $B = 0$, é mostrada na figura 35. Há uma concordância muito boa entre os valores das coercividades H_{Cc} , calculado até ≈ 600 Oe (i.e., próximo ao campo de fechamento), é comparável aos valores reportados na literatura para esta liga (59, 58).

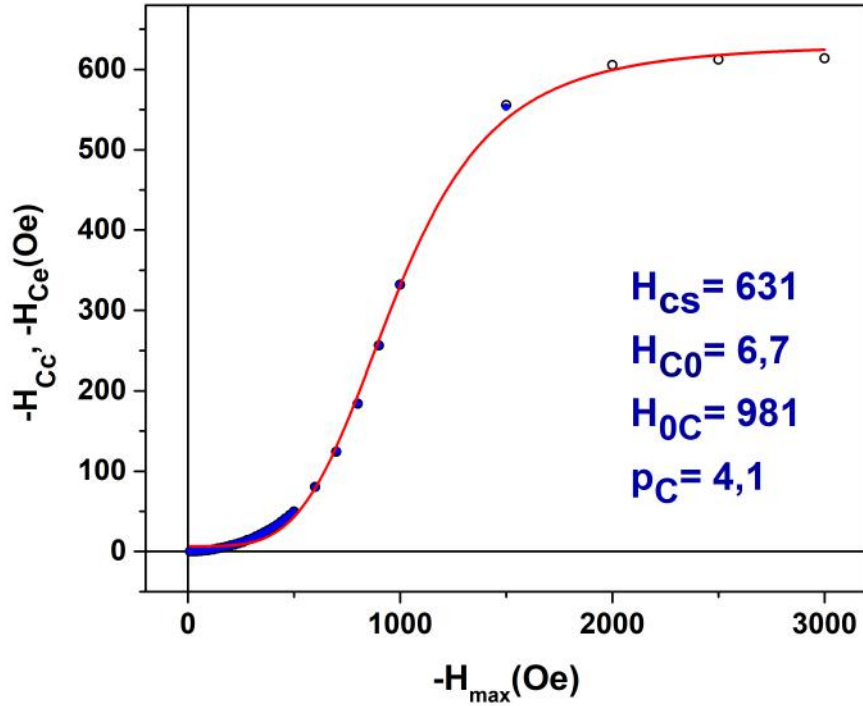


Figura 35 – Coercividades, H_{Ce} e H_{Cc} , por H_{max} , para a amostra Alnico 2. A linha sólida vermelha é o ajuste da equação 5.20.

Surpreendentemente, o H_{Ce} e também H_{Cc} aumentam com H_{max} da mesma forma que a equação 5.7; logo uma equação análoga é proposta para ajuste:

$$H_C(H_{max}) = H_{CS} + \frac{(H_{C0} - H_{CS})}{\left(1 + \left[\frac{H_{max}}{H_{0C}}\right]^{p_C}\right)} \quad (5.20)$$

O campo magnético correspondente ao produto de energia máxima, $[B_{Desc} \cdot H]_{MAX}$, pode ser obtido a partir da seguinte condição, aplicada no segundo quadrante da curva $B(H)$:

$$\frac{d[B_{Desc} \cdot H]}{dH} = a + 2bH - 3cH^2 + \dots = 0, \quad (5.21)$$

considerando novamente a r.r.b.

A figura 36 mostra a curva de indução virgem, $B_v(H)$, ajustada na faixa de 0–1200 Oe com o polinômio

$$B_v = a' + b'H + c'H^2 + d'H^3 + \dots + h'H^7, \quad (5.22)$$

Frequentemente, definida a partir dessa curva é a permeabilidade magnética virgem ($\frac{B_v}{H}$),

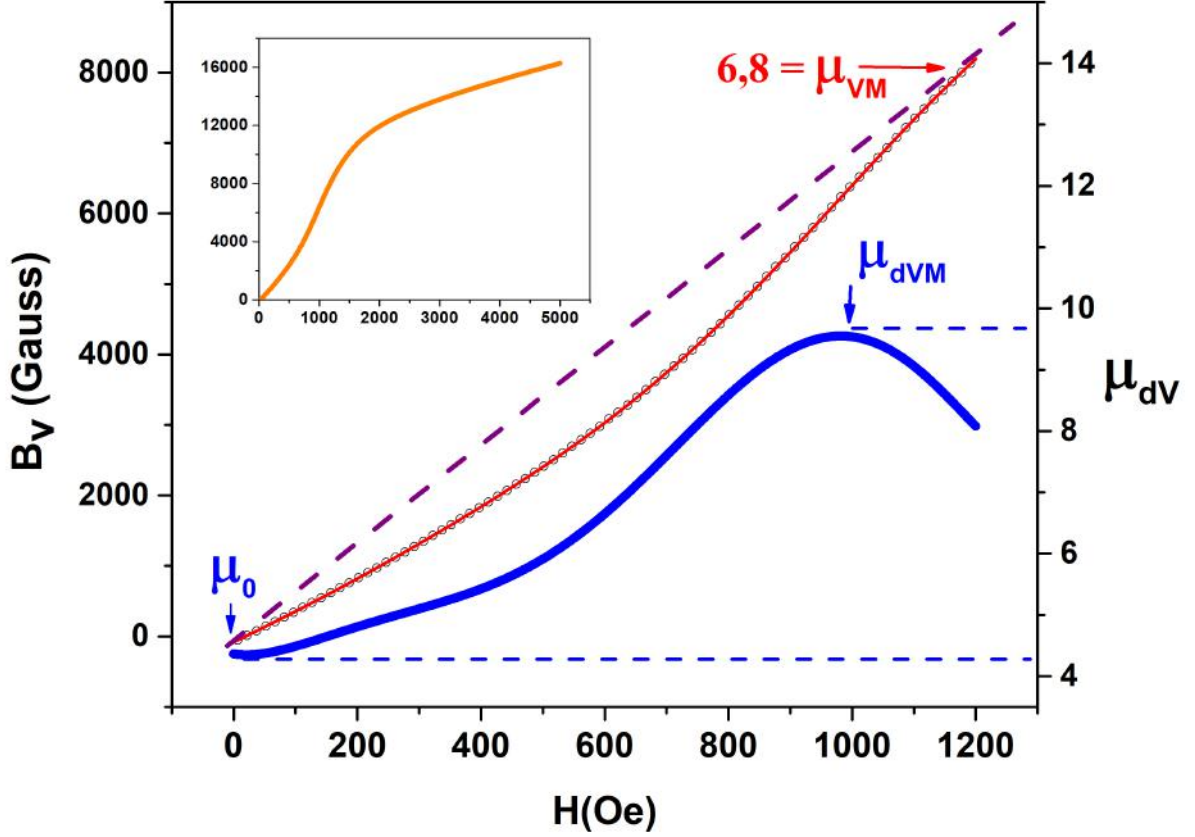


Figura 36 – A curva de indução virgem da amostra Alnico 2 (círculos abertos / eixo esquerdo), ajustada com a equação 5.22 na faixa de 0 – 1200 Oe (linha sólida vermelha) e a permeabilidade diferencial virgem (linha sólida azul / eixo direito). A inserção mostra a curva virgem experimental completa da magnetização).

$$\mu_v = \frac{a'}{H} + b' - c'H + d'H^2 + e'H^3 \dots, \quad (5.23)$$

ou seu valor mais alto, μ_{vM} , fornecido pela condição

$$\mu_{vM} = \frac{a'}{H^2} - c' + d'H + e'H^2 \dots = 0, \quad (5.24)$$

e identificado na figura 36. A permeabilidade diferencial virgem para esta curva, $\mu_v = \frac{dB_v}{dH}$, é

$$\mu_{dv} = b' + 2c'H + 3d'H^2 + 4e'H^3 + \dots \quad (5.25)$$

e, assim, o campo da permeabilidade diferencial virgem máxima, μ_{dvM} , a r.r.b da seguinte equação polinomial:

$$\frac{dB_v^2}{dH^2} = 2c' + 6d'H + 12e'H^2 + \dots = 0, \quad (5.26)$$

A permeabilidade diferencial virgem inicial μ_0 é indicada na figura e seu valor ($\approx 4,2$) coincide com b_0 (ver figura 34), tornando plausível concluir que $\mu_0 = \lim_{H_{max} \rightarrow 0} \mu_r(H_{max})$. Em outras palavras, μ_0 pode ser estimado a partir dos laços menores, sem a necessidade da curva de indução virgem adequada.

A figura 37 apresenta a histerese obtida para $H_{max} = 800$ Oe, com parte da curva de indução virgem. A inclinação dos segmentos retos mostrados na figura são as permeabilidades magnéticas μ_0 (vermelho), μ_r (verde) e μ_{Hmax} (laranja). Medido diretamente da curva experimental de indução virgem, μ_0 aponta para $\mu_0 = 4,2$, consistentemente com o valor obtido para b_0 . O $[B.H]_{MAX}$ foi calculado com a equação 5.21 para este H_{max} e também é indicado como uma inserção na figura.

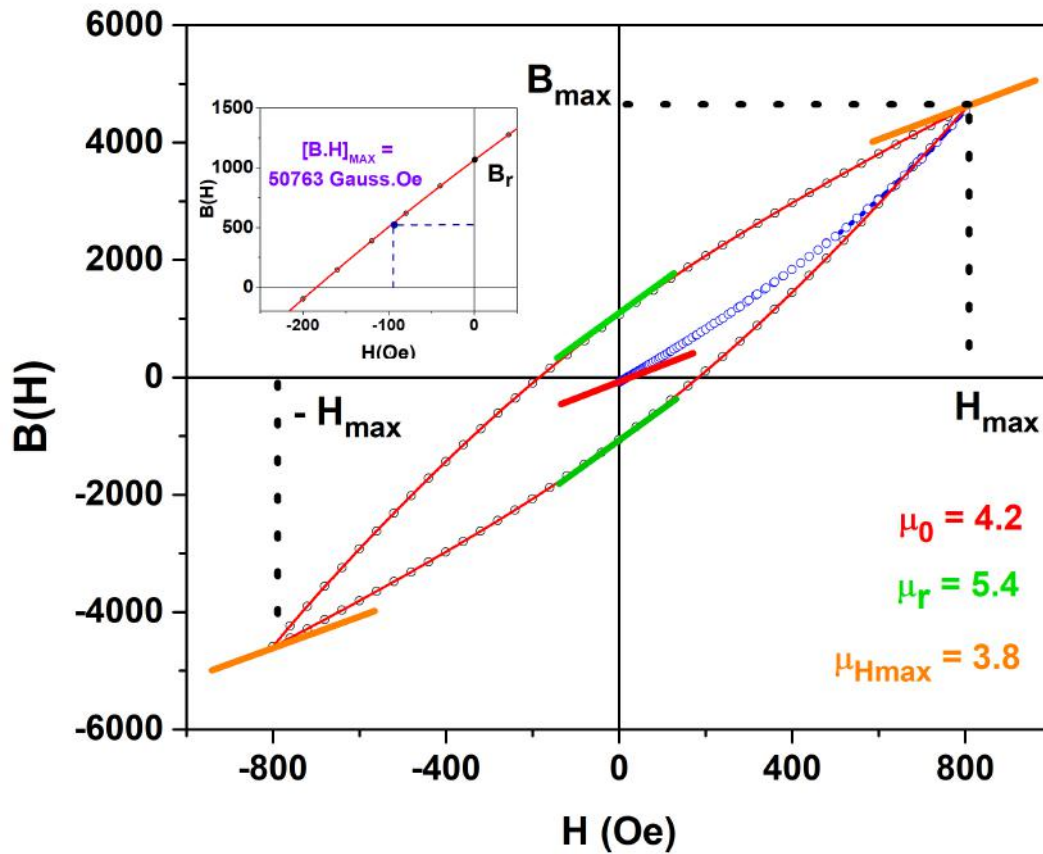


Figura 37 – O laço menor obtido para $H_{max} = 800$ Oe (experimental = círculos abertos pretos; ajustado = linha sólida vermelha) e a curva de indução virgem (círculos abertos azuis). Os segmentos de linhas coloridas mostram as inclinações em pontos H especiais, citados no canto inferior direito. A inserção mostra o $[B.H]_{MAX}$ calculado para esse laço menor, de acordo com a equação 5.21.

A tabela 7 também apresenta as áreas dos laços menores obtidas pelos dois métodos numéricos, isto é, diretamente dos pontos experimentais e das curvas ajustadas. Eles diferem em no máximo 0,7%. Esta comparação confirma mais uma vez a plausibilidade dos

ajustes e que polinômios de um grau adequado podem ser aplicados para operacionalização matemática, por exemplo, para cálculo da *power loss*, determinação de permeabilidades, indução residual B_r e campo coercivo H_C .

A figura 38 mostra a área dos laços menores em função de H_{max} , para a amostra Alnico-2, ajustada com a função complementar da equação de Hill (53, 54, 55) (equação 5.7), como foi feito para as amostras Maraging-400. Os parâmetros ajustados aparecem inseridos na figura. Observa-se que $A_0 \ll A_S$ e que essa *power loss* (área da histerese maior) é característica do material magneticamente duro (58).

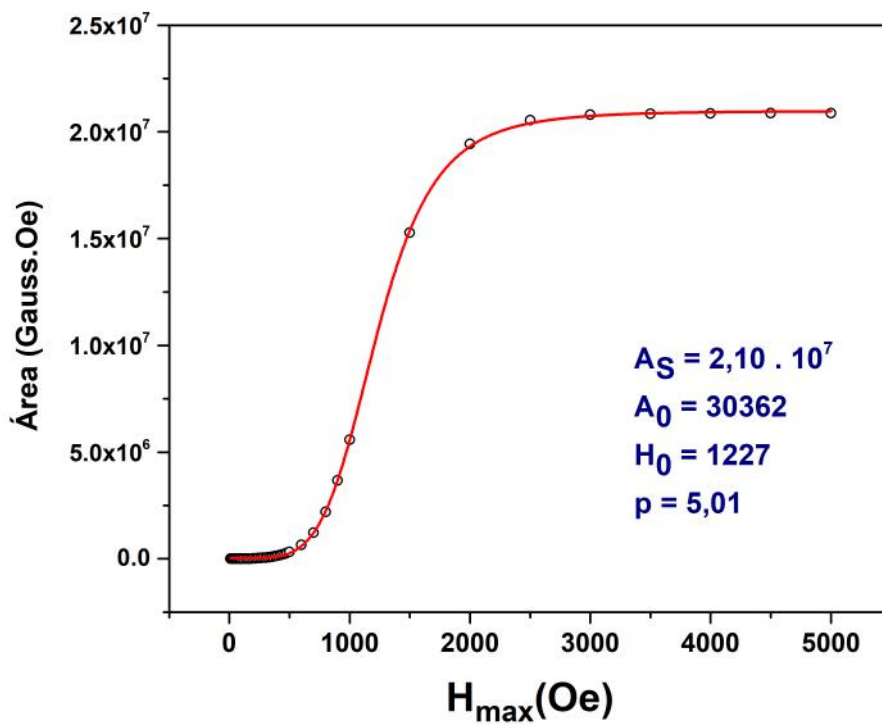


Figura 38 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra Alnico-2. Os círculos abertos são os valores numéricos obtidos diretamente dos laços menores experimentais e a linha sólida vermelha é o ajuste obtido com a equação 5.7.

Embora o Alnico-2 não seja magneticamente tão duro quanto as fases intermetálicas Sm_2Co_{17} e $Nd_2Fe_{14}B$, o sucesso da abordagem polinomial para descrever seus laços menores e da função complementar da equação de Hill para ajustar a área $A(H_{max})$ indica que a aplicabilidade do presente tratamento numérico se estende além dos materiais magnéticos macios.

5.3 Permalloy

A figura 39 mostra todos os laços menores de magnetização *versus* campo magnético. Independente do H_{max} a área dos laços são muito pequenas, revelando o aspecto ferromagnético extremamente macio da liga Permalloy.

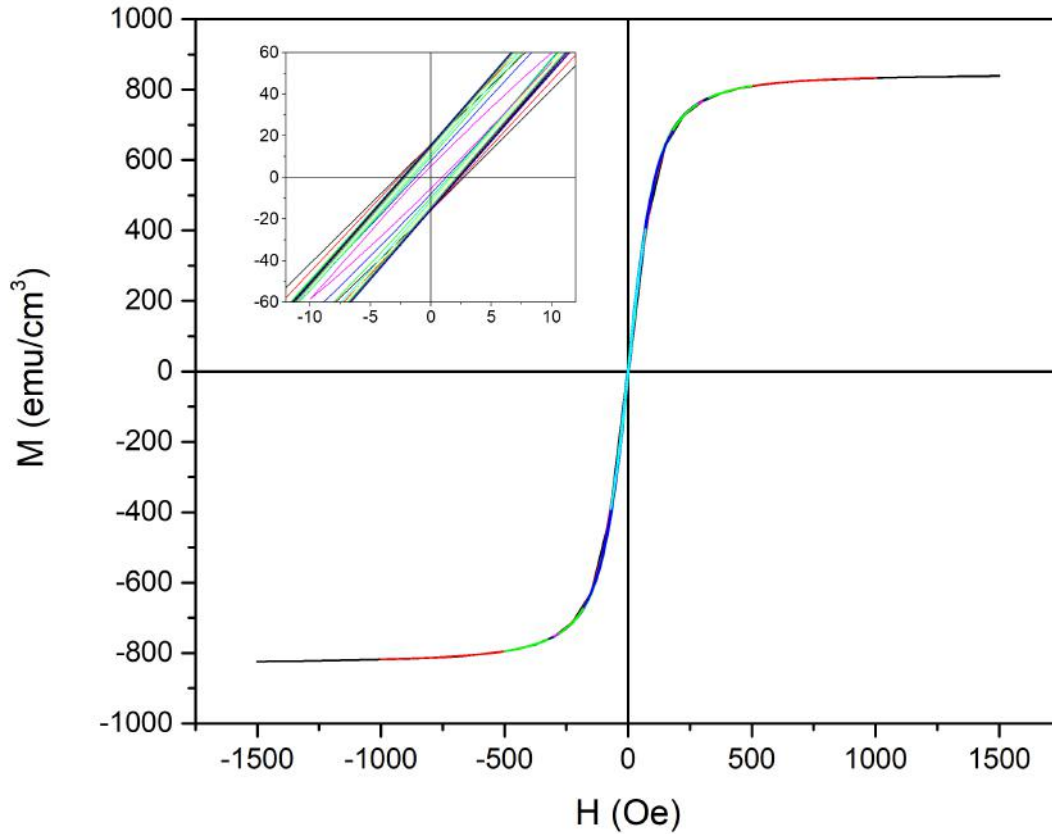


Figura 39 – Laços menores da amostra de Permalloy. O *inset* mostra uma ampliação do centro dos laços menores.

Estes laços também foram ajustados com polinômios e exemplos desses ajustes são mostrados na figura 40. Também para a amostra de Permalloy foi onze como o máximo grau de polinômio. As linhas vermelhas sólidas são os resultados gráficos dos ajustes, usando polinômios de diferentes graus. Os coeficientes polinomiais ajustados para os ramos ascendentes e descendentes das curvas de histerese da figura 40 são apresentados na tabela 8.

Como encontrado para as amostras discutidas anteriormente, Maraging-400 e Alnico 2, para cada histerese os coeficientes ajustados do ramo descendente são próximos em módulo àqueles correspondentes ao ramo ascendente. Existem exceções para as quais estes valores não são efetivamente próximos, embora ainda tenham a mesma ordem de magnitude.

Essas diferenças são respectivas aos coeficientes das potências “pares” os quais, não sendo numericamente próximos, mantém uma relação de multiplicidade que varia em geral entre 2 e 5. Ou seja, coeficientes dos monômios de potência ímpar descendentes têm o mesmo sinal e módulo próximo aos coeficientes ímpares ascendentes, enquanto que, coeficientes dos monômios de potência par descendentes são diferentes tanto em sinal como em módulo aos coeficientes pares ascendentes. Assim, verifica-se que a amostra de Permalloy tem um comportamento diferente daquele identificado para o Maraging-400 e o Alnico 2.

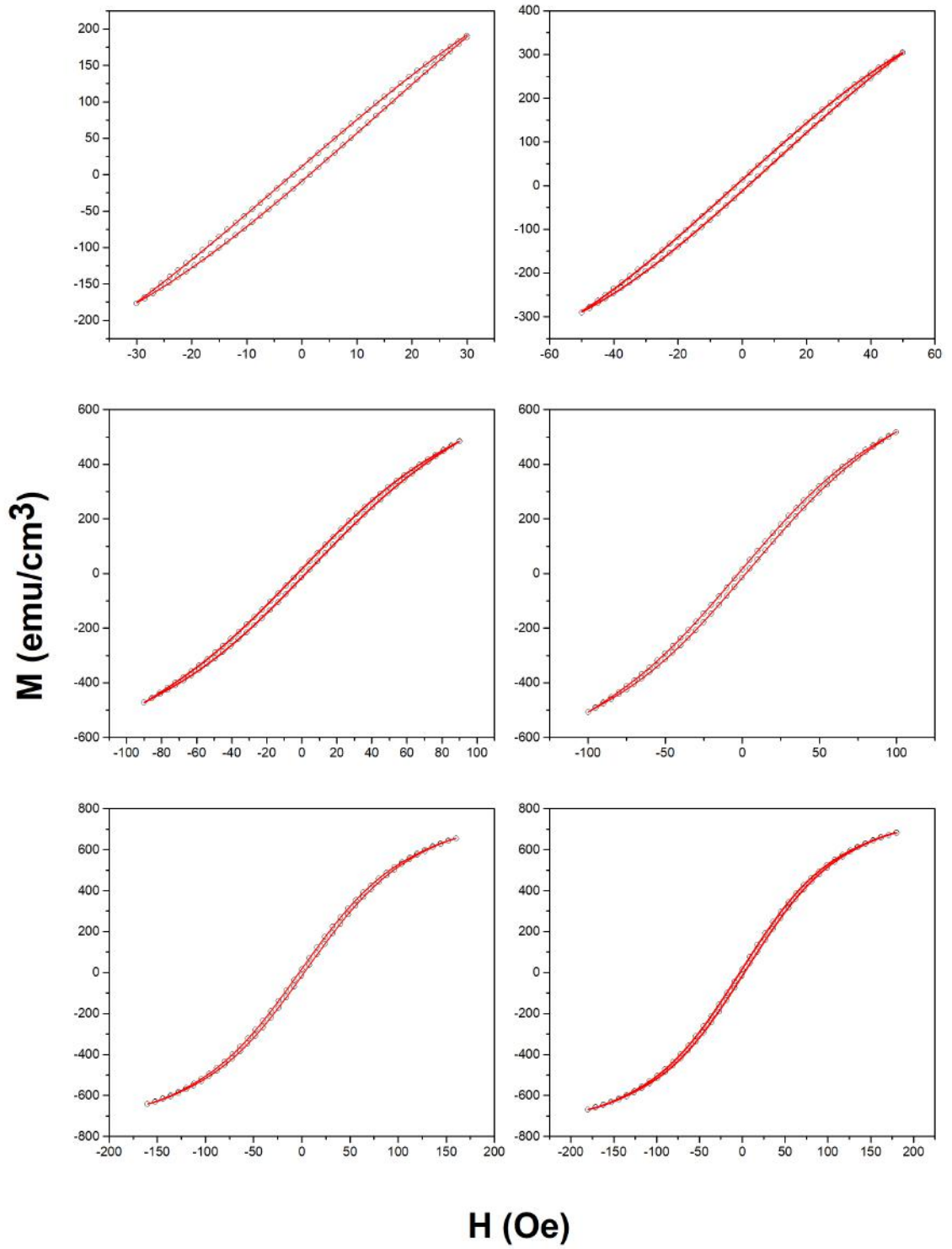
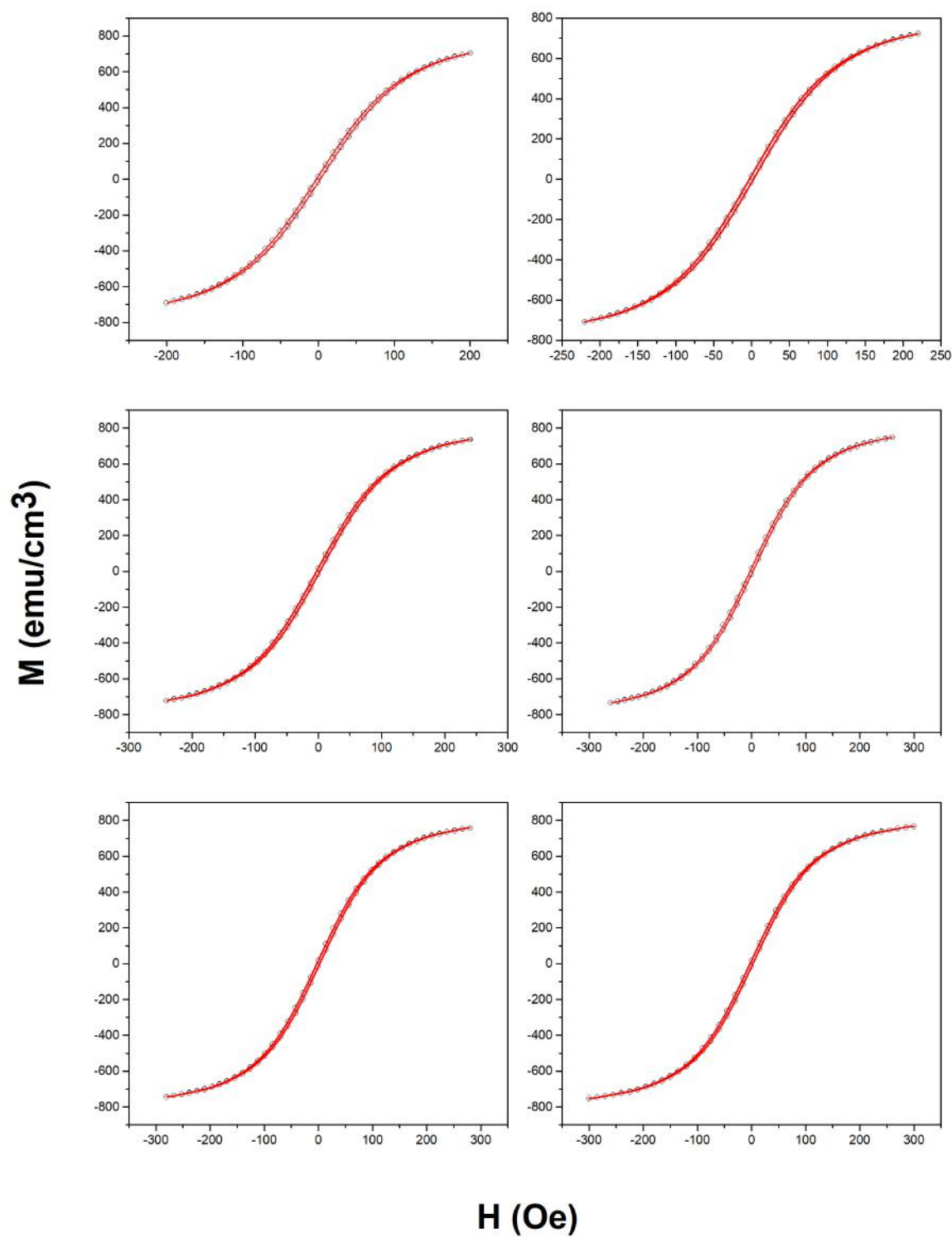


Figura 40 – Laços menores obtidos para diferentes H_{max} e ajustados com polinômios. Círculos abertos representam os valores experimentais e linhas vermelhas contínuas são os ajustes polinomiais.



Continuação da figura 40.

Tabela 8 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histereses mostradas na figura 40. ξ é a razão de multiplicidade e σ é o desvio padrão do valor médio de ξ .

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($emu/cm^3 \cdot Oe$)	
		Ascendente	Descendente	Experimental	Calculado
30 Oe	a	-8,99	11,0	$8,38 \cdot 10^{+02}$	$8,37 \cdot 10^{+02}$
	b	6,46	6,51		
	c	$1,71 \cdot 10^{-02}$	$-0,31 \cdot 10^{-02}$	$\xi = 5,57$	
	d	$-4,16 \cdot 10^{-04}$	$-4,33 \cdot 10^{-04}$		
50 Oe	a	-12,3	13,5	$1,77 \cdot 10^{+03}$	$1,77 \cdot 10^{+03}$
	b	6,61	6,62		
	c	$7,65 \cdot 10^{-03}$	$-2,07 \cdot 10^{-03}$	$\xi = 3,70$	
	d	$-2,74 \cdot 10^{-04}$	$-2,76 \cdot 10^{-04}$		
90 Oe	a	-15,7	15,8	$3,65 \cdot 10^{+03}$	$3,65 \cdot 10^{+03}$
	b	6,64	6,65		
	c	$3,48 \cdot 10^{-03}$	$-1,06 \cdot 10^{-03}$	$< \xi > = 3,50$	
	d	$-2,25 \cdot 10^{-04}$	$-2,30 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-1,03 \cdot 10^{-07}$	$-0,28 \cdot 10^{-07}$	$< \sigma > = 0,31$	
	f	$7,60 \cdot 10^{-09}$	$8,14 \cdot 10^{-09}$		
100 Oe	a	-16,0	16,3	$4,02 \cdot 10^{+03}$	$4,02 \cdot 10^{+03}$
	b	6,61	6,62		
	c	$3,08 \cdot 10^{-03}$	$-1,14 \cdot 10^{-03}$	$< \xi > = 9,54$	
	d	$-2,06 \cdot 10^{-04}$	$-2,10 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-9,10 \cdot 10^{-08}$	$0,55 \cdot 10^{-08}$	$< \sigma > = 9,67$	
	f	$5,81 \cdot 10^{-09}$	$6,05 \cdot 10^{-09}$		
160 Oe	a	-17,0	17,1	$5,64 \cdot 10^{+03}$	$5,64 \cdot 10^{+03}$
	b	6,57	6,58		
	c	$2,29 \cdot 10^{-03}$	$-1,03 \cdot 10^{-03}$	$< \xi > = 2,50$	
	d	$-1,85 \cdot 10^{-04}$	$-1,87 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-8,47 \cdot 10^{-08}$	$3,47 \cdot 10^{-08}$	$< \xi > = 2,50$	
	f	$5,17 \cdot 10^{-09}$	$5,22 \cdot 10^{-09}$		
	g	$1,20 \cdot 10^{-12}$	$-0,42 \cdot 10^{-12}$	$< \sigma > = 0,31$	
	h	$-6,90 \cdot 10^{-14}$	$-6,97 \cdot 10^{-14}$		

Continuação da tabela 8.

180 Oe	<i>a</i>	-17,0	17,1	$5,97 \cdot 10^{+03}$	$5,98 \cdot 10^{+03}$	
	<i>b</i>	6,57	6,58			
	<i>c</i>	$2,29 \cdot 10^{-03}$	$-1,03 \cdot 10^{-03}$			
	<i>d</i>	$-1,85 \cdot 10^{-04}$	$-1,87 \cdot 10^{-04}$			
	<i>e</i>	$-8,47 \cdot 10^{-08}$	$3,47 \cdot 10^{-08}$	$< \xi > = 2,50$		
	<i>f</i>	$5,17 \cdot 10^{-09}$	$5,22 \cdot 10^{-09}$	$< \sigma > = 0,31$		
	<i>g</i>	$1,20 \cdot 10^{-12}$	$-0,42 \cdot 10^{-12}$			
	<i>h</i>	$-6,90 \cdot 10^{-14}$	$-6,97 \cdot 10^{-14}$			
200 Oe	<i>a</i>	-17,0	17,4	$6,21 \cdot 10^{+03}$	$6,22 \cdot 10^{+03}$	
	<i>b</i>	6,57	6,58			
	<i>c</i>	$2,18 \cdot 10^{-03}$	$-0,98 \cdot 10^{-03}$			
	<i>d</i>	$-1,88 \cdot 10^{-04}$	$-1,89 \cdot 10^{-04}$			
	<i>e</i>	$-8,76 \cdot 10^{-08}$	$3,55 \cdot 10^{-08}$			
	<i>f</i>	$5,81 \cdot 10^{-09}$	$5,80 \cdot 10^{-09}$	$< \xi > = 3,44$		
	<i>g</i>	$1,69 \cdot 10^{-12}$	$-0,53 \cdot 10^{-12}$	$< \sigma > = 1,67$		
	<i>h</i>	$-1,12 \cdot 10^{-13}$	$-1,12 \cdot 10^{-13}$			
	<i>i</i>	$-1,21 \cdot 10^{-17}$	$0,21 \cdot 10^{-17}$			
220 Oe	<i>j</i>	$9,18 \cdot 10^{-19}$	$9,13 \cdot 10^{-19}$			
	<i>a</i>	-17,2	17,3	$6,46 \cdot 10^{+03}$	$6,46 \cdot 10^{+03}$	
	<i>b</i>	6,55	6,56			
	<i>c</i>	$2,12 \cdot 10^{-03}$	$-1,01 \cdot 10^{-03}$			
	<i>d</i>	$-1,79 \cdot 10^{-04}$	$-1,81 \cdot 10^{-04}$			
	<i>e</i>	$-8,50 \cdot 10^{-08}$	$4,26 \cdot 10^{-08}$			
	<i>f</i>	$4,90 \cdot 10^{-09}$	$5,00 \cdot 10^{-09}$	$< \xi > = 1,99$		
	<i>g</i>	$1,63 \cdot 10^{-12}$	$-0,83 \cdot 10^{-12}$	$< \sigma > = 0,07$		
	<i>h</i>	$-8,02 \cdot 10^{-14}$	$-8,26 \cdot 10^{-14}$			
	<i>i</i>	$-1,17 \cdot 10^{-17}$	$0,60 \cdot 10^{-17}$			
<i>j</i>	$5,42 \cdot 10^{-19}$	$5,63 \cdot 10^{-19}$				

Continuação da tabela 8.

240 Oe	<i>a</i>	-16,9	17,5	6,67 · 10 ⁺⁰³	6,67 · 10 ⁺⁰³		
	<i>b</i>	6,53	6,53				
	<i>c</i>	2,05 · 10 ⁻⁰³	-0,95 · 10 ⁻⁰³				
	<i>d</i>	-1,72 · 10 ⁻⁰⁴	-1,72 · 10 ⁻⁰⁴				
	<i>e</i>	-7,80 · 10 ⁻⁰⁸	3,65 · 10 ⁻⁰⁸				
	<i>f</i>	4,28 · 10 ⁻⁰⁹	4,26 · 10 ⁻⁰⁹				
	<i>g</i>	1,38 · 10 ⁻¹²	-0,62 · 10 ⁻¹²			< ξ >= 2,21	
	<i>h</i>	-6,12 · 10 ⁻¹⁴	-6,06 · 10 ⁻¹⁴				
	<i>i</i>	-8,99 · 10 ⁻¹⁸	3,85 · 10 ⁻¹⁸				
	<i>j</i>	3,55 · 10 ⁻¹⁹	3,50 · 10 ⁻¹⁹			< σ >= 0,09	
260 Oe	<i>a</i>	-17,1	17,4	6,81 · 10 ⁺⁰³	6,81 · 10 ⁺⁰³		
	<i>b</i>	6,56	6,56				
	<i>c</i>	2,11 · 10 ⁻⁰³	-0,95 · 10 ⁻⁰³				
	<i>d</i>	-1,82 · 10 ⁻⁰⁴	-1,83 · 10 ⁻⁰⁴				
	<i>e</i>	-8,97 · 10 ⁻⁰⁸	3,86 · 10 ⁻⁰⁸				
	<i>f</i>	5,38 · 10 ⁻⁰⁹	5,42 · 10 ⁻⁰⁹				
	<i>g</i>	2,01 · 10 ⁻¹²	-0,75 · 10 ⁻¹²				
	<i>h</i>	-1,06 · 10 ⁻¹³	-1,07 · 10 ⁻¹³				
	<i>i</i>	-2,23 · 10 ⁻¹⁷	0,67 · 10 ⁻¹⁷			< ξ >= 3,02	
	<i>j</i>	1,14 · 10 ⁻¹⁸	1,14 · 10 ⁻¹⁸				
	<i>k</i>	9,68 · 10 ⁻²³	-2,11 · 10 ⁻²³				
	<i>l</i>	-5,01 · 10 ⁻²⁴	-5,00 · 10 ⁻²⁴			< σ >= 0,98	
280 Oe	<i>a</i>	-17,0	17,4	6,96 · 10 ⁺⁰³	6,96 · 10 ⁺⁰³		
	<i>b</i>	6,54	6,54				
	<i>c</i>	2,08 · 10 ⁻⁰³	-0,96 · 10 ⁻⁰³				
	<i>d</i>	-1,76 · 10 ⁻⁰⁴	-1,76 · 10 ⁻⁰⁴				
	<i>e</i>	-8,71 · 10 ⁻⁰⁸	3,97 · 10 ⁻⁰⁸				
	<i>f</i>	4,77 · 10 ⁻⁰⁹	4,78 · 10 ⁻⁰⁹				
	<i>g</i>	1,89 · 10 ⁻¹²	-0,84 · 10 ⁻¹²				
	<i>h</i>	-8,32 · 10 ⁻¹⁴	-8,35 · 10 ⁻¹⁴				
	<i>i</i>	-1,99 · 10 ⁻¹⁷	0,85 · 10 ⁻¹⁷			< ξ >= 2,28	
	<i>j</i>	7,81 · 10 ⁻¹⁹	7,83 · 10 ⁻¹⁹				
	<i>k</i>	8,05 · 10 ⁻²³	-3,33 · 10 ⁻²³				
	<i>l</i>	-2,96 · 10 ⁻²⁴	-2,97 · 10 ⁻²⁴			< σ >= 0,10	

Continuação da tabela 8.

300 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-17,1	17,4		
	<i>b</i>	6,52	6,52		
	<i>c</i>	$1,99 \cdot 10^{-03}$	$-0,93 \cdot 10^{-03}$		
	<i>d</i>	$-1,69 \cdot 10^{-04}$	$-1,70 \cdot 10^{-04}$	$7,11 \cdot 10^{+03}$	$7,12 \cdot 10^{+03}$
	<i>e</i>	$-7,84 \cdot 10^{-08}$	$3,73 \cdot 10^{-08}$		
	<i>f</i>	$4,24 \cdot 10^{-09}$	$4,24 \cdot 10^{-09}$		
	<i>g</i>	$1,56 \cdot 10^{-12}$	$-0,72 \cdot 10^{-12}$		
	<i>h</i>	$-6,65 \cdot 10^{-14}$	$-6,64 \cdot 10^{-14}$		
	<i>i</i>	$-1,49 \cdot 10^{-17}$	$0,66 \cdot 10^{-17}$	$< \xi > = 2,20$	
	<i>j</i>	$5,53 \cdot 10^{-19}$	$5,51 \cdot 10^{-19}$		
	<i>k</i>	$5,44 \cdot 10^{-23}$	$-2,29 \cdot 10^{-23}$		
	<i>l</i>	$-1,85 \cdot 10^{-24}$	$-1,84 \cdot 10^{-24}$	$< \sigma > = 0,11$	

A possibilidade de haver algum artefato de medida poderia ser considerada, incluindo uma amostra eventualmente “defeituosa” (por exemplo, o disco não tem simetria azimutal de forma), mas isto é improvável posto que os coeficientes dos monômios de ordem ímpar são consistentes (i.e. quase iguais) para os ramos ascendente e descendente. A razão de multiplicidade verificada entre coeficientes pares de monômios correspondentes (que aqui vamos designar por ξ) levanta a possibilidade de uma “origem física” para a diferença entre os coeficientes ascendentes e os descendentes correspondentes. No entanto, se houver origem física, esta não é ainda conhecida. Poder-se-ia considerar o argumento meramente numérico que, por ser uma amostra muito macia magneticamente, os laços menores são curvas matematicamente “mal-comportadas”, no sentido que a ascensão da magnetização ocorre rapidamente já em pequenos campos aplicados. Isto poderia gerar coeficientes de monômios ímpares cujo ajuste numérico seria muito sensível a pequenas diferenças de forma nos ramos ascendentes e descendentes. No entanto, o fato de que em nenhum caso os coeficientes ímpares são próximos ou iguais, ou seja, são recorrentemente diferentes, mostra que “a razão matemática” não é plausível.

Isso demonstra que no Permalloy a parte descendente dos laços menores não pode ser considerada uma inversão da parte ascendente, como anteriormente reconhecido para as amostras de Maraging-400 e Alnico 2. Assim, as curvas obtidas não são histereses simétricas, ao contrário do observado para aquelas amostras anteriormente analisadas, na maioria dos casos, os sinais de *a*, *c*, *e*, *g*, *i* e *k* opostos entre ramos ascendentes e descendentes de um laço menor, enquanto *b*, *d*, *f*, *h*, *j* e *l* têm o mesmo sinal.

Os coeficientes ajustados (incluindo aqueles não apresentados na tabela 8), permitem reescrever os polinômios para os dois ramos da histerese de maneira mais específica (restringindo o grau do polinômio a onze):

$$\begin{aligned} M_{desc} = & a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 \\ & - hH^7 + iH^8 + jH^9 - kH^{10} - lH^{11} \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} M_{asc} = & -a + bH + \xi cH^2 - dH^3 - \xi eH^4 + fH^5 + \xi gH^6 \\ & - hH^7 - \xi iH^8 + jH^9 + \xi kH^{10} - lH^{11} \end{aligned} \quad (5.28)$$

onde $a, b, c, \dots$ são todos valores positivos.

Até o polinômio de sétimo grau, caso em que a comparação é válida, as expressões 5.27 e 5.28 diferem daquelas propostas para o aço Maraging-400, respectivamente, para os sinais de g e h (ver equação 5.2). Isso pode ser atribuído a diferentes propriedades magnéticas, ainda não determinadas para esses sistemas.

Considerando as equações 5.27 e 5.28, podemos deduzir uma expressão para a área dos laços menores do Permalloy (sem restringir o grau do polinômio) como:

$$\begin{aligned} A(H_{max}) = & \int_{-H_{max}}^{H_{max}} [(a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 - hH^7 \\ & + iH^8 + jH^9 - kH^{10} - lH^{11} + \dots) - (-a + bH + \xi cH^2 - dH^3 \\ & - \xi eH^4 + fH^5 + \xi gH^6 - hH^7 - \xi iH^8 + jH^9 + \xi kH^{10} \\ & - lH^{11} + \dots)] dH \\ A(H_{max}) = & 4aH_{max} - \frac{2c(1+\xi)H_{max}^3}{3} + \frac{2e(1+\xi)H_{max}^5}{5} - \frac{2g(1+\xi)H_{max}^7}{7} \\ & + \frac{2i(1+\xi)H_{max}^9}{9} - \frac{2k(1+\xi)H_{max}^{11}}{11} + \dots \end{aligned} \quad (5.29)$$

onde ξ mostra tender ao valor de 2,2 para os maiores valores de H_{max} .

As equações 5.27 e 5.28 permitem descrever os quatro pontos essenciais em curvas de histerese, as magnetizações residuais M_r e as coercividades intrínsecas H_{CI} . A primeira acontece quando $H = 0$ e a segunda quando $M(H) = 0$, desta forma:

$$M(0) = \pm a \Rightarrow M_r = \pm a, \quad (5.30)$$

onde o sinal na equação 5.30 depende do ramo da histerese e " a " corresponde à magnetização residual no laço menor.

A figura 41 mostra M_r e o coeficiente a em função de H_{max} , onde M_r foi obtido dos ramos descendentes de todos os laços menores através de interpolação dos dados experimentais e o coeficiente a vem dos ajustes dos ramos descendentes dos mesmos laços. É importante verificar a diferença entre as duas curvas pontuadas da figura e constatar que a interpolação utilizado para "ler" os pontos da curva $M_r \times H_{max}$ pode levar a desvios consideráveis, respectivamente a valores mais realistas obtidos dos ajustes (i.e., pontos

de a). É interessante notar, como para os outros sistemas antes estudados, que a curva revela a mesma funcionalidade da função complementar da equação de Hill e, portanto, analogamente pode ser ajustada de acordo com a seguinte equação:

$$M_r(H_{max}) = M_{rS} + \frac{(M_{r0} - M_{rS})}{\left(1 + \left[\frac{H_{max}}{H_{0r}}\right]^{p_r}\right)} \quad (5.31)$$

Obviamente, que a equação 5.31 tem a mesma funcionalidade que a equação 5.12, substituindo-se B_r por M_r .

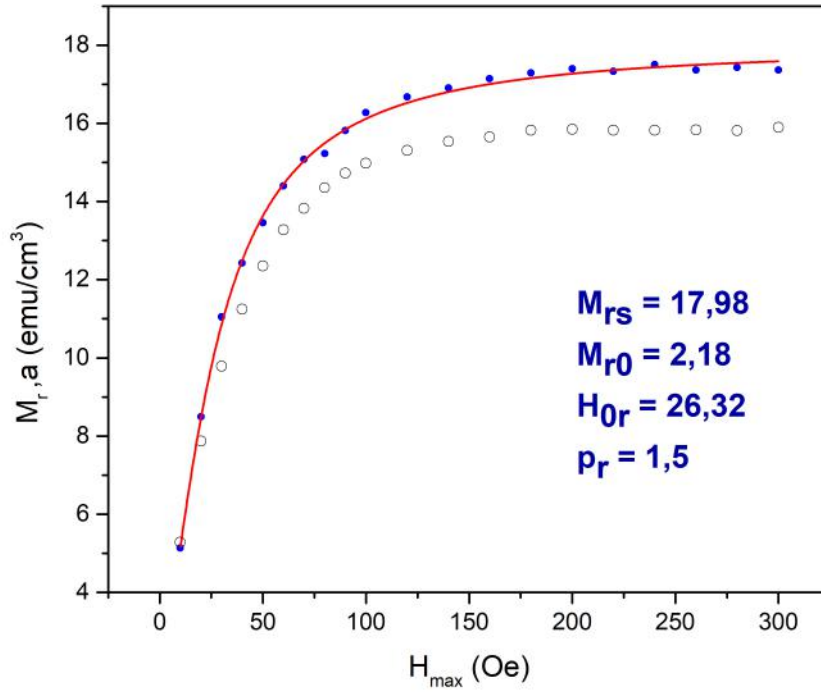


Figura 41 – Magnetização residual, M_r (círculos abertos) e o coeficiente a (círculos azuis), em função de H_{max} . A curva sólida vermelha é o ajuste usando a equação 5.31.

Para cada laço menor a coercividade intrínseca, H_{CI} , foi obtida dos ramos descendentes por inspeção e interpolação dos pontos próximos a $M = 0$, enquanto que a coercividade calculada, H_{Cc} , foi determinada da seguinte condição:

$$M_{desc}(H) = a + bH - cH^2 - dH^3 + \dots = 0, \quad (5.32)$$

Levando em consideração a menor raiz real, como proposto no caso do Alnico 2, as curvas H_{Cc} e H_{CI} por H_{max} são mostradas na figura 42:

Mais uma vez, dada a forma da curva H_C esta foi ajustada com a função complementar da equação de Hill da mostrada na equação 5.20.

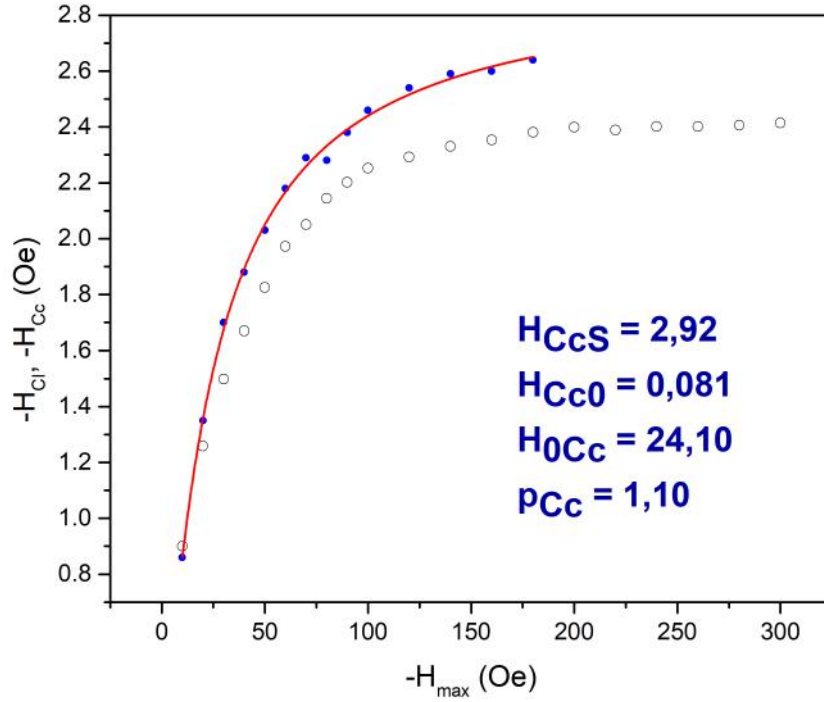


Figura 42 – A coercividade intrínseca, H_{CI} , (círculos abertos) e a calculada H_{Cc} (círculos azuis) por H_{max} , para a amostra de Permalloy. A linha sólida vermelha é o ajuste da curva feita com a equação 5.20.

Da equação 5.27, observa-se que a susceptibilidade magnética, $\frac{M_{Desc}}{H}$, é dada por

$$\chi = \frac{a}{H} + b - cH - dH^2 + eH^3 + \dots \quad (5.33)$$

Outras definições usuais de susceptibilidade magnética também podem ser obtidas, manipulando as igualdades da equação 5.27. Por exemplo, a susceptibilidade magnética diferencial, $\chi_{dif} = \frac{dM_{Desc}}{dH}$:

$$\chi_{dif} = b - 2cH - 3dH^2 + 4eH^3 + \dots, \quad (5.34)$$

e, a partir desta equação, é possível expressar a susceptibilidade magnética diferencial em $\pm H_{max}$,

$$\frac{dM_{Desc}}{dH}|_{H_{max}} = \frac{dM_{Asc}}{dH}|_{-H_{max}}, \quad (5.35)$$

$$\chi_{max} = b - 2cH_{max} - 3dH_{max}^2 + 4eH_{max}^3 + \dots, \quad (5.36)$$

e a susceptibilidade magnética diferencial em $H = 0$,

$$\chi_r = \frac{dM_{Desc}}{dH}|_{H=0}, \quad (5.37)$$

$$\chi_r = b - 2cH + 3dH^2 + 4eH^3 + \dots|_{H=0}, \quad (5.38)$$

$$\chi_r = b. \quad (5.39)$$

A figura 43 mostra a variação de b (ou χ_r) com H_{max} e dois regimes são aparentes. Para $H_{max} \leq 300$ Oe, b varia linearmente, atingindo o eixo das ordenadas em $\approx 5,77$. Para H_{max} maior, b tende a um valor constante. Importante dizer que as curvas $a(H_{max})$ e

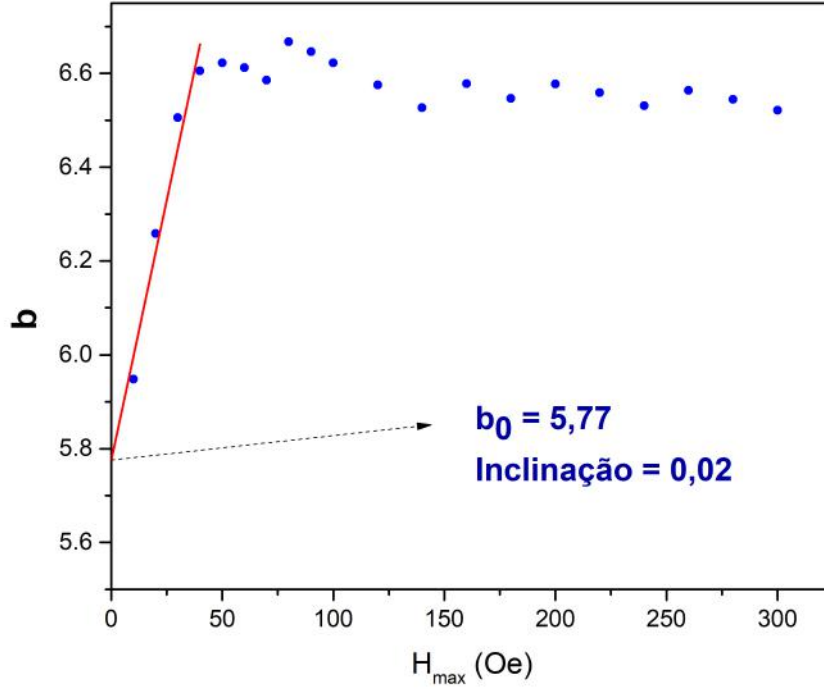


Figura 43 – Coeficiente b em função de H_{max} . A linha reta sólida vermelha é o ajuste usando uma regressão linear. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

$b(H_{max})$ obtidas dos ramos ascendentes (não mostradas) são virtualmente iguais às das figuras 41 e 43.

Em comparação com a e b , os outros coeficientes - c , d , e , ..., l - têm um comportamento mais complexo e sua variação traçada contra H_{max} (não mostrada) não traz significado óbvio. No geral, os coeficientes dependem de H_{max} , isto é,

$$a = a(H_{max}); b = b(H_{max}); c = c(H_{max}) \cdots h = h(H_{max}); \quad (5.40)$$

A figura 44 mostra a curva de magnetização virgem, $M_V(H)$, ajustada na faixa de 0 – 380 Oe com o polinômio

$$M_V = a' + b'H + c'H^2 + d'H^3 + \cdots + l'H^{11}. \quad (5.41)$$

Frequentemente definida a partir dessa curva é a susceptibilidade magnética virgem ($\frac{M_V}{H}$),

$$\chi_V = \frac{a'}{H} + b' + c'H + d'H^2 + e'H^3 \cdots, \quad (5.42)$$

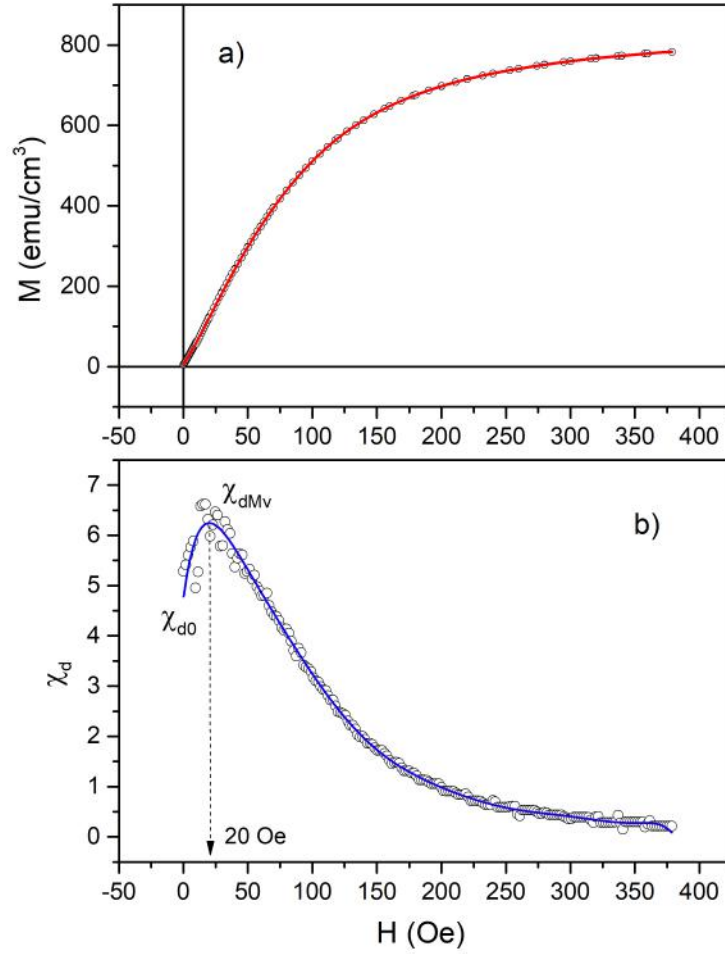


Figura 44 – a) Curva de magnetização virgem da amostra de Permalloy (círculos abertos), ajustada com a equação 5.41 na faixa de 0–380 Oe (linha sólida vermelha) e b) a susceptibilidade diferencial virgem experimental e ajustada com a equação 5.34 (linha sólida azul).

ou seu valor mais alto, χ_{VM} , fornecido pela condição

$$\chi_{VM} = \frac{-a'}{H^2} + c' + 2d'H + 3e'H^2 \dots = 0, \quad (5.43)$$

e identificado na figura 44.

A susceptibilidade magnética diferencial virgem para esta curva, $\chi_{dV} = \frac{dM_V}{dH}$, é

$$\chi_{dV} = b' + 2c'H + 3d'H^2 + 4e'H^3 + \dots, \quad (5.44)$$

e, assim, a susceptibilidade magnética virgem máxima, χ_{dVM} , é indicada na figura 44 e possui um valor de $\chi_{dVM} = 6,25$. Esse valor foi calculado utilizando a menor raiz real da seguinte equação polinomial:

$$\frac{dM_V^2}{dH^2} = 2c' + 6d'H + 12e'H^2 + \dots = 0, \quad (5.45)$$

A susceptibilidade magnética diferencial virgem inicial, χ_0 , é indicada na figura 44 e seu valor experimental ($\approx 5,28$) e teórico ($\approx 4,77$) são próximos - o primeiro mais e o segundo não tanto - à b_0 (ver figura 43) tornando plausível concluir que a susceptibilidade $\chi_0 = \lim_{H_{max} \rightarrow 0} \chi_r(H_{max})$. Em outras palavras, χ_0 pode ser estimado a partir dos laços menores, sem a necessidade da curva de magnetização virgem adequada.

A figura 45 mostra a área dos laços menores em função de H_{max} , para a amostra de Permalloy, ajustada com a função complementar da equação de Hill (53, 54, 55) (equação 5.7), como foi feito para as amostras Maraging-400 e Alnico 2.

Observa-se que $\frac{A_0}{A_s} < 1\%$, indicando que a amostra foi em um estado de magnetização inicial muito próximo de zero.

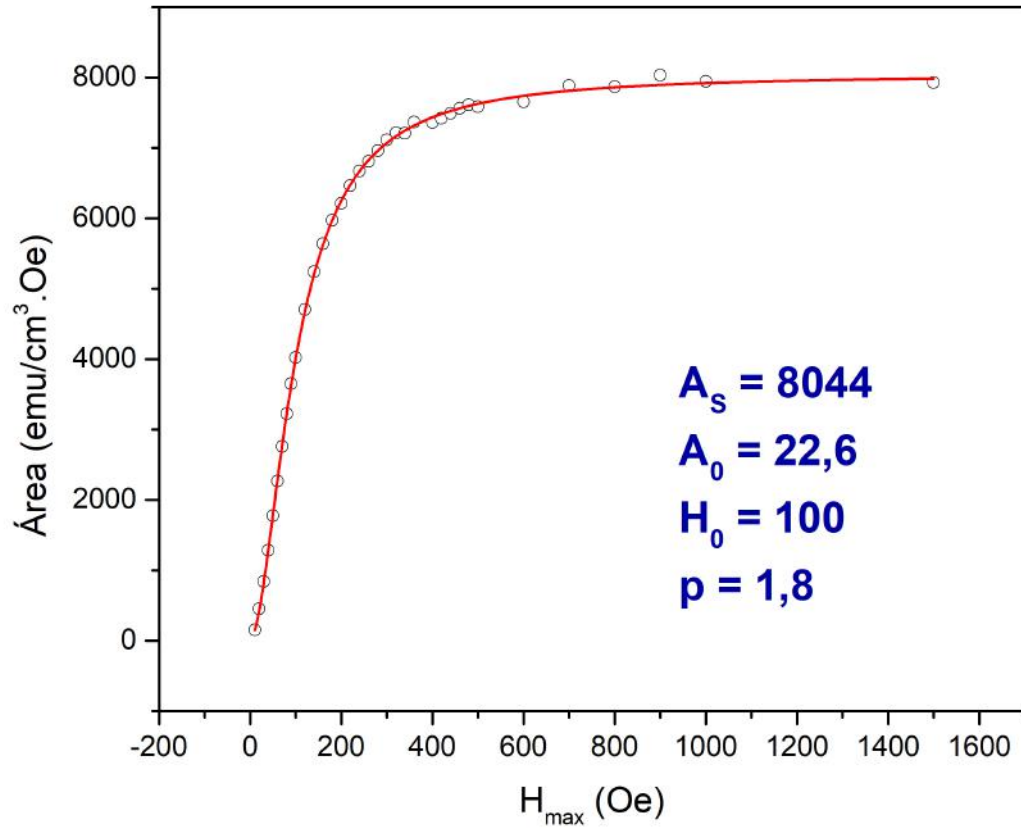


Figura 45 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Permalloy. Os círculos abertos são os valores numéricos obtidos diretamente dos laços menores experimentais e a linha sólida vermelha é o ajuste obtido com a equação 5.7.

5.4 Metais Puros

Introdução

Nesta seção, serão apresentados os resultados da magnetização obtidos e analisados para o Fe , o Ni e o Co . A forma de apresentação, bem como detalhes da mesma, em muito reproduzem o que foi apresentado para as ligas anteriormente caracterizadas.

Para cada um dos metais puros, primeiramente são mostrados todos os laços menores de magnetização por campo magnético aplicado e, na sequência, exemplos de laços menores ajustados com polinômios de diferentes graus. Estes laços particulares de histerese foram escolhidos por representarem ajustes com polinômios de diferentes graus e por bem demonstrarem graficamente a evolução dos laços em função do campo máximo aplicado.

Como feito anteriormente para as ligas estudadas, os ramos descendente e ascendente de cada laço foram ajustados separadamente. O grau máximo de qualquer polinômio utilizado foi onze, para qualquer dos metais, eventualmente, o campo máximo medido foi até a saturação magnética, mas os ajustes polinomiais foram apenas até o campo de fechamento; isto se deve ao fato que quando se alcança este campo, o ajuste polinomial não converge satisfatoriamente. Os coeficientes encontrados para ambos os ramos das curvas de histerese dadas como exemplo são apresentados em tabelas, para cada amostra. Os coeficientes ajustados foram inspecionados, verificando-se, que para cada laço, os coeficientes do ramo descendente são próximos, em módulo, daqueles correspondentes ao ramo ascendente. Repetindo o observado para outros sistemas, existem exceções, que não são valores tão próximos mas que conservam a mesma ordem de magnitude. Como esperado, na maioria dos casos os sinais dos coeficientes do ramo descendente mantêm uma correlação com os sinais do ascendente, a depender se i é par ou i é ímpar.

Desta forma, foi possível representar individualmente os polinômios para cada ramo da histerese, de maneira semelhante ao conduzido para as ligas; ou seja, escreve-se uma equação análoga à equação 5.27 para o ramo descende e outra análoga à equação 5.28 para o ramo ascendente.

A evolução com o campo máximo aplicado, H_{max} , da magnetização residual, M_r (experimental, obtida analogamente a B_r) e do coeficiente ajustado " a ", das coercividades intrínsecas, H_{CI} (experimental) e H_{CC} (calculada), do coeficiente ajustado b e da área dos laços menores, $A(H_{max})$ (experimental), é apresentada para cada amostra em gráficos separados, como obtido dos ramos descendentes dos laços menores.

Para os três sistemas, a curva de b por H_{max} ajustada no seu início por meio de regressão linear (i.e., considerando apenas alguns pontos iniciais), enquanto as outras curvas foram ajustadas com funções do tipo complementar da equação de Hill (os parâmetros ajustados de cada função são apresentados como *insert* nas respectivas figuras), considerando a forma das mesma.

Como forma padrão de apresentação dos gráficos, pontos respectivos a valores ex-

perimentais e a valores ajustados, ou calculados a partir destes, são representados por símbolos abertos e sólidos, respectivamente. As linhas sólidas que compõem estes gráficos (em vermelho) são o resultado de ajustes das curvas pontilhadas construídas a partir de coeficientes ajustados. A exceção é a função complementar da equação de Hill, ajustada em cima de pontos “experimentais”, obtidos como explicado na seção 5.1, para as amostras de Maraging-400.

Ferro

A figura 46 mostra todos os laços menores de magnetização por campo magnético aplicado da amostra de Ferro. Como é possível observar no gráfico, a curva apresenta um rápido crescimento na magnetização para campos pequenos (i.e., algumas dezenas de Oersted). No entanto, quando comparada ao Permalloy, a subida da curva ainda é mais suave.

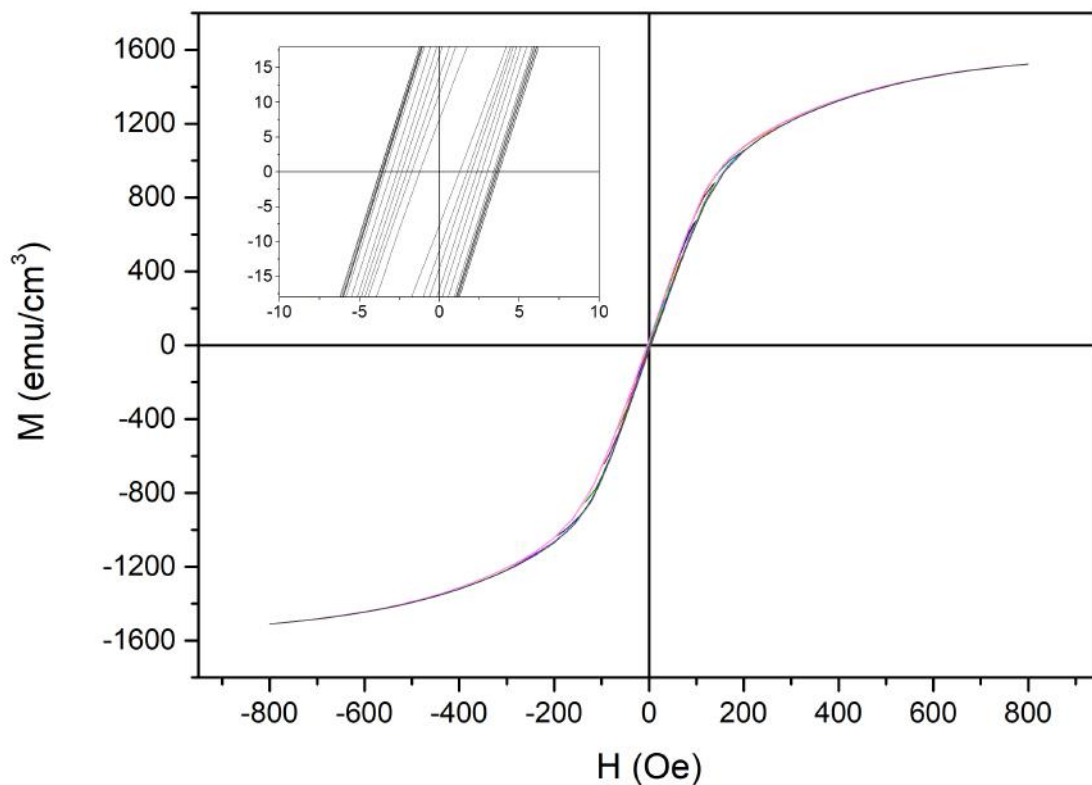


Figura 46 – Laços menores da amostra de Ferro. O *insert* mostra uma ampliação do centro dos laços menores.

Foram ajustados todos os laços com polinômios de diferentes graus. Exemplos desses ajustes são mostrados na figura 47. Verifica-se que as histereses do Ferro possuem áreas pequenas, revelando o caráter magnético macio do material. Os coeficientes encontrados para os ramos ascendentes e descendentes das curvas de histerese dadas como exemplo na figura 47 são apresentados na tabela 9.

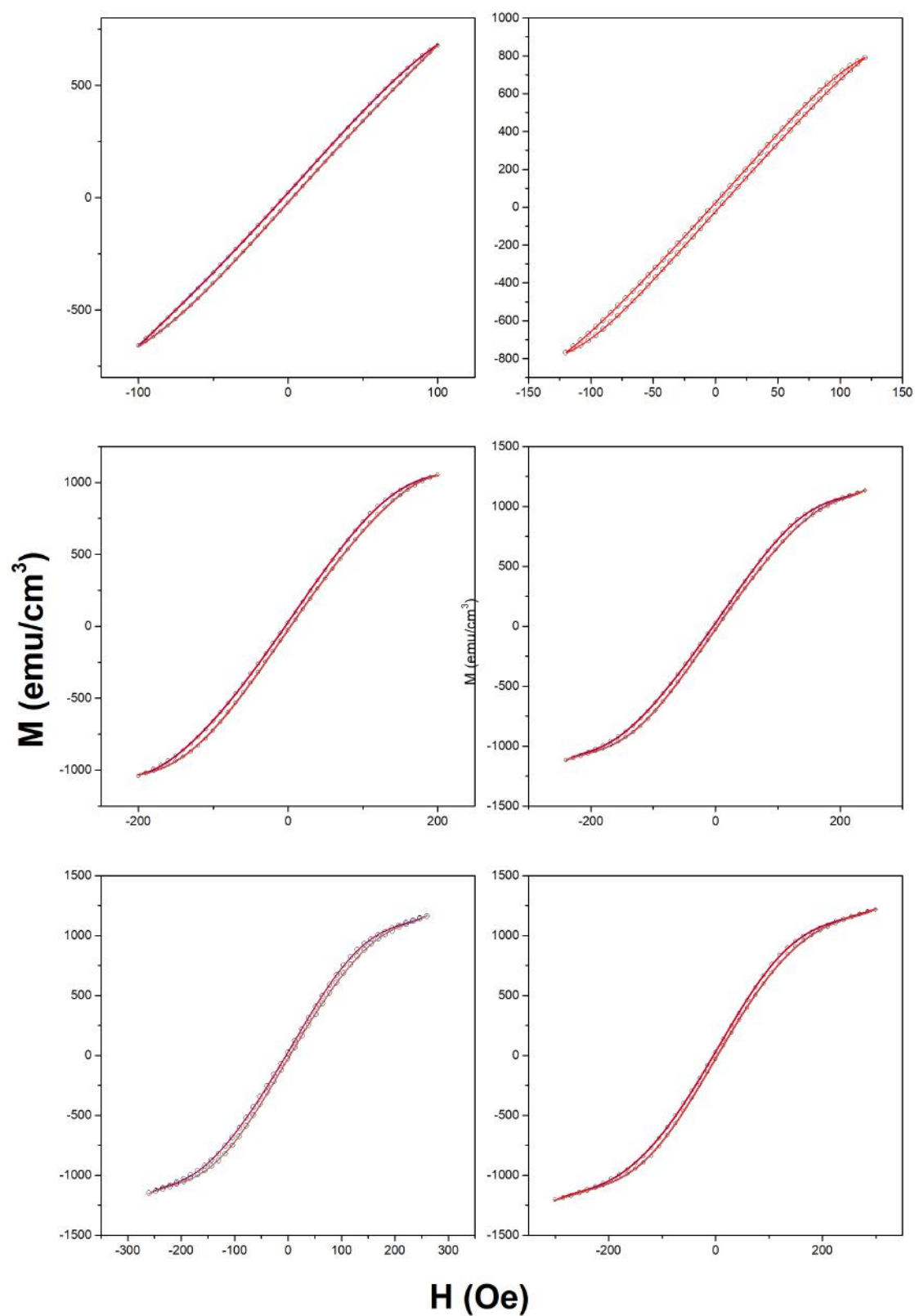
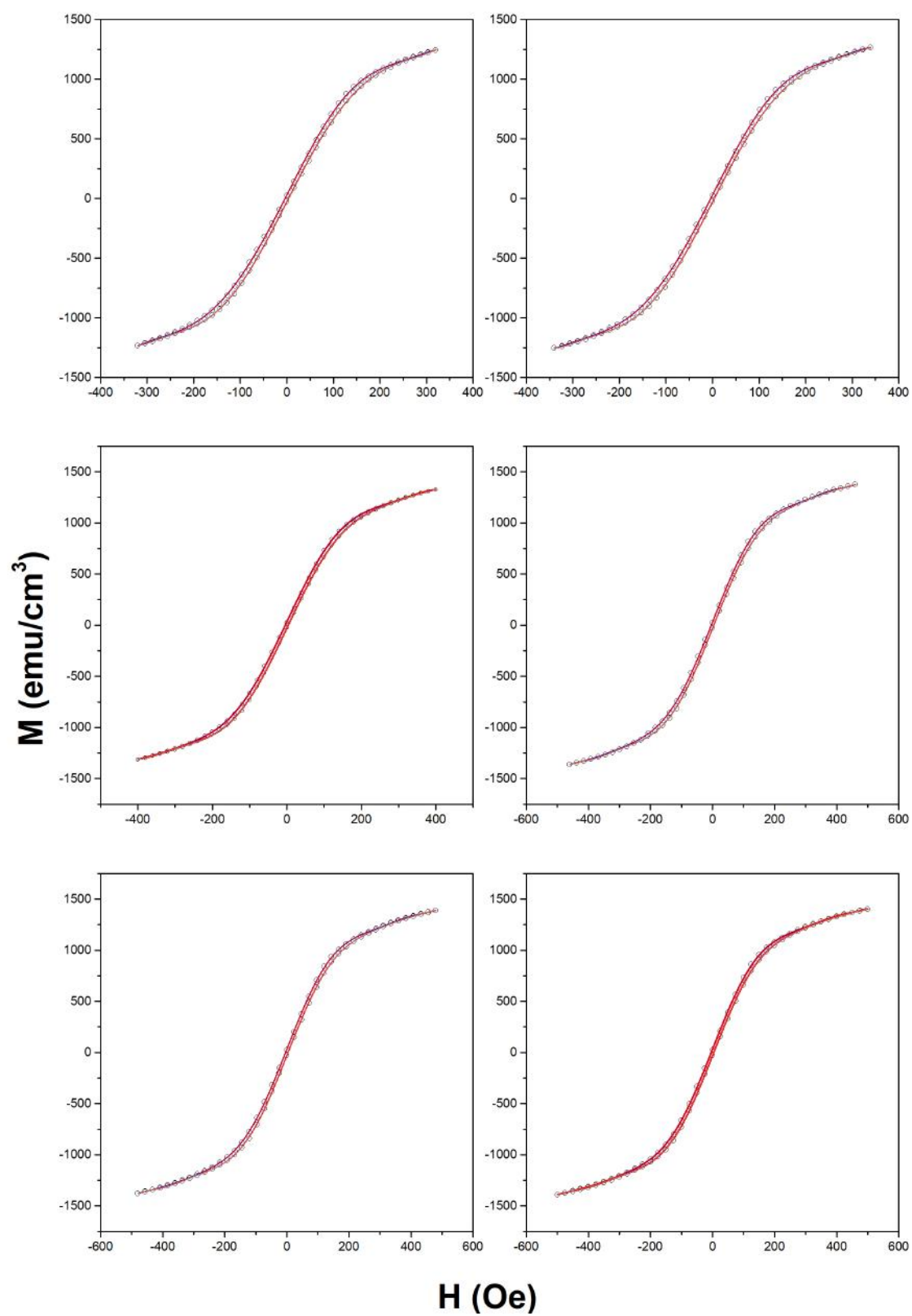


Figura 47 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Ferro.



Continuação da figura 47.

Experimentalmente, o campo aplicado máximo medido foi até 2000 Oe , mas os ajustes polinomiais foram apenas até 500 Oe .

Tabela 9 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histerese mostradas na figura 47.

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($emu/cm^3 \cdot Oe$)	
		Ascendente	Descendente	Experimental	Calculado
100 Oe	a	-21,6	21,5	$7,69 \cdot 10^{+03}$	$7,69 \cdot 10^{+03}$
	b	7,38	7,33		
	c	$-0,33 \cdot 10^{-03}$	$2,31 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-6,77 \cdot 10^{-05}$	$-6,28 \cdot 10^{-05}$		
	e	$3,36 \cdot 10^{-07}$	$-3,36 \cdot 10^{-07}$		
120 Oe	a	-23,3	23,0	$1,04 \cdot 10^{+04}$	$1,04 \cdot 10^{+04}$
	b	7,29	7,26		
	c	$-0,92 \cdot 10^{-03}$	$2,19 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-2,15 \cdot 10^{-05}$	$-2,28 \cdot 10^{-05}$		
	e	$2,24 \cdot 10^{-07}$	$-2,07 \cdot 10^{-07}$		
	f	$-2,38 \cdot 10^{-09}$	$-2,10 \cdot 10^{-09}$		
200 Oe	a	-26,3	26,3	$1,87 \cdot 10^{+04}$	$1,87 \cdot 10^{+04}$
	b	7,49	7,48		
	c	$-1,60 \cdot 10^{-03}$	$1,81 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-6,04 \cdot 10^{-05}$	$-6,03 \cdot 10^{-05}$		
	e	$1,45 \cdot 10^{-07}$	$-1,23 \cdot 10^{-07}$		
	f	$8,05 \cdot 10^{-11}$	$8,14 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-2,13 \cdot 10^{-12}$	$1,67 \cdot 10^{-12}$		
240 Oe	a	-26,2	26,3	$2,10 \cdot 10^{+04}$	$2,10 \cdot 10^{+04}$
	b	7,44	7,43		
	c	$-2,02 \cdot 10^{-03}$	$2,15 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-5,03 \cdot 10^{-05}$	$-4,91 \cdot 10^{-05}$		
	e	$1,87 \cdot 10^{-07}$	$-1,64 \cdot 10^{-07}$		
	f	$-4,30 \cdot 10^{-10}$	$-4,69 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-4,27 \cdot 10^{-12}$	$3,58 \cdot 10^{-12}$		
	h	$8,30 \cdot 10^{-15}$	$8,68 \cdot 10^{-15}$		
	i	$3,13 \cdot 10^{-17}$	$-2,56 \cdot 10^{-17}$		

Continuação da tabela 9.

260 O_e	a	$-27,0$	$26,6$	$2,19 \cdot 10^{+04}$	$2,19 \cdot 10^{+04}$
	b	$7,51$	$7,50$		
	c	$-1,66 \cdot 10^{-03}$	$1,90 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-6,22 \cdot 10^{-05}$	$-6,15 \cdot 10^{-05}$		
	e	$1,48 \cdot 10^{-07}$	$-1,37 \cdot 10^{-07}$		
	f	$5,63 \cdot 10^{-11}$	$3,49 \cdot 10^{-11}$		
	g	$-3,08 \cdot 10^{-12}$	$2,72 \cdot 10^{-12}$		
	h	$2,92 \cdot 10^{-15}$	$3,10 \cdot 10^{-15}$		
	i	$2,02 \cdot 10^{-17}$	$-1,75 \cdot 10^{-17}$		
300 O_e	a	$-28,7$	$28,1$	$2,34 \cdot 10^{+04}$	$2,35 \cdot 10^{+04}$
	b	$7,61$	$7,61$		
	c	$-8,63 \cdot 10^{-04}$	$1,22 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-7,59 \cdot 10^{-05}$	$-7,56 \cdot 10^{-05}$		
	e	$7,98 \cdot 10^{-08}$	$-8,03 \cdot 10^{-08}$		
	f	$5,11 \cdot 10^{-10}$	$5,03 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-1,39 \cdot 10^{-12}$	$1,32 \cdot 10^{-12}$		
	h	$-1,19 \cdot 10^{-15}$	$-1,14 \cdot 10^{-15}$		
	i	$7,27 \cdot 10^{-18}$	$-6,76 \cdot 10^{-18}$		
320 O_e	a	$-27,1$	$28,3$	$2,30 \cdot 10^{+04}$	$2,31 \cdot 10^{+04}$
	b	$7,67$	$7,67$		
	c	$-5,23 \cdot 10^{-04}$	$9,05 \cdot 10^{-04}$		
	d	$-7,98 \cdot 10^{-05}$	$-7,97 \cdot 10^{-05}$		
	e	$5,42 \cdot 10^{-08}$	$-5,73 \cdot 10^{-08}$		
	f	$5,98 \cdot 10^{-10}$	$5,94 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-8,65 \cdot 10^{-13}$	$8,54 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-1,76 \cdot 10^{-15}$	$-1,74 \cdot 10^{-15}$		
	i	$4,09 \cdot 10^{-18}$	$-3,92 \cdot 10^{-18}$		
340 O_e	a	$-28,3$	$28,6$	$2,35 \cdot 10^{+04}$	$2,36 \cdot 10^{+04}$
	b	$7,67$	$7,67$		
	c	$-2,25 \cdot 10^{-04}$	$6,30 \cdot 10^{-04}$		
	d	$-8,02 \cdot 10^{-05}$	$-8,01 \cdot 10^{-05}$		
	e	$3,60 \cdot 10^{-08}$	$-4,11 \cdot 10^{-08}$		
	f	$6,06 \cdot 10^{-10}$	$6,04 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-5,40 \cdot 10^{-13}$	$5,64 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-1,81 \cdot 10^{-15}$	$-1,80 \cdot 10^{-15}$		
	i	$2,32 \cdot 10^{-18}$	$-2,34 \cdot 10^{-18}$		

Continuação da tabela 9.

400 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-29,9	30,8	$2,47 \cdot 10^{+04}$	$2,48 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	7,69	7,69		
	<i>c</i>	$3,86 \cdot 10^{-04}$	$4,26 \cdot 10^{-05}$		
	<i>d</i>	$-8,30 \cdot 10^{-05}$	$-8,27 \cdot 10^{-05}$		
	<i>e</i>	$6,31 \cdot 10^{-09}$	$-1,25 \cdot 10^{-08}$		
	<i>f</i>	$7,11 \cdot 10^{-10}$	$7,04 \cdot 10^{-10}$		
	<i>g</i>	$-1,05 \cdot 10^{-13}$	$1,45 \cdot 10^{-13}$		
	<i>h</i>	$-3,14 \cdot 10^{-15}$	$-3,07 \cdot 10^{-15}$		
	<i>i</i>	$3,72 \cdot 10^{-19}$	$-4,68 \cdot 10^{-19}$		
	<i>j</i>	$5,38 \cdot 10^{-21}$	$5,21 \cdot 10^{-21}$		
460 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-29,4	30,4	$2,59 \cdot 10^{+04}$	$2,58 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	7,70	7,69		
	<i>c</i>	$2,21 \cdot 10^{-04}$	$2,19 \cdot 10^{-04}$		
	<i>d</i>	$-8,35 \cdot 10^{-05}$	$-8,31 \cdot 10^{-05}$		
	<i>e</i>	$1,39 \cdot 10^{-08}$	$-2,09 \cdot 10^{-08}$		
	<i>f</i>	$7,38 \cdot 10^{-10}$	$7,28 \cdot 10^{-10}$		
	<i>g</i>	$-2,38 \cdot 10^{-13}$	$2,93 \cdot 10^{-13}$		
	<i>h</i>	$-3,60 \cdot 10^{-15}$	$-3,50 \cdot 10^{-15}$		
	<i>i</i>	$1,35 \cdot 10^{-18}$	$-1,56 \cdot 10^{-18}$		
	<i>j</i>	$8,53 \cdot 10^{-21}$	$8,09 \cdot 10^{-21}$		
	<i>k</i>	$-2,57 \cdot 10^{-24}$	$2,87 \cdot 10^{-24}$		
	<i>l</i>	$-7,29 \cdot 10^{-27}$	$-6,56 \cdot 10^{-27}$		
480 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-30,2	30,7	$2,63 \cdot 10^{+04}$	$2,62 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	7,71	7,70		
	<i>c</i>	$3,59 \cdot 10^{-04}$	$0,86 \cdot 10^{-04}$		
	<i>d</i>	$-8,47 \cdot 10^{-05}$	$-8,45 \cdot 10^{-05}$		
	<i>e</i>	$0,78 \cdot 10^{-08}$	$-1,48 \cdot 10^{-08}$		
	<i>f</i>	$7,75 \cdot 10^{-10}$	$7,70 \cdot 10^{-10}$		
	<i>g</i>	$-1,46 \cdot 10^{-13}$	$2,00 \cdot 10^{-13}$		
	<i>h</i>	$-4,04 \cdot 10^{-15}$	$-3,99 \cdot 10^{-15}$		
	<i>i</i>	$8,01 \cdot 10^{-19}$	$-9,99 \cdot 10^{-19}$		
	<i>j</i>	$1,08 \cdot 10^{-20}$	$1,06 \cdot 10^{-20}$		
	<i>k</i>	$-1,43 \cdot 10^{-24}$	$1,71 \cdot 10^{-24}$		
	<i>l</i>	$-1,16 \cdot 10^{-26}$	$-1,13 \cdot 10^{-26}$		

Continuação da tabela 9.

500 Oe	a	$-30,5$	$31,1$		
	b	$7,71$	$7,70$		
	c	$4,62 \cdot 10^{-04}$	$-0,26 \cdot 10^{-04}$		
	d	$-8,50 \cdot 10^{-05}$	$-8,47 \cdot 10^{-05}$		
	e	$0,34 \cdot 10^{-08}$	$-1,00 \cdot 10^{-08}$		
	f	$7,81 \cdot 10^{-10}$	$7,76 \cdot 10^{-10}$		
	g	$-0,85 \cdot 10^{-13}$	$1,34 \cdot 10^{-13}$	$2,65 \cdot 10^{+04}$	$2,64 \cdot 10^{+04}$
	h	$-4,12 \cdot 10^{-15}$	$-4,07 \cdot 10^{-15}$		
	i	$4,62 \cdot 10^{-19}$	$-6,31 \cdot 10^{-19}$		
	j	$1,12 \cdot 10^{-20}$	$1,10 \cdot 10^{-20}$		
	k	$-0,78 \cdot 10^{-24}$	$1,01 \cdot 10^{-24}$		
	l	$-1,22 \cdot 10^{-26}$	$-1,19 \cdot 10^{-26}$		

As áreas experimentais e aquelas calculadas diretamente dos ajustes polinomiais, também são mostradas na tabela 9.

Os coeficientes ajustados (incluindo aqueles não apresentados na tabela 9) permitem reescrever os polinômios para os dois ramos da histerese de maneira análoga ao mostrado no caso do Permalloy; ou seja, reescreve-se a equação 5.27 para o ramo descendente e a equação 5.28 para o ramo ascendente para o Ferro:

$$M_{desc} = a + bH - cH^2 - dH^3 - eH^4 + fH^5 + gH^6 - hH^7 - iH^8 + jH^9 + kH^{10} - lH^{11} \quad (5.46)$$

$$M_{asc} = -a + bH + cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 - hH^7 + iH^8 + jH^9 - kH^{10} - lH^{11} \quad (5.47)$$

onde $a, b, c, \dots$ são todos valores positivos.

A evolução da magnetização residual M_r e do coeficiente a com o campo máximo aplicado H_{max} é mostrada na figura 48. Como nos casos do Alnico 2 e Permalloy, a função complementar da equação de Hill foi ajustada aos pontos obtidos para o coeficiente a dos polinômios de todos os laços. É importante verificar a diferença entre as duas curvas pontuadas da figura e constatar que a interpolação utilizada para “ler” os pontos da curva $M_r \times H_{max}$ pode levar a desvios consideráveis, respectivamente a valores mais realistas obtidos dos ajustes (i.e., pontos de a).

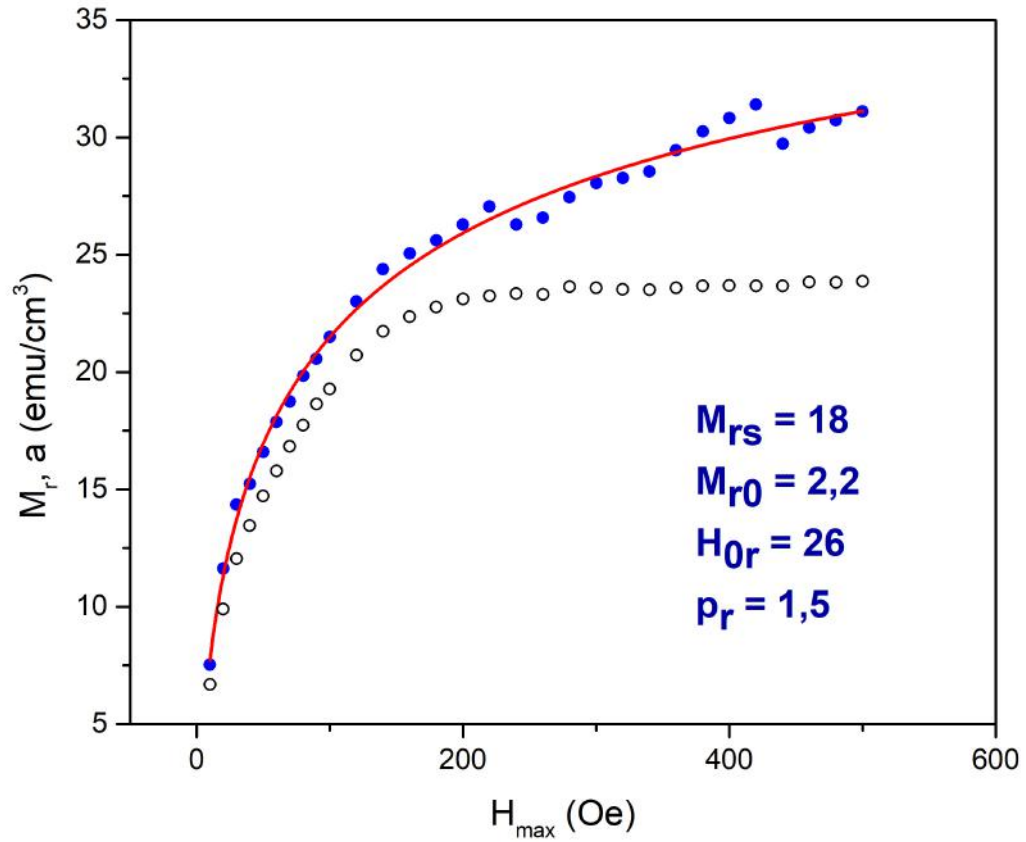


Figura 48 – Magnetização residual, M_r , e o coeficiente a do Ferro em função da $H_{\max}$. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

As coercividades intrínsecas, H_{CI} (experimental) e H_{CC} , (calculada por 5.32) são mostradas na figura 49. Um ajuste fino com a função complementar da equação de Hill foi feito para a curva calculada para a curva H_{CC} . Tanto os pontos experimentais quanto os calculados apontam a mesma tendência, até $H_{\max} = 300 \text{ Oe}$.

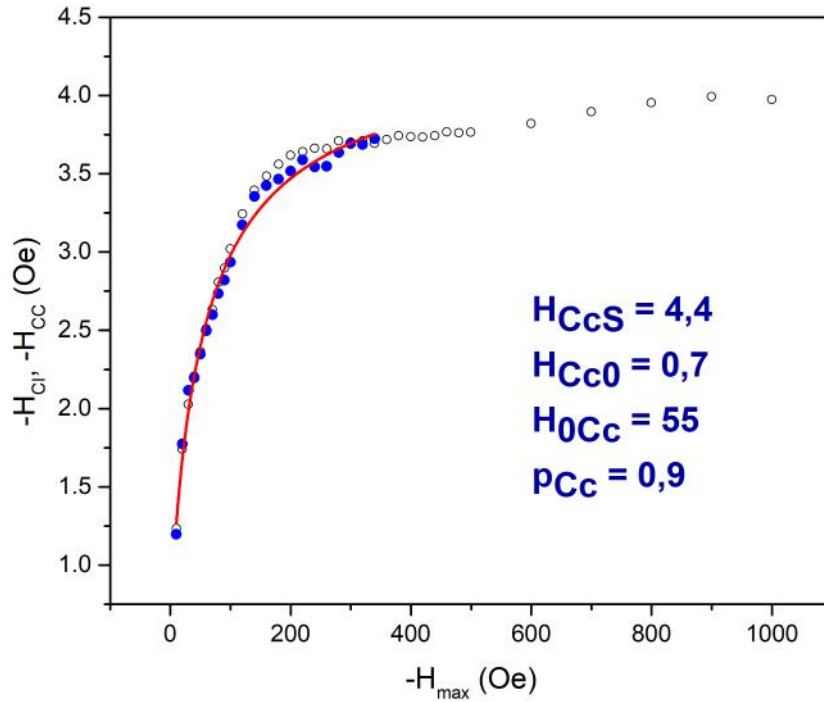


Figura 49 – Coercividades intrínsecas H_{CI} e H_{CC} por H_{max} , para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 50 mostra os valores de b por H_{max} , como obtido dos polinômios ajustados. Estes pontos são “equivalentes” a χ_r por H_{max} , levando em consideração a equação 5.38. Esse gráfico aparenta ter diferentes regiões revelando no início um comportamento linear, mas tendendo a um valor constante para $H_{max} = 500$ Oe. Somente alguns pontos iniciais (i.e., primeira região) foram escolhidos para serem ajustados com uma regressão linear. O valor da intersecção $b_0 = 6,05$ representa a susceptibilidade magnética residual, quando H_{max} vai a zero.

A figura 51(a) mostra a curva virgem do ferro no intervalo entre 0 – 5000 Oe, onde apresenta um crescimento abrupto até 1000 Oe e, depois, uma estabilização até atingir a magnetização de saturação em $M_S \approx 1400$ emu/cm³ Segundo o reportado por Bertotti(2), $M_S \approx 1719$ emu/cm³.

A figura 51(b) mostra a susceptibilidade diferencial virgem calculada diretamente dos dados experimentais da figura 51(a), utilizando a equação 2.7. A susceptibilidade diferencial inicial encontrada foi de $\chi_{d0} = 5,33$, enquanto que a susceptibilidade diferencial máxima ocorre por volta de 50 Oe e possui um valor de $\chi_{dMv}|_{H_{max}=50} = 6,06$. Após ultrapassar o valor de $H_{max} = 50$ Oe, observa-se uma rápida diminuída na susceptibilidade diferencial, atingindo a estabilidade com $\chi_{dif} = 0,09$ a partir de $H_{max} = 1000$ Oe. Essa curva da figura 51(b) foi ajustada com a equação 5.34.

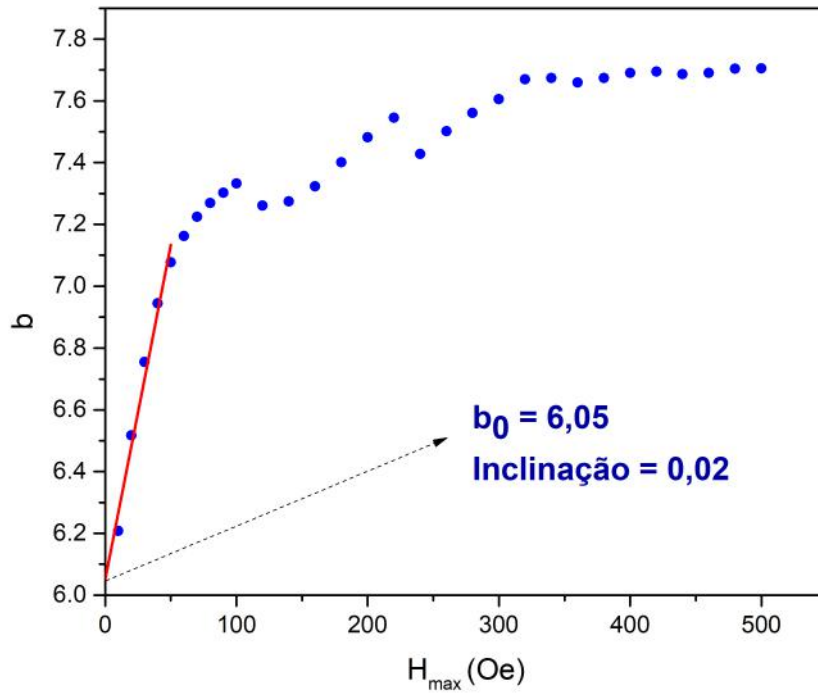


Figura 50 – b em função de H_{max} , para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 52 mostra a evolução das áreas dos laços menores com H_{max} . Como procedido anteriormente, estes dados experimentais foram ajustados com a função complementar da equação de Hill. Essa curva tem um crescimento constante até $H_{max} = 1000$ Oe, como ocorreu com a curva virgem da figura 51; e após esse ponto há uma estabilização. O valor de $A_S = 27997,62 \text{ emu/cm}^3 \cdot \text{Gauss}$ (tirado do ajuste).

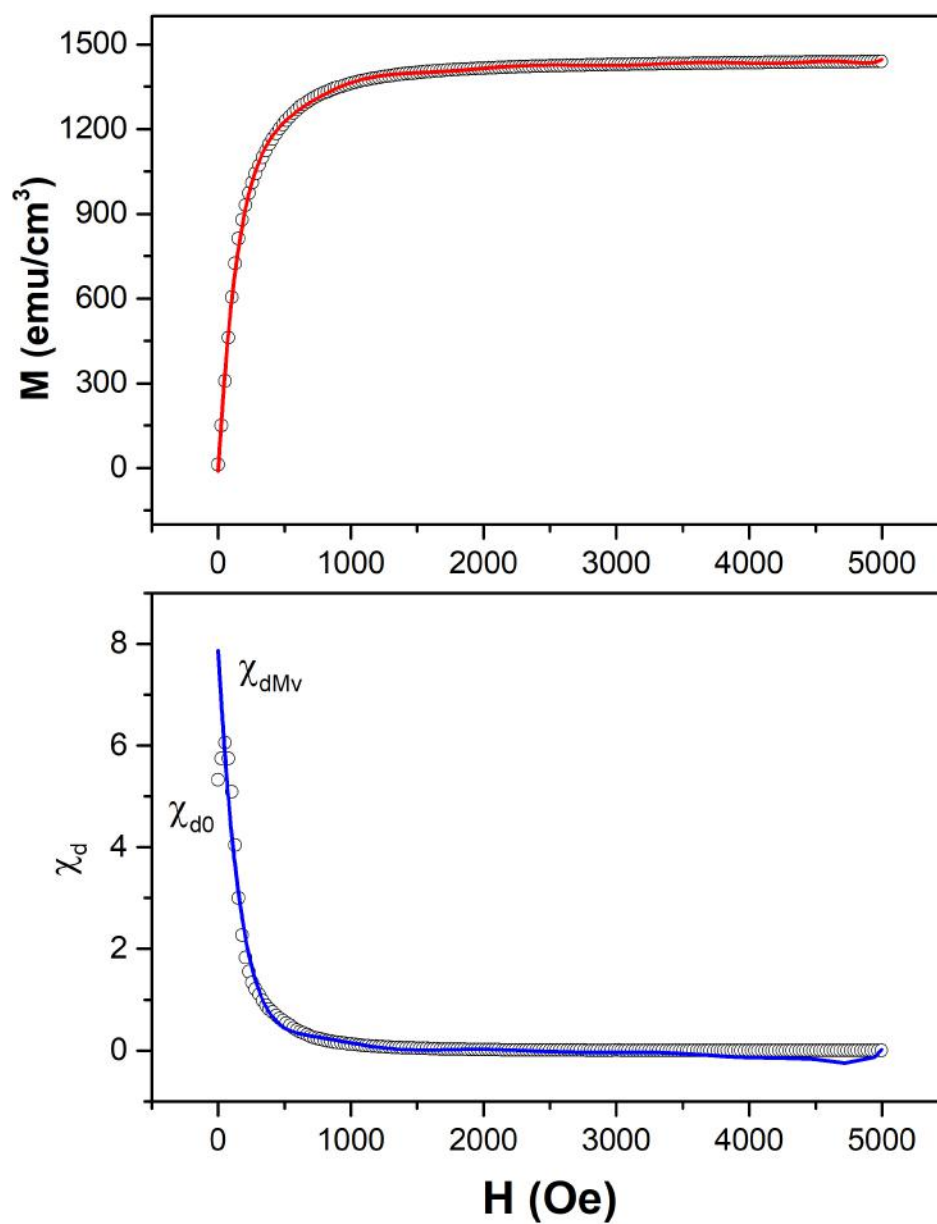


Figura 51 – a) Curva de magnetização virgem da amostra de Ferro, ajustada com a equação 5.41 na faixa de 0 – 300 Oe e b) a susceptibilidade diferencial virgem, experimental e ajustada.

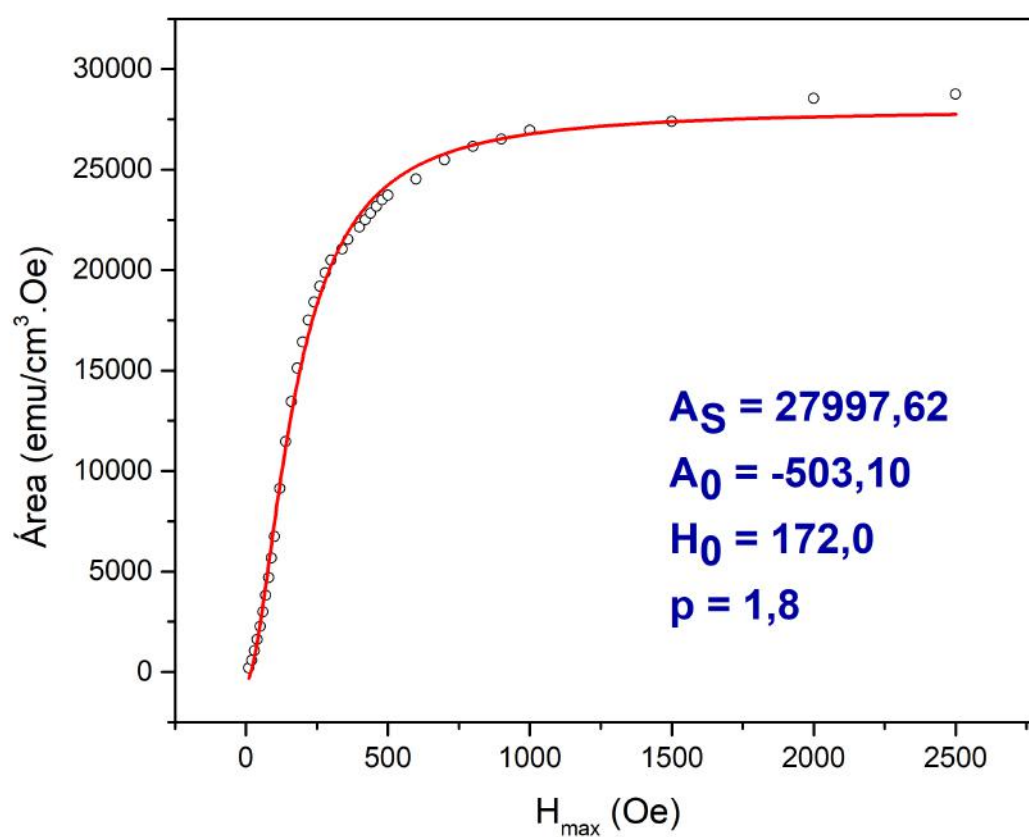


Figura 52 – Área dos laços menores em função do $H_{\max}$, para a amostra de Ferro. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

Cobalto

A figura 53 mostra todos os laços menores de magnetização por campo magnético aplicado da amostra de Cobalto.

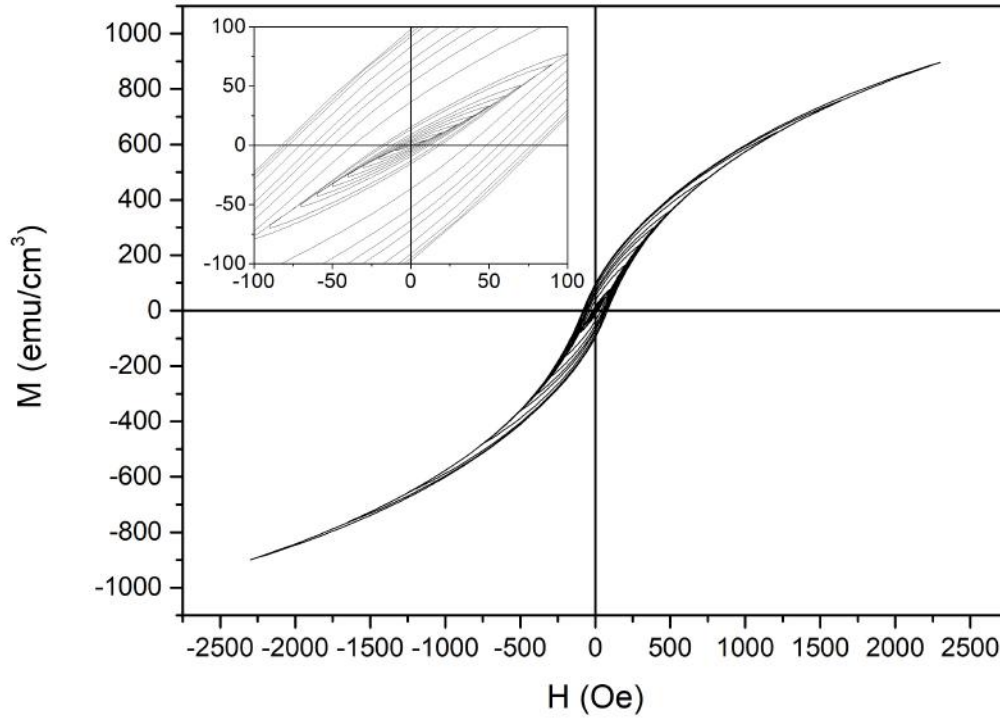


Figura 53 – Laços menores da amostra de Cobalto. O *inset* mostra uma ampliação do centro dos laços menores.

Foram ajustados com polinômios todos os laços menores para cada campo máximo H_{max} e exemplos desses ajustes são mostrados na figura 54. Os coeficientes encontrados dos ramos ascendente e descendente das curvas de histerese que são dadas como exemplo na figura 54 estão apresentadas na tabela 10.

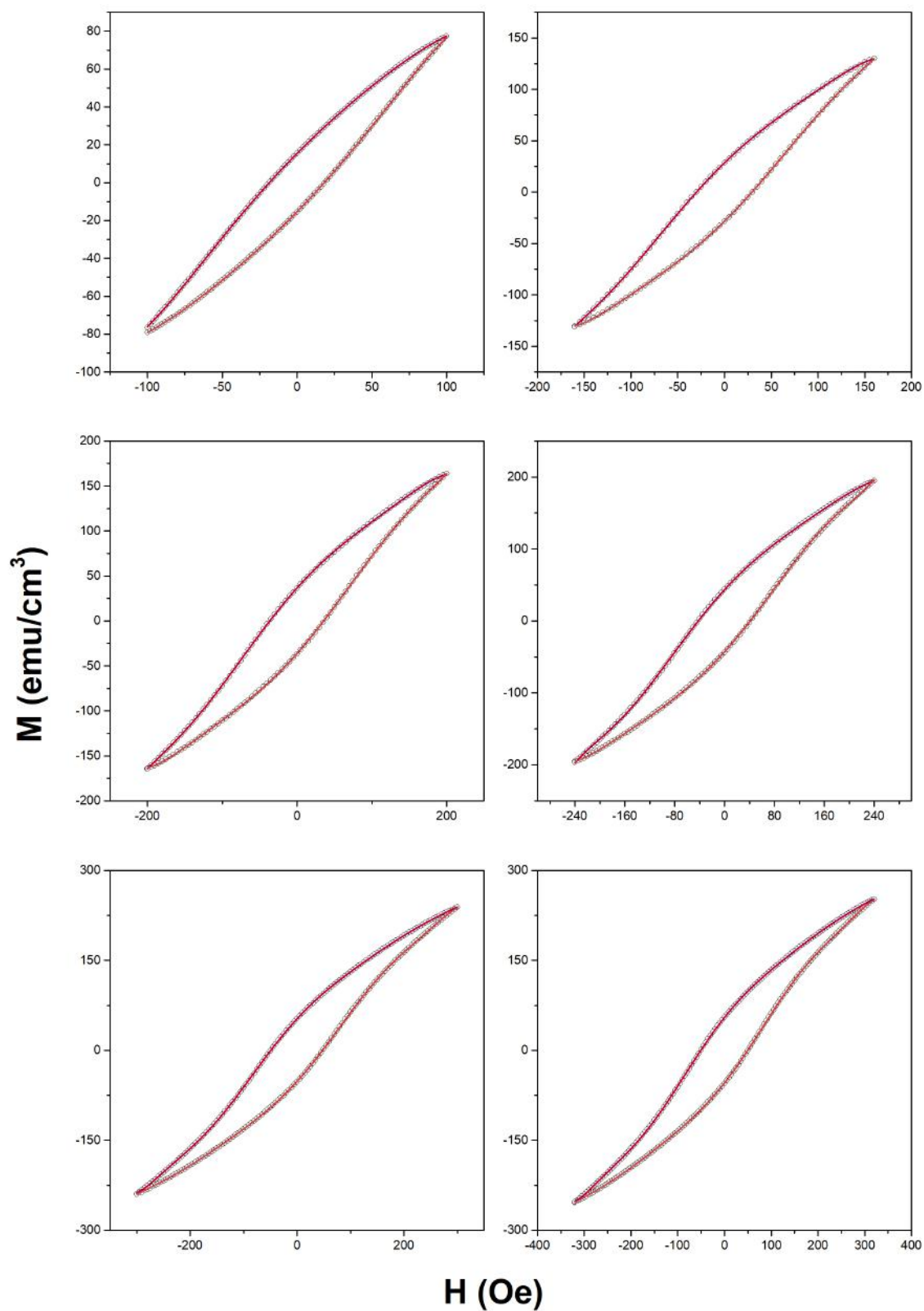
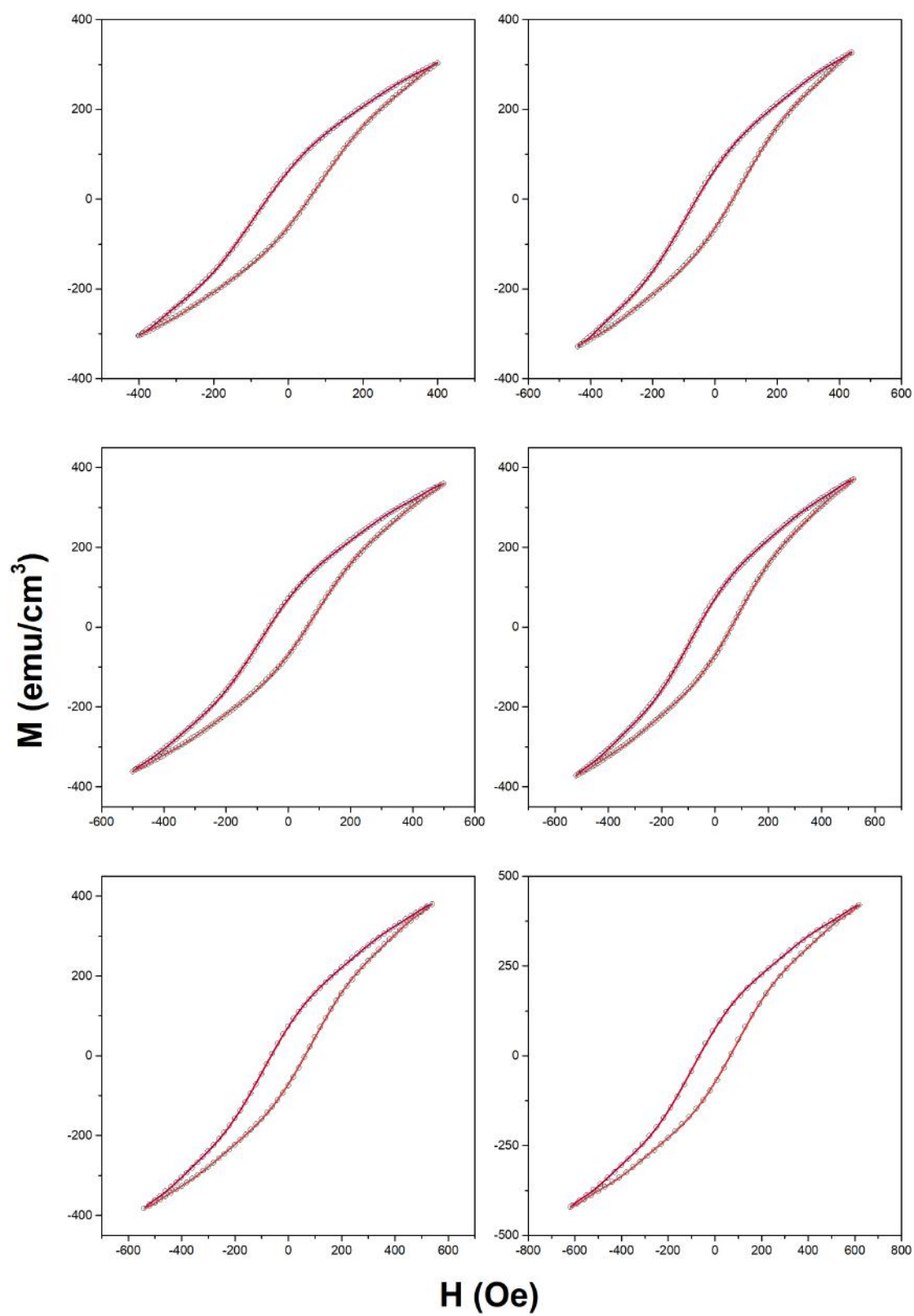


Figura 54 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Cobalto.



Continuação da figura 54.

Experimentalmente, o H_{max} foi aplicado até 2500 Oe , porém os ajustes polinomiais foram apenas até 620 Oe .

Tabela 10 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histerese mostradas na figura 54.

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($emu/cm^3 \cdot Oe$)	
		Ascendente	Descendente	Experimental	Calculado
100 Oe	a	-15,4	15,4	$3,98 \cdot 10^{+03}$	$3,98 \cdot 10^{+03}$
	b	0,81	0,79		
	c	$1,92 \cdot 10^{-03}$	$-1,93 \cdot 10^{-03}$		
	d	$1,92 \cdot 10^{-06}$	$3,28 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-4,98 \cdot 10^{-08}$	$4,51 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-4,97 \cdot 10^{-10}$	$-6,18 \cdot 10^{-10}$		
160 Oe	a	-28,4	28,4	$1,04 \cdot 10^{+04}$	$1,04 \cdot 10^{+04}$
	b	0,89	0,88		
	c	$2,38 \cdot 10^{-03}$	$-2,35 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-1,59 \cdot 10^{-06}$	$-0,369 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-9,38 \cdot 10^{-08}$	$8,54 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-6,59 \cdot 10^{-11}$	$-9,64 \cdot 10^{-11}$		
200 Oe	g	$1,72 \cdot 10^{-12}$	$-1,47 \cdot 10^{-12}$	$1,57 \cdot 10^{+04}$	$1,57 \cdot 10^{+04}$
	a	-36,3	36,4		
	b	0,94	0,93		
	c	$2,28 \cdot 10^{-03}$	$-2,28 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-2,65 \cdot 10^{-06}$	$-1,93 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-6,62 \cdot 10^{-08}$	$6,36 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-0,97 \cdot 10^{-11}$	$-2,14 \cdot 10^{-11}$		
240 Oe	g	$7,99 \cdot 10^{-13}$	$-7,46 \cdot 10^{-13}$	$2,15 \cdot 10^{+04}$	$2,15 \cdot 10^{+04}$
	a	-43,1	43,2		
	b	0,96	0,94		
	c	$2,10 \cdot 10^{-03}$	$-2,13 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-1,58 \cdot 10^{-06}$	$-0,61 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-4,65 \cdot 10^{-08}$	$4,59 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-5,22 \cdot 10^{-11}$	$-7,37 \cdot 10^{-11}$		
	g	$4,01 \cdot 10^{-13}$	$-3,89 \cdot 10^{-13}$		
	h	$6,26 \cdot 10^{-16}$	$7,83 \cdot 10^{-16}$		

Continuação da tabela 10.

300 Oe	a	$-52,0$	$52,2$	$3,03 \cdot 10^{+04}$	$3,03 \cdot 10^{+04}$
	b	$0,98$	$0,97$		
	c	$2,22 \cdot 10^{-03}$	$-2,24 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-8,95 \cdot 10^{-07}$	$1,27 \cdot 10^{-07}$		
	e	$-5,28 \cdot 10^{-08}$	$5,21 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-0,81 \cdot 10^{-10}$	$-1,09 \cdot 10^{-10}$		
	g	$6,30 \cdot 10^{-13}$	$-6,14 \cdot 10^{-13}$		
	h	$1,36 \cdot 10^{-15}$	$1,69 \cdot 10^{-15}$		
	i	$-2,76 \cdot 10^{-18}$	$2,67 \cdot 10^{-18}$		
	j	$-6,75 \cdot 10^{-21}$	$-8,16 \cdot 10^{-21}$		
320 Oe	a	$-54,4$	$54,5$	$3,31 \cdot 10^{+04}$	$3,31 \cdot 10^{+04}$
	b	$0,99$	$0,98$		
	c	$2,13 \cdot 10^{-03}$	$-2,16 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-1,45 \cdot 10^{-06}$	$-0,61 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-4,61 \cdot 10^{-08}$	$4,59 \cdot 10^{-08}$		
	f	$-5,15 \cdot 10^{-11}$	$-7,12 \cdot 10^{-11}$		
	g	$4,92 \cdot 10^{-13}$	$-4,85 \cdot 10^{-13}$		
	h	$0,82 \cdot 10^{-15}$	$1,03 \cdot 10^{-15}$		
	i	$-1,92 \cdot 10^{-18}$	$1,88 \cdot 10^{-18}$		
	j	$-3,71 \cdot 10^{-21}$	$-4,49 \cdot 10^{-21}$		
400 Oe	a	$-61,8$	$62,1$	$4,46 \cdot 10^{+04}$	$4,45 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,03$	$1,01$		
	c	$1,79 \cdot 10^{-03}$	$-1,83 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-2,84 \cdot 10^{-06}$	$-2,17 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-2,72 \cdot 10^{-08}$	$2,75 \cdot 10^{-08}$		
	f	$4,07 \cdot 10^{-12}$	$-6,64 \cdot 10^{-12}$		
	g	$1,95 \cdot 10^{-13}$	$-1,95 \cdot 10^{-13}$		
	h	$0,61 \cdot 10^{-16}$	$1,35 \cdot 10^{-16}$		
	i	$-4,98 \cdot 10^{-19}$	$4,97 \cdot 10^{-19}$		
	j	$-2,60 \cdot 10^{-22}$	$-4,43 \cdot 10^{-22}$		

Continuação da tabela 10.

440 Oe	a	$-63,4$	$63,6$	$5,01 \cdot 10^{+04}$	$5,01 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,03$	$1,02$		
	c	$1,72 \cdot 10^{-03}$	$-1,75 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-2,95 \cdot 10^{-06}$	$-2,35 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-2,41 \cdot 10^{-08}$	$2,44 \cdot 10^{-08}$		
	f	$7,99 \cdot 10^{-12}$	$-0,92 \cdot 10^{-12}$		
	g	$1,58 \cdot 10^{-13}$	$-1,59 \cdot 10^{-13}$		
	h	$1,96 \cdot 10^{-17}$	$7,59 \cdot 10^{-17}$		
	i	$-3,69 \cdot 10^{-19}$	$3,69 \cdot 10^{-19}$		
	j	$-1,22 \cdot 10^{-22}$	$-2,49 \cdot 10^{-22}$		
500 Oe	a	$-69,6$	$69,8$	$5,80 \cdot 10^{+04}$	$5,80 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,05$	$1,03$		
	c	$1,78 \cdot 10^{-03}$	$-1,82 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-3,16 \cdot 10^{-06}$	$-2,75 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-2,71 \cdot 10^{-08}$	$2,72 \cdot 10^{-08}$		
	f	$1,42 \cdot 10^{-11}$	$0,96 \cdot 10^{-11}$		
	g	$2,13 \cdot 10^{-13}$	$-2,12 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-3,58 \cdot 10^{-17}$	$-1,51 \cdot 10^{-17}$		
	i	$-7,95 \cdot 10^{-19}$	$7,87 \cdot 10^{-19}$		
	j	$3,52 \cdot 10^{-23}$	$0,16 \cdot 10^{-23}$		
	k	$1,12 \cdot 10^{-24}$	$-1,10 \cdot 10^{-24}$		
520 Oe	a	$-70,7$	$70,9$	$6,06 \cdot 10^{+04}$	$6,07 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,05$	$1,03$		
	c	$1,72 \cdot 10^{-03}$	$-1,76 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-2,94 \cdot 10^{-06}$	$-2,36 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-2,44 \cdot 10^{-08}$	$2,47 \cdot 10^{-08}$		
	f	$9,68 \cdot 10^{-12}$	$1,30 \cdot 10^{-12}$		
	g	$1,79 \cdot 10^{-13}$	$-1,79 \cdot 10^{-13}$		
	h	$0,21 \cdot 10^{-17}$	$5,95 \cdot 10^{-17}$		
	i	$-6,18 \cdot 10^{-19}$	$6,18 \cdot 10^{-19}$		
	j	$-1,09 \cdot 10^{-22}$	$-2,93 \cdot 10^{-22}$		
	k	$8,06 \cdot 10^{-25}$	$-8,02 \cdot 10^{-25}$		
	l	$2,01 \cdot 10^{-28}$	$4,26 \cdot 10^{-28}$		

Continuação da tabela 10.

540 Oe	a	$-71,6$	$71,8$	$6,32 \cdot 10^{+04}$	$6,33 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,05$	$1,04$		
	c	$1,65 \cdot 10^{-03}$	$-1,68 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-3,05 \cdot 10^{-06}$	$-2,50 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-2,19 \cdot 10^{-08}$	$2,21 \cdot 10^{-08}$		
	f	$1,23 \cdot 10^{-11}$	$0,49 \cdot 10^{-11}$		
	g	$1,49 \cdot 10^{-13}$	$-1,49 \cdot 10^{-13}$		
	h	$-2,32 \cdot 10^{-17}$	$2,38 \cdot 10^{-17}$		
	i	$-4,76 \cdot 10^{-19}$	$4,74 \cdot 10^{-19}$		
	j	$-0,05 \cdot 10^{-22}$	$-1,47 \cdot 10^{-22}$		
	k	$5,72 \cdot 10^{-25}$	$-5,69 \cdot 10^{-25}$		
	l	$0,52 \cdot 10^{-28}$	$2,12 \cdot 10^{-28}$		
620 Oe	a	$-74,4$	$74,7$	$7,26 \cdot 10^{+04}$	$7,27 \cdot 10^{+04}$
	b	$1,06$	$1,04$		
	c	$1,41 \cdot 10^{-03}$	$-1,46 \cdot 10^{-03}$		
	d	$-3,11 \cdot 10^{-06}$	$-2,70 \cdot 10^{-06}$		
	e	$-1,49 \cdot 10^{-08}$	$1,53 \cdot 10^{-08}$		
	f	$1,46 \cdot 10^{-11}$	$1,03 \cdot 10^{-11}$		
	g	$7,85 \cdot 10^{-14}$	$-7,98 \cdot 10^{-14}$		
	h	$-4,41 \cdot 10^{-17}$	$-2,32 \cdot 10^{-17}$		
	i	$-1,93 \cdot 10^{-19}$	$1,95 \cdot 10^{-19}$		
	j	$7,18 \cdot 10^{-23}$	$2,44 \cdot 10^{-23}$		
	k	$1,77 \cdot 10^{-25}$	$-1,79 \cdot 10^{-25}$		
	l	$-4,80 \cdot 10^{-29}$	$-0,72 \cdot 10^{-29}$		

Os coeficientes ajustados (incluindo aqueles não apresentados na tabela 9) permitem reescrever os polinômios para os dois ramos da histerese de maneira semelhante ao mostrado no caso do Permalloy e do Ferro; ou seja, reescreve-se a equação 5.27 para o ramo descendente e a equação 5.28 para o ramo ascendente como:

$$M_{desc} = a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 - hH^7 + iH^8 + jH^9 - kH^{10} - lH^{11} \quad (5.48)$$

$$M_{asc} = -a + bH + cH^2 - dH^3 - eH^4 + fH^5 + gH^6 - hH^7 - iH^8 + jH^9 + kH^{10} - lH^{11} \quad (5.49)$$

onde $a, b, c, \dots$ são todos valores positivos. A equação 5.48 diferem da 5.46 nos sinais dos coeficientes e, g, i e k .

A evolução da magnetização residual, M_R , e do coeficiente a pelo campo máximo H_{max} é mostrada na figura 55. Neste gráfico, observa-se que ambas as curvas crescem monotonicamente, assumindo valores pouco diferentes depois de 300 Oe mas que no caso do Ferro, a função complementar da equação de Hill (ver equação 5.30) se ajustou muito bem aos pontos obtidos para o coeficiente a .

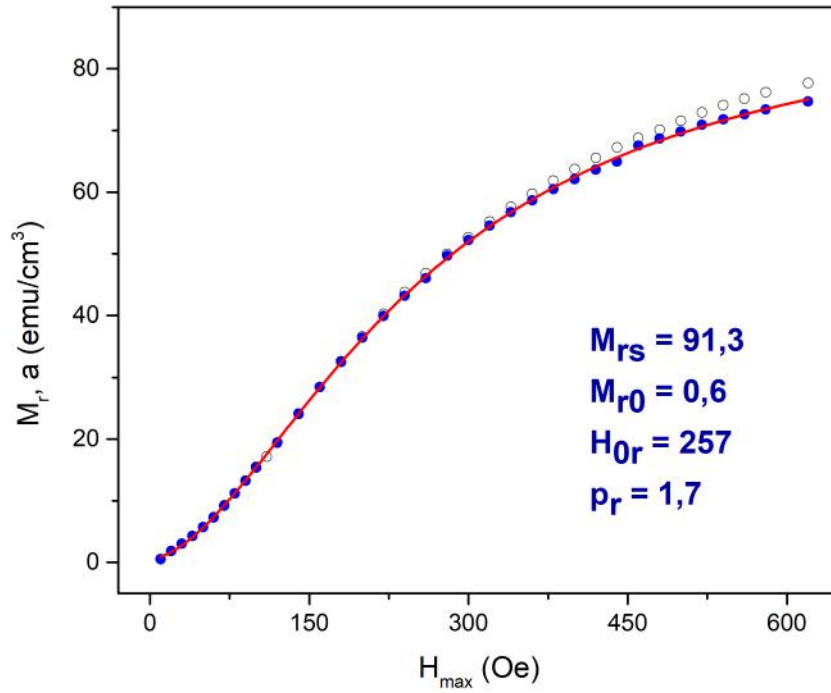


Figura 55 – Magnetização residual M_R e o coeficiente a do Cobalto em função da H_{max} . Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

As coercividades intrínsecas, H_{CI} (experimental) e H_{CC} (calculada por 5.32) são mostradas na figura 56. Neste gráfico, tanto os pontos experimentais quanto os calculados apontam a mesma tendência, ao menos até 500 Oe . Um ajuste fino da curva calculada foi feito usando a função complementar da equação de Hill para a curva H_{CC} .

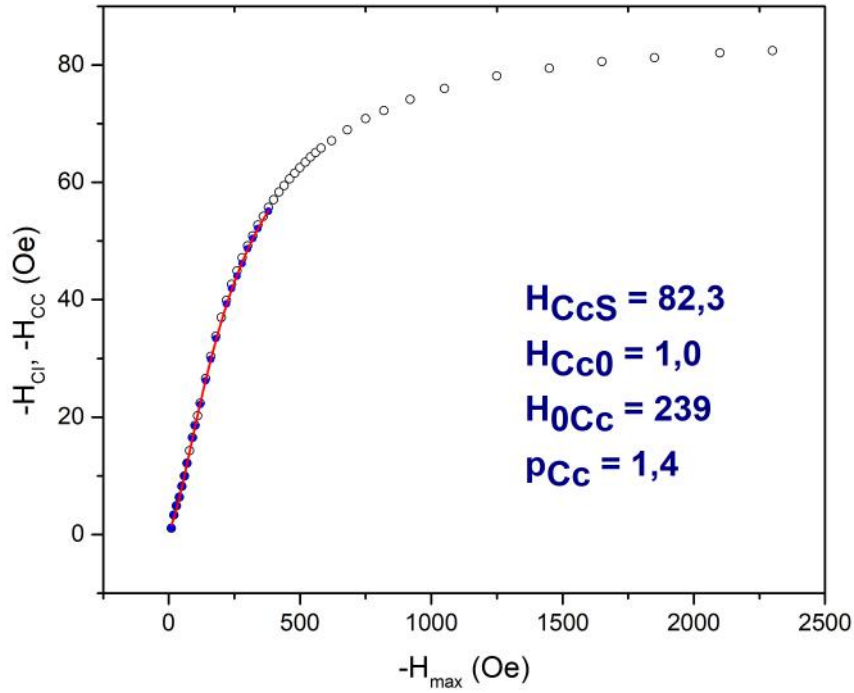


Figura 56 – Coercividades intrínsecas H_{CI} e H_{CC} por H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 57 mostra os valores de b por H_{max} , como obtido dos polinômios ajustados. Estes pontos são “equivalentes” a χ_r por H_{max} , levando em consideração a equação 5.38. Esse gráfico revela um comportamento inicial linear, depois um crescimento contínuo suave, atingindo a saturação em 700 Oe . Sua forma aparenta uma típica função cumulativa, que até pode ser tratada com a complementar da equação de Hill. No entanto, somente alguns pontos iniciais foram escolhidos para serem ajustados com uma regressão linear. O valor da intersecção $b_0 = 0,42$ representa a susceptibilidade magnética residual.

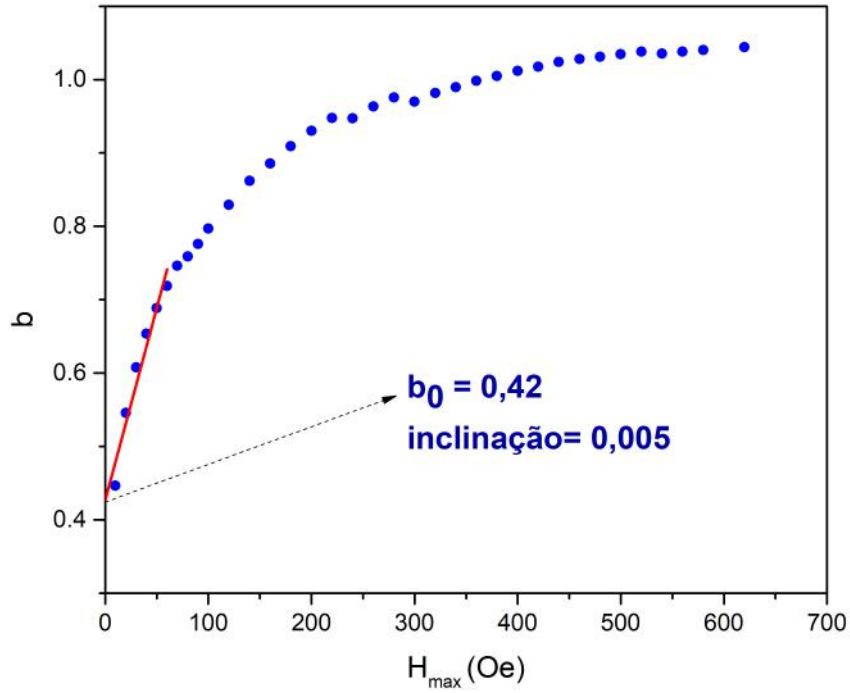


Figura 57 – b em função de H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 58 mostra a evolução da área dos laços menores por H_{max} . Os dados experimentais foram ajustados com a função complementar da equação de Hill. O valor de $A_S = 218884,66 \text{ emu/cm}^3 \cdot \text{Gauss}$ equivale a área do laço maior.

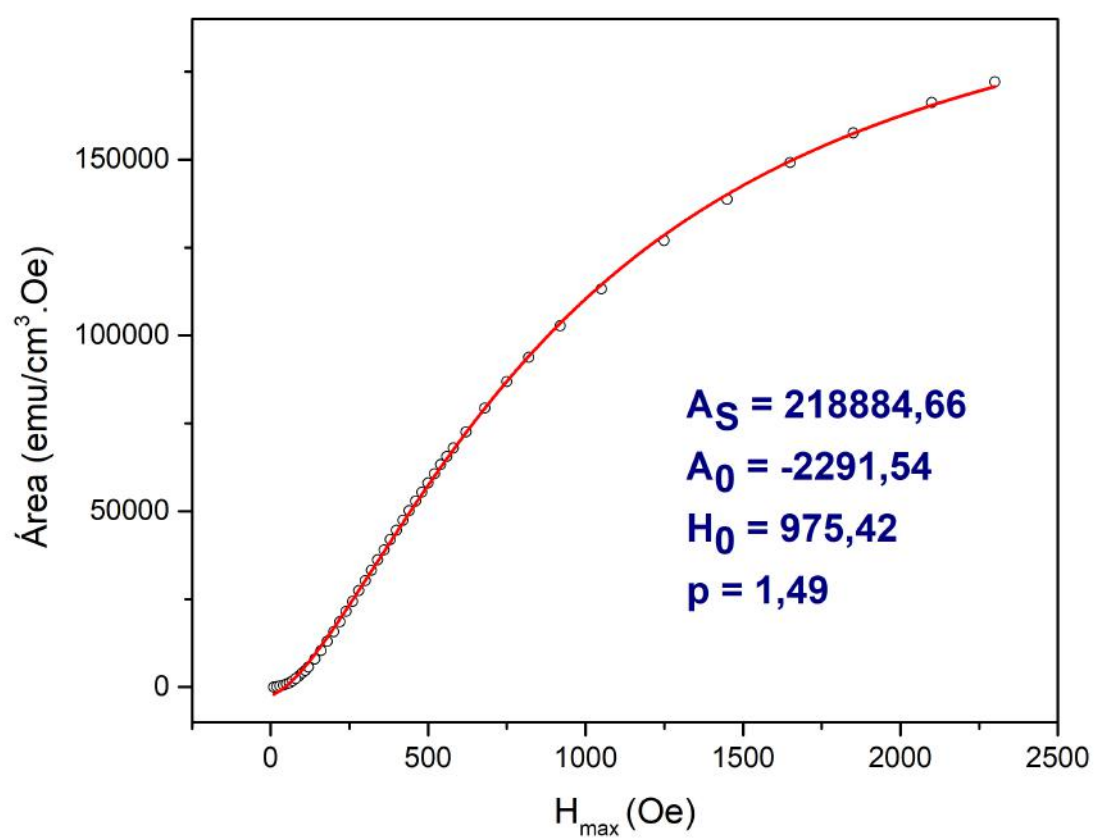


Figura 58 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Cobalto. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

Níquel

A figura 59 mostra todos os laços menores de magnetização por campo magnético aplicado da amostra de Níquel. A magnetização máxima aumenta rapidamente com H_{max} . Quando H_{max} está no limite de aplicação - i.e., 600 Oe - a amostra encontra-se praticamente saturada.

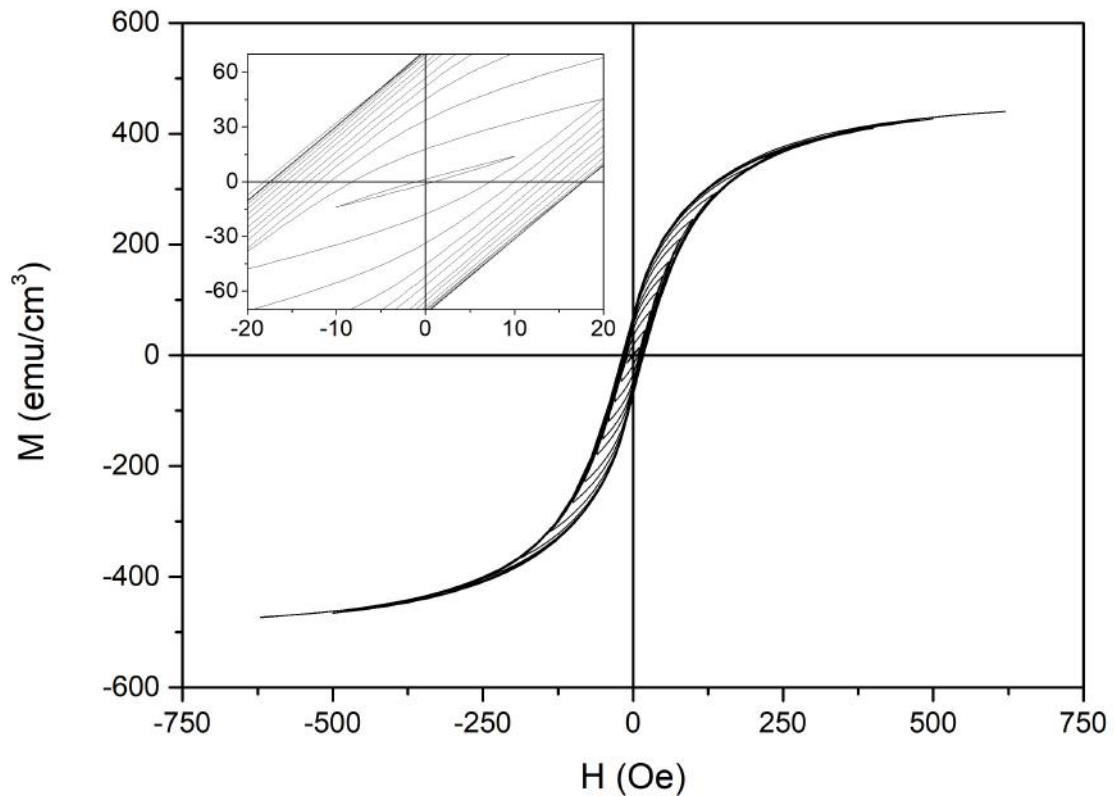


Figura 59 – Laços menores da amostra de Níquel. O *inset* mostra uma ampliação do centro dos laços menores.

Foram ajustados com polinômios todos os laços menores para cada campo máximo H_{max} e exemplos desses ajustes são mostrados na figura 60. A figura revela que alguns laços não estão fechados, o que pode ser atribuído a algum artefato de preparação da amostra ou da medida de magnetização. Os coeficientes ajustados dos ramos ascendente e descendente das curvas de histerese dadas como exemplo na figura 60 são apresentados na tabela 11.

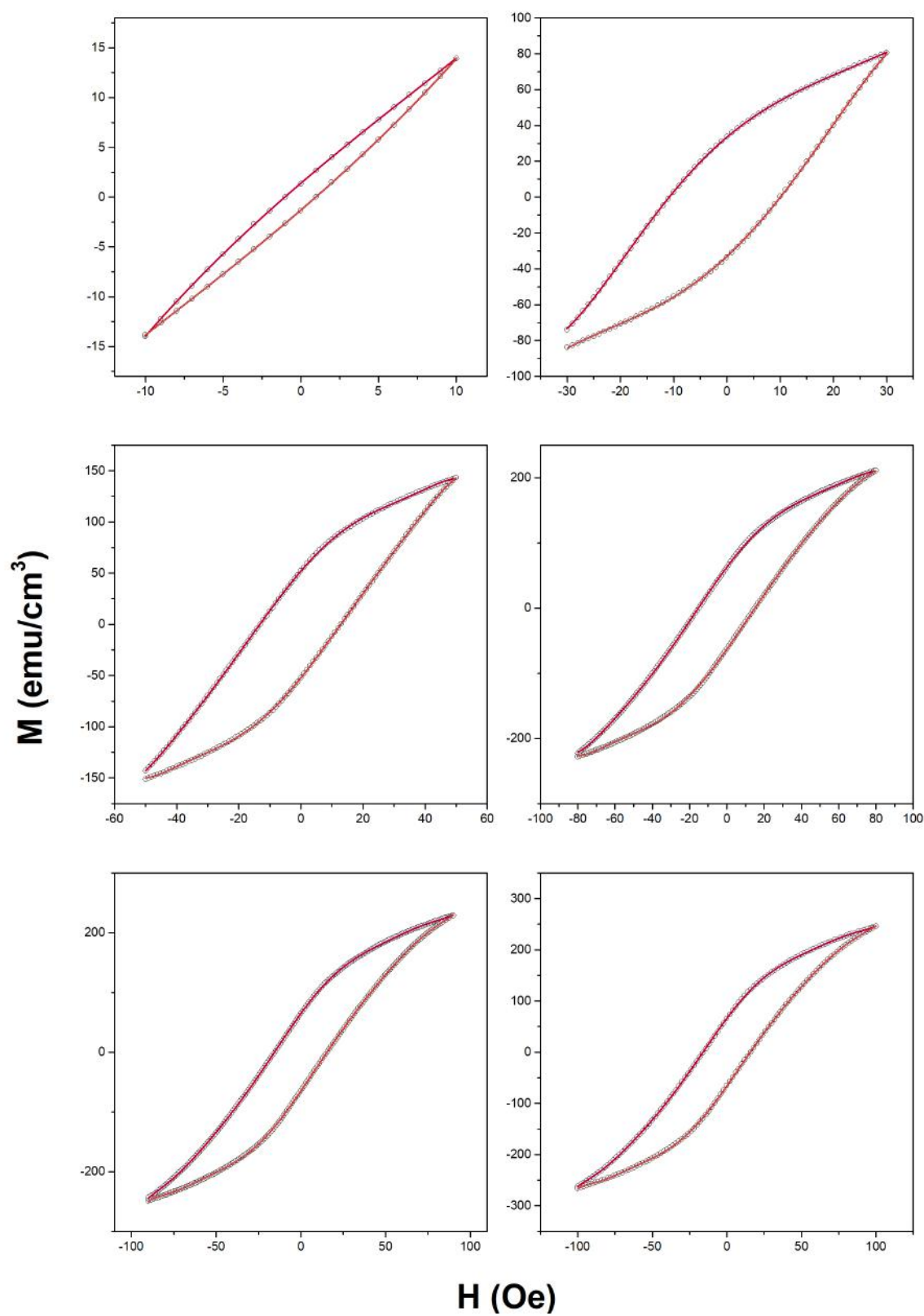
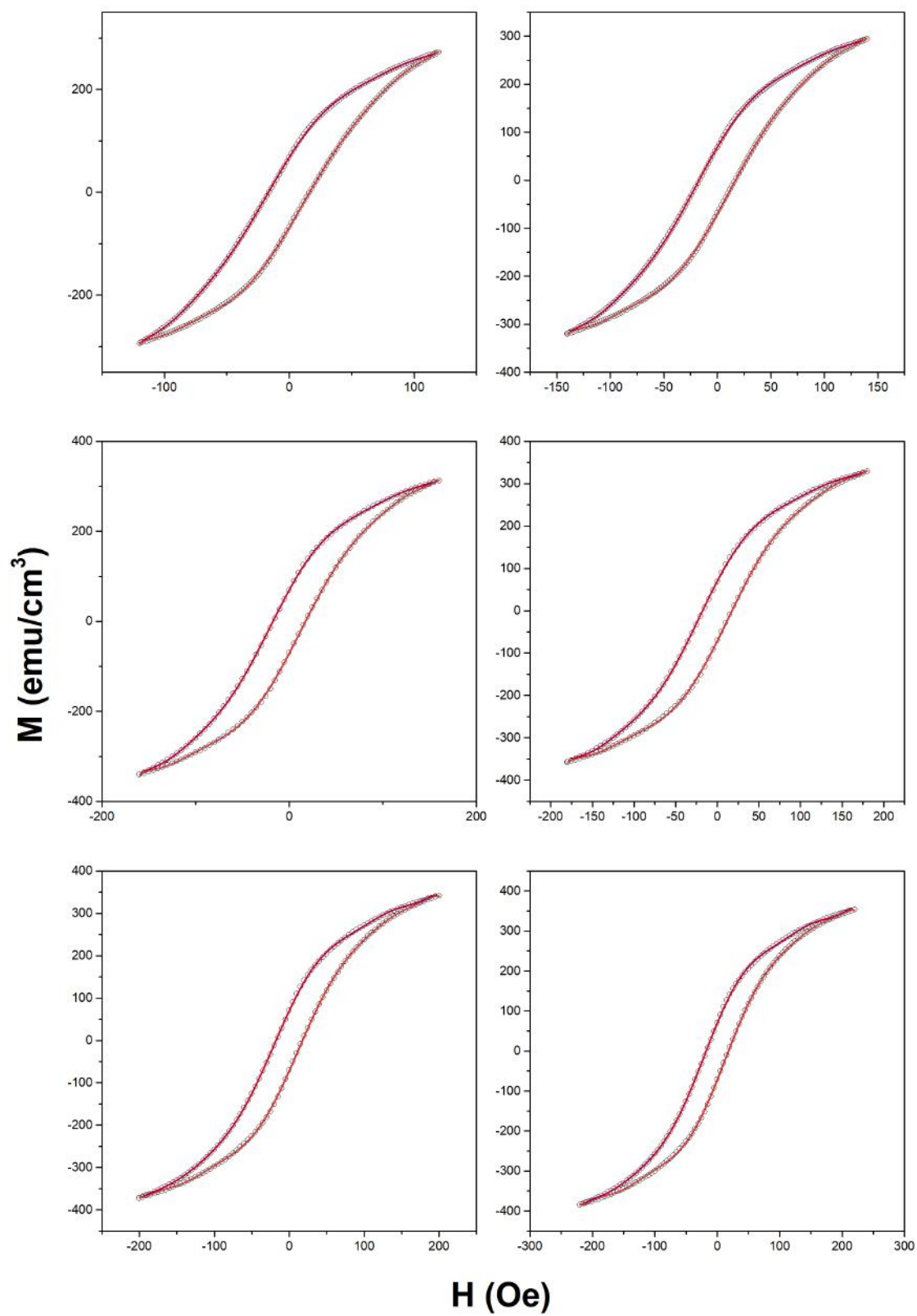


Figura 60 – Laços menores ajustados, obtidos com diferentes H_{max} para a amostra de Níquel.



Continuação da figura 60.

Experimentalmente, o campo aplicado máximo medido foi até 700 Oe , porém os ajustes polinomiais foram até $H_{max} = 240\text{ }Oe$.

Tabela 11 – Coeficientes polinomiais ajustados e áreas para as curvas de histerese mostradas na figura 60.

H_{max}	Coef.	Ramo		Área ($emu/cm^3 \cdot Oe$)	
		Ascendente	Descendente	Experimental	Calculado
10 Oe	a	-1,30	1,39	$3,58 \cdot 10^{+01}$	$3,59 \cdot 10^{+01}$
	b	1,34	1,34		
	c	$1,32 \cdot 10^{-02}$	$-1,41 \cdot 10^{-02}$		
	d	$4,57 \cdot 10^{-04}$	$5,87 \cdot 10^{-04}$		
30 Oe	a	-33,1	33,4	$2,50 \cdot 10^{+03}$	$2,50 \cdot 10^{+03}$
	b	2,77	2,51		
	c	$5,34 \cdot 10^{-02}$	$-5,28 \cdot 10^{-02}$		
	d	$0,77 \cdot 10^{-04}$	$4,10 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-2,13 \cdot 10^{-05}$	$2,21 \cdot 10^{-05}$		
	f	$-1,22 \cdot 10^{-07}$	$-3,80 \cdot 10^{-07}$		
50 Oe	a	-52,3	51,8	$6,14 \cdot 10^{+03}$	$6,14 \cdot 10^{+03}$
	b	3,76	3,54		
	c	$3,46 \cdot 10^{-02}$	$-4,05 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-8,49 \cdot 10^{-04}$	$-6,93 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,80 \cdot 10^{-05}$	$1,27 \cdot 10^{-05}$		
	f	$4,10 \cdot 10^{-07}$	$3,23 \cdot 10^{-07}$		
	g	$0,79 \cdot 10^{-09}$	$-1,95 \cdot 10^{-09}$		
	h	$-8,12 \cdot 10^{-11}$	$-6,27 \cdot 10^{-11}$		
80 Oe	a	-63,5	62,5	$1,12 \cdot 10^{+04}$	$1,12 \cdot 10^{+04}$
	b	4,06	3,82		
	c	$1,53 \cdot 10^{-02}$	$-2,61 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-4,85 \cdot 10^{-04}$	$-4,12 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,07 \cdot 10^{-06}$	$5,10 \cdot 10^{-06}$		
	f	$7,89 \cdot 10^{-08}$	$6,80 \cdot 10^{-08}$		
	g	$-3,70 \cdot 10^{-10}$	$-6,47 \cdot 10^{-10}$		
	h	$-5,58 \cdot 10^{-12}$	$-4,87 \cdot 10^{-12}$		
	i	$3,41 \cdot 10^{-14}$	$3,57 \cdot 10^{-14}$		

Continuação da tabela 11.

90 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-65,3	64,3	$2,23 \cdot 10^{+03}$	$1,26 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	4,17	3,90		
	<i>c</i>	$1,16 \cdot 10^{-02}$	$-2,40 \cdot 10^{-02}$		
	<i>d</i>	$-5,72 \cdot 10^{-04}$	$-4,86 \cdot 10^{-04}$		
	<i>e</i>	$1,76 \cdot 10^{-06}$	$4,66 \cdot 10^{-06}$		
	<i>f</i>	$1,25 \cdot 10^{-07}$	$1,10 \cdot 10^{-07}$		
	<i>g</i>	$-9,71 \cdot 10^{-10}$	$-6,81 \cdot 10^{-10}$		
	<i>h</i>	$-1,54 \cdot 10^{-11}$	$-1,39 \cdot 10^{-11}$		
	<i>i</i>	$1,37 \cdot 10^{-13}$	$0,57 \cdot 10^{-13}$		
	<i>j</i>	$7,11 \cdot 10^{-16}$	$6,61 \cdot 10^{-16}$		
	<i>k</i>	$-6,54 \cdot 10^{-18}$	$-1,99 \cdot 10^{-18}$		
100 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-66,5	65,8	$1,39 \cdot 10^{+04}$	$1,39 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	4,15	3,91		
	<i>c</i>	$1,10 \cdot 10^{-02}$	$-2,17 \cdot 10^{-02}$		
	<i>d</i>	$-4,88 \cdot 10^{-04}$	$-4,17 \cdot 10^{-04}$		
	<i>e</i>	$0,61 \cdot 10^{-06}$	$3,70 \cdot 10^{-06}$		
	<i>f</i>	$8,58 \cdot 10^{-08}$	$7,46 \cdot 10^{-08}$		
	<i>g</i>	$-4,28 \cdot 10^{-10}$	$-4,53 \cdot 10^{-10}$		
	<i>h</i>	$-8,43 \cdot 10^{-12}$	$-7,50 \cdot 10^{-12}$		
	<i>i</i>	$5,12 \cdot 10^{-14}$	$3,16 \cdot 10^{-14}$		
	<i>j</i>	$3,15 \cdot 10^{-16}$	$2,85 \cdot 10^{-16}$		
	<i>k</i>	$-2,00 \cdot 10^{-18}$	$-0,89 \cdot 10^{-18}$		
120 <i>Oe</i>	<i>a</i>	-68,7	67,7	$1,59 \cdot 10^{+04}$	$1,59 \cdot 10^{+04}$
	<i>b</i>	4,11	3,88		
	<i>c</i>	$1,06 \cdot 10^{-02}$	$-1,98 \cdot 10^{-02}$		
	<i>d</i>	$-3,87 \cdot 10^{-04}$	$-3,25 \cdot 10^{-04}$		
	<i>e</i>	$-0,38 \cdot 10^{-06}$	$3,05 \cdot 10^{-06}$		
	<i>f</i>	$4,83 \cdot 10^{-08}$	$4,06 \cdot 10^{-08}$		
	<i>g</i>	$-0,72 \cdot 10^{-10}$	$-3,16 \cdot 10^{-10}$		
	<i>h</i>	$-3,34 \cdot 10^{-12}$	$-2,84 \cdot 10^{-12}$		
	<i>i</i>	$0,81 \cdot 10^{-14}$	$1,79 \cdot 10^{-14}$		
	<i>j</i>	$8,79 \cdot 10^{-17}$	$7,56 \cdot 10^{-17}$		
	<i>k</i>	$-2,40 \cdot 10^{-19}$	$-4,07 \cdot 10^{-19}$		

Continuação da tabela 11.

140 Oe	a	$-70,3$	$68,5$	$1,77 \cdot 10^{+04}$	$1,77 \cdot 10^{+04}$
	b	$4,06$	$3,83$		
	c	$1,00 \cdot 10^{-02}$	$-1,79 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-3,13 \cdot 10^{-04}$	$-2,59 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,71 \cdot 10^{-06}$	$2,34 \cdot 10^{-06}$		
	f	$2,88 \cdot 10^{-08}$	$2,32 \cdot 10^{-08}$		
	g	$0,16 \cdot 10^{-10}$	$-1,89 \cdot 10^{-10}$		
	h	$-1,45 \cdot 10^{-12}$	$-1,17 \cdot 10^{-12}$		
	i	$0,49 \cdot 10^{-15}$	$8,01 \cdot 10^{-15}$		
	j	$2,77 \cdot 10^{-17}$	$2,26 \cdot 10^{-17}$		
	k	$-0,21 \cdot 10^{-19}$	$-1,34 \cdot 10^{-19}$		
160 Oe	a	$-71,4$	$69,2$	$1,93 \cdot 10^{+04}$	$1,93 \cdot 10^{+04}$
	b	$4,00$	$3,79$		
	c	$0,95 \cdot 10^{-02}$	$-1,66 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,60 \cdot 10^{-04}$	$-2,16 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,76 \cdot 10^{-06}$	$1,88 \cdot 10^{-06}$		
	f	$1,85 \cdot 10^{-08}$	$1,46 \cdot 10^{-08}$		
	g	$0,33 \cdot 10^{-10}$	$-1,23 \cdot 10^{-10}$		
	h	$-7,03 \cdot 10^{-13}$	$-5,51 \cdot 10^{-13}$		
	i	$-0,76 \cdot 10^{-15}$	$4,10 \cdot 10^{-15}$		
	j	$1,02 \cdot 10^{-17}$	$0,79 \cdot 10^{-17}$		
	k	$0,68 \cdot 10^{-20}$	$-5,31 \cdot 10^{-20}$		
180 Oe	a	$-71,7$	$69,5$	$2,04 \cdot 10^{+04}$	$2,04 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,95$	$3,75$		
	c	$0,91 \cdot 10^{-02}$	$-1,51 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,24 \cdot 10^{-04}$	$-1,87 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,74 \cdot 10^{-06}$	$1,49 \cdot 10^{-06}$		
	f	$1,29 \cdot 10^{-08}$	$1,02 \cdot 10^{-08}$		
	g	$3,38 \cdot 10^{-11}$	$-8,04 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-3,89 \cdot 10^{-13}$	$-3,03 \cdot 10^{-13}$		
	i	$-0,79 \cdot 10^{-15}$	$2,16 \cdot 10^{-15}$		
	j	$4,47 \cdot 10^{-18}$	$3,46 \cdot 10^{-18}$		
	k	$0,73 \cdot 10^{-20}$	$-2,24 \cdot 10^{-20}$		

Continuação da tabela 11.

200 Oe	a	$-72,4$	$69,4$	$2,14 \cdot 10^{+04}$	$2,15 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,99$	$3,78$		
	c	$0,87 \cdot 10^{-02}$	$-1,40 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,47 \cdot 10^{-04}$	$-2,06 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-0,66 \cdot 10^{-06}$	$1,21 \cdot 10^{-06}$		
	f	$1,71 \cdot 10^{-08}$	$1,37 \cdot 10^{-08}$		
	g	$2,75 \cdot 10^{-11}$	$-5,52 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-6,98 \cdot 10^{-13}$	$-5,51 \cdot 10^{-13}$		
	i	$-0,56 \cdot 10^{-15}$	$1,23 \cdot 10^{-15}$		
	j	$1,43 \cdot 10^{-17}$	$1,13 \cdot 10^{-17}$		
	k	$0,45 \cdot 10^{-20}$	$-1,05 \cdot 10^{-20}$		
	l	$-1,14 \cdot 10^{-22}$	$-0,90 \cdot 10^{-22}$		
220 Oe	a	$-72,5$	$69,1$	$2,22 \cdot 10^{+04}$	$2,22 \cdot 10^{+04}$
	b	$3,94$	$3,74$		
	c	$0,81 \cdot 10^{-02}$	$-1,29 \cdot 10^{-02}$		
	d	$-2,18 \cdot 10^{-04}$	$-1,84 \cdot 10^{-04}$		
	e	$-5,75 \cdot 10^{-07}$	$9,83 \cdot 10^{-07}$		
	f	$1,28 \cdot 10^{-08}$	$1,02 \cdot 10^{-08}$		
	g	$2,10 \cdot 10^{-11}$	$-3,84 \cdot 10^{-11}$		
	h	$-4,33 \cdot 10^{-13}$	$-3,40 \cdot 10^{-13}$		
	i	$-3,77 \cdot 10^{-16}$	$7,19 \cdot 10^{-16}$		
	j	$7,37 \cdot 10^{-18}$	$5,75 \cdot 10^{-18}$		
	k	$2,59 \cdot 10^{-21}$	$-5,12 \cdot 10^{-21}$		
	l	$-4,87 \cdot 10^{-23}$	$-3,80 \cdot 10^{-23}$		

Os coeficientes ajustados (incluindo aqueles não apresentados na tabela 11) permitem reescrever os polinômios para os dois ramos da histerese de maneira semelhante ao mostrado no caso do Permalloy, Ferro e Cobalto; ou seja, reescreve-se a equação 5.27 para o ramo descendente e a equação 5.28 para o ramo ascendente, agora para o Níquel como:

$$\begin{aligned}
 M_{desc} = & a + bH - cH^2 - dH^3 + eH^4 + fH^5 - gH^6 \\
 & - hH^7 + iH^8 + jH^9 - kH^{10} - lH^{11}
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

$$\begin{aligned}
 M_{asc} = & -a + bH + cH^2 - dH^3 - eH^4 + fH^5 + gH^6 \\
 & - hH^7 - iH^8 + jH^9 + kH^{10} - lH^{11}
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

onde $a, b, c, \dots$ são todos valores positivos.

A evolução da magnetização residual, M_r , e do coeficiente a pelo campo máximo aplicado H_{max} é mostrada na figura 61. Como no caso do Cobalto, a função complementar

da equação de Hill se ajustou muito bem aos pontos obtidos para o coeficiente a . Neste gráfico observa-se que o campo residual cresce monotonicamente até estabilizar em $M_r = 70 \text{ emu/cm}^3$.

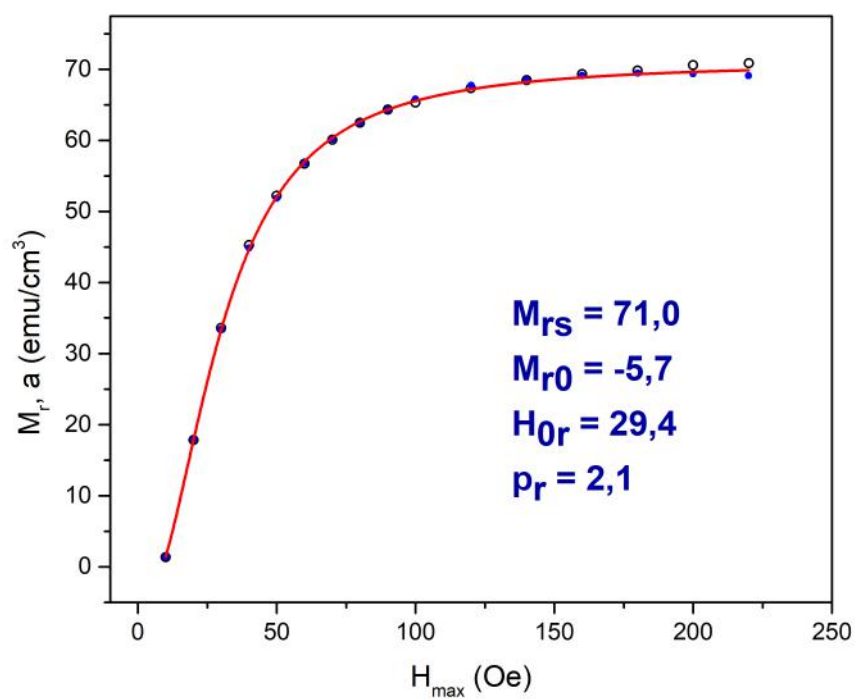


Figura 61 – Magnetização residual, M_R , e o coeficiente a do Níquel em função da $H_{\max}$. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

As coercividades intrínsecas, H_{CI} (experimental) e H_{CC} (calculada por 5.32), são mostradas na figura 62. Um ajuste foi feito com a função complementar da equação de Hill para a curva H_{CC} .

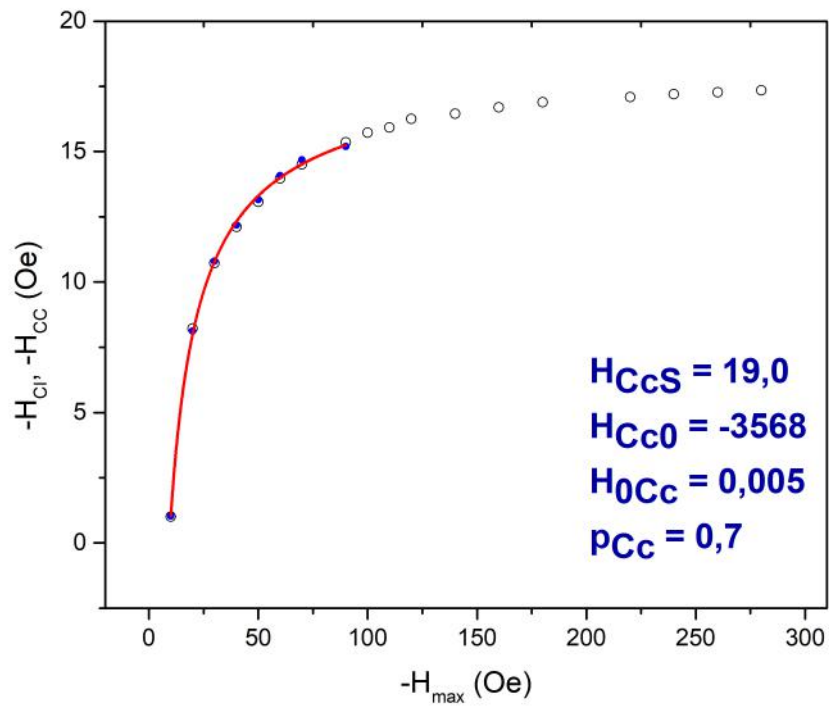


Figura 62 – Coercividades intrínsecas, H_{CI} e H_{CC} , por H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 63 mostra o coeficiente b por H_{max} , como obtido dos polinômios ajustados. Ajustando-se os pontos iniciais com uma regressão linear, encontrou-se que $b_0 = 0,91$.

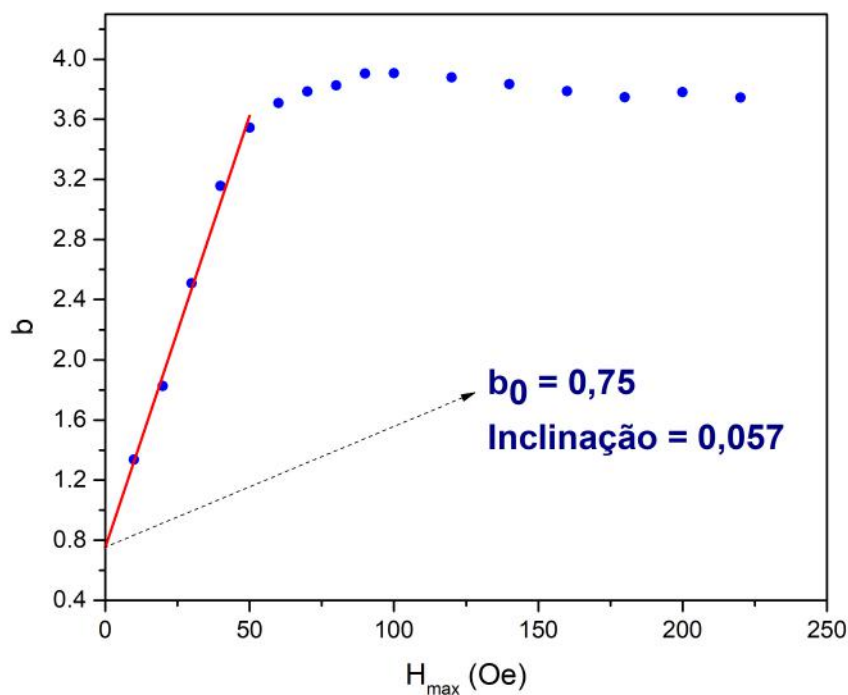


Figura 63 – b em função de H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

A figura 64 mostra a evolução da área dos laços menores com H_{max} . A curva tem um crescimento monotônico em todo intervalo, estabilizando-se no valor de $A_S = 27534,53 \text{ emu/cm}^3 \cdot \text{Oe}$.

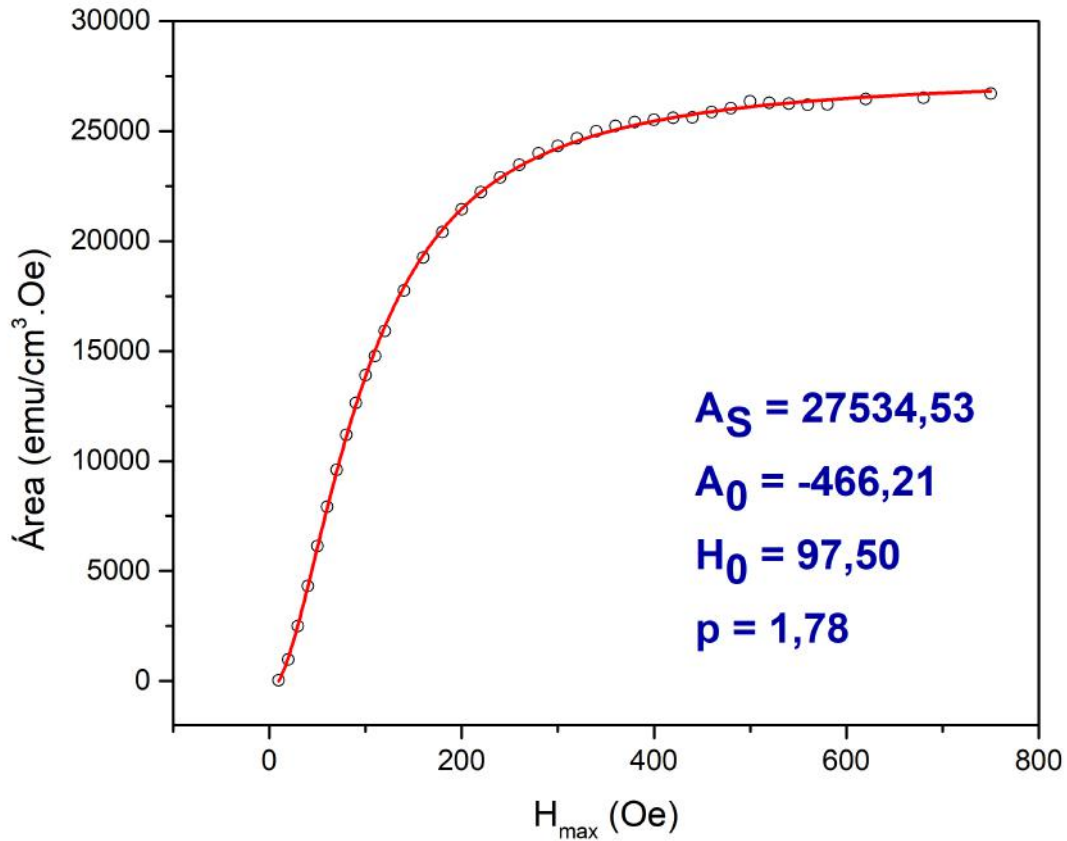


Figura 64 – Área dos laços menores em função do H_{max} , para a amostra de Níquel. Os parâmetros ajustados estão inseridos na figura.

De maneira geral, os ajustes numéricos com polinômios de grau onze revelaram-se consistentes para os três metais acima caracterizados. Os polinômios ajustados sobrepõem-se muito bem aos pontos experimentais, mesmo nos extremos dos laços. E, ainda, verifica-se que para estes três sistemas monofásicos, os laços menores de histerese são simétricos. Os módulos e sinais encontrados para os coeficientes reproduzem as observações feitas para o Maraging-440, Alnico 2. Desta maneira, foi possível representar individualmente os ramos descendente e ascendente através de um único par de polinômios. Este par é tal que a área de qualquer laço pode ser formalmente expressa exatamente como que para as ligas anteriormente estudadas. Numericamente, as áreas calculadas através dos polinômios ajustados se aproximam muito das áreas experimentais.

É pertinente comparar os laços menores obtidos para os três metais, para um arbitrário H_{max} . A figura 65 mostra os laços menores das amostras de Ferro, Cobalto e Níquel, para

um campo aplicado máximo $H_{max} = 200 \text{ Oe}$ e a tabela 12 lista os coeficientes a e b ajustados e as coercividades calculadas.

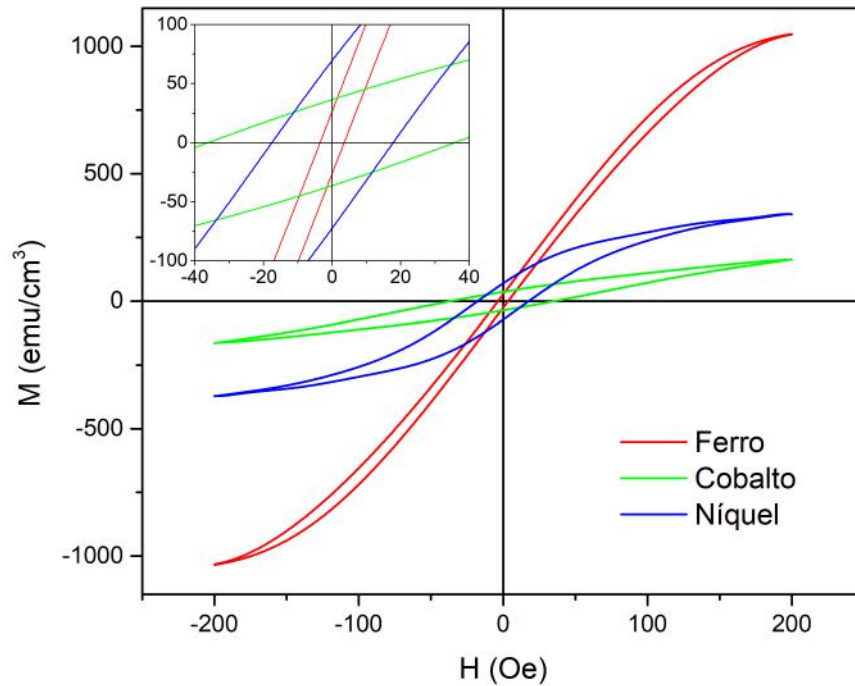


Figura 65 – Laços menores traçados para o Ferro, Cobalto e Níquel, com $H_{max} = 200 \text{ Oe}$.

Tabela 12 – Parâmetros referentes aos laços da figura 65.

Coeficientes / Coercividades	Amostra		
	Ferro	Cobalto	Níquel
$a(\text{emu}/\text{cm}^3)$	26	36	69
$b(\text{emu}/\text{Oe} \cdot \text{cm}^3)$	7,5	0,9	3,8
$H_{CC}(\text{Oe})$	3,5	36,7	16,8

O Ferro apresenta o menor a (ou magnetização residual ajustado) e o maior b ou inclinação (ou susceptibilidade ajustada) mais elevada da histerese em relação as outras. Isto reflete que a amostra de Ferro é a mais macia magneticamente. Por outro lado, o Cobalto tem o maior campo coercivo e a menor susceptibilidade mostrando o caráter magnético mais duro entre os três metais.

6 DISCUSSÃO FINAL

Os ajustes numéricos reproduziram muito bem as curvas dos laços menores de magnetização em função do campo aplicado, para as seis amostras caracterizadas. Comparativamente a outras propostas de ajuste com base em adequação matemática da função, polinômios reproduzem melhor os pontos experimentais, como pode-se aferir observando os resultados reportados por outros autores (60)(61)(62)(63)(64). Certamente, que uma dificuldade é determinar qual o mais adequado grau do polinômio a ser empregado nos ajustes. Apesar de ter-se usado o critério de “peso” do monômio como referência para tal determinação (ver seção 4.3), testes numéricos exploratórios (não mostrados) revelaram que, de maneira geral, aplicar polinômios de graus diferentes não gera coeficientes ajustados muito diferentes, se forem respectivos a monômios de menor potência. No entanto, apesar de eventuais ambiguidades, examinar os coeficientes ajustados para ambos os ramos de um laço, independentemente do grau utilizado para o polinômio, constitui um eficiente modo de verificar se a histerese é simétrica ou não.

Os coeficientes polinomiais devem refletir as propriedades magnéticas intrínsecas e extrínsecas da amostra, tais como a ordem magnética e anisotropias (incluindo a anisotropia magnetocristalina e a anisotropia de forma). A eventual textura magnética produzida pelo processo de preparação da amostra, o tamanho e a orientação dos domínios magnéticos e a energia necessária para mover suas paredes e superar a fixação magnética são propriedades possivelmente “contidas” nos coeficientes. No momento, essa conexão ainda não foi teoricamente estabelecida, independentemente do sistema em estudo, mas faz parte das perspectivas do presente trabalho.

Para todos os sistemas caracterizados, as áreas dos laços menores obtidas por dois métodos numéricos – i.e., [1] cálculo direto a partir dos pontos experimentais e [2] a partir dos polinômios ajustados - resultaram muito próximas. Esta comparação é mais uma confirmação da plausibilidade dos ajustes e também que polinômios de um grau adequado são muito práticos para a manipulação matemática das histeres das amostras.

Ainda no que toca às áreas, é importante registrar que cinco dos sistemas estudados têm a mesma expressão “teórica” para a área de um laço (equação 5.3), aparecendo o Permalloy como exceção. Neste caso, a introdução de um novo parâmetro - o ξ - participando da expressão da área - equação 5.29 - foi atribuída ao caráter magnético muito macio da liga. É plausível que a equação 5.29 seja, efetivamente, geral e que cada sistema tenha um ξ particular.

As curvas traçadas (em geral, tendo H_{max} na abcissa) a partir de coeficientes ajustados que podem ser teoricamente identificados com parâmetros magnéticos reais - exemplos: M_r , H_{Ce} , χ_r - revelaram em alguns casos consistência, i.e., sobreposição entre estas e as

respectivas curvas “experimentais”. Em outros casos (por exemplo, ao comparar $M_r \times H_{max}$ com $a \times H_{max}$), eventualmente resultaram valores - i.e., de M_r e a - diferentes para um H_{max} comum. Por serem pontos que pertencem ao laço ajustado, os valores de a são mais confiáveis do que aqueles obtidos pelos métodos usuais de interpolação, como para M_r .

Outro aspecto fundamental para o presente estudo é entender o significado dos parâmetros ajustados da função complementar da equação de Hill. Uma explicação estabelecendo a conexão entre os parâmetros H_0 e p , e as propriedades magnéticas do material está sob investigação. Os parâmetros encontrados foram compilados e são mostrados na tabela 13. Um gráfico tendo H_0 e p por A_S é mostrado na figura 66. Como bem demonstra o gráfico da figura 66. Fica evidente a correlação entre os parâmetros H_0 e p , e entre estes e a *power loss* do material (de novo, com exceção do Cobalto) que também é uma medida associada à de dureza. Verifica-se na tabela, que como comportamento geral, os materiais magneticamente duros (Alnico 2 e Cobalto) têm valores maiores para H_0 . Permalloy, Níquel e Ferro apresentam os mais baixos valores, e o aço Maraging-400 possui valores intermediários.

Tabela 13 – Parâmetros ajustados da função complementar da equação de Hill para as curvas de $A_H \times H_{max}$, para todas as amostras. H_{inf} é o ponto de inflexão das curvas.

Amostra	Parâmetro		
	H_0	p	H_{inf}
Maraging-400 Como-Solubilizado	190	2,1	115
Maraging-400 480°C	204*	2,6*	148*
Maraging-400 580°C	258*	3,0*	206*
Maraging-400 650°C	285*	3,5*	240*
Alnico 2	1227	5,0	1132
Permalloy	101	1,8	51
Ferro	171	1,8	82
Cobalto	1058	1,4	301
Níquel	96	1,9	51

* Valor médio para diferentes tempos de envelhecimento.

Por outro lado, p também revela estar associado à dureza magnética do material, tendo como aparente exceção o Cobalto, que tem valor comparável aos outros metais puros e ao

Permalloy. Enquanto o Alnico 2 apresenta o maior valor, o aço Maraging-400 tem valor intermediário. Simulações numéricas (não mostradas) revelaram que pequenas variações em p têm fortes efeitos na curva $A(H_{max})$. Variações positivas de, por exemplo, 0,5 ou 1,0, redundam em um crescimento acentuado da área, aproximando-se e indo além de H_0 .

Quanto aos parâmetros do Permalloy e Metais Puros é preciso atentar para o fato de que os laços menores são do tipo $M \times H$ ao invés de $B \times H$, mas o ajuste com a função complementar da equação de Hill com B conserva os valores de H_0 e p .

Assim, é plausível considerar que p e H_0 estão estritamente conectados aos mecanismos fundamentais de magnetização de cada sistema. Ambos os parâmetros podem refletir as anisotropias específicas da amostra, isto é, a anisotropia magnetocristalina da liga, a anisotropia de forma do disco e a eventual textura magnética produzida pelo processo de preparação da amostra. Pode-se, então, propor um critério para atribuir maciez/dureza a materiais ferromagnéticos de qualquer natureza, que leve em conta os dois parâmetros.

Uma possibilidade é usar este ponto especial da equação de Hill (ou seu complementar), H_{inf} , dado por:

$$\left(\frac{H_{inf}}{H_0}\right)^p = \frac{p-1}{p+1} \quad (6.1)$$

Neste sentido, diferentes intervalos de H_{inf} poderiam ser sistematicamente vinculados à dureza/maciez ferromagnética do material ou da amostra em estudo. Um último aspecto pertinente para se comentar é a diferença entre os pares de parâmetros (H_{0r}, p_r) , (H_{0Cc}, p_{Cc}) e (H_0, p) observados a partir dos valores obtidos pelo ajuste do $B_r(H_{max})$, $H_C(H_{max})$, e curvas $A(H_{max})$. Os três pares são diferentes uns dos outros e revelam diferentes variações dessas magnitudes em função de H_{max} . Na verdade, as três curvas têm inflexões em diferentes valores de H_{max} . Esse comportamento sugere que, para as seis amostras, $A(H_{max})$ não possuem uma relação simples com $B_r(H_{max})$ (ou $M_r(H_{max})$) e $H_C(H_{max})$.

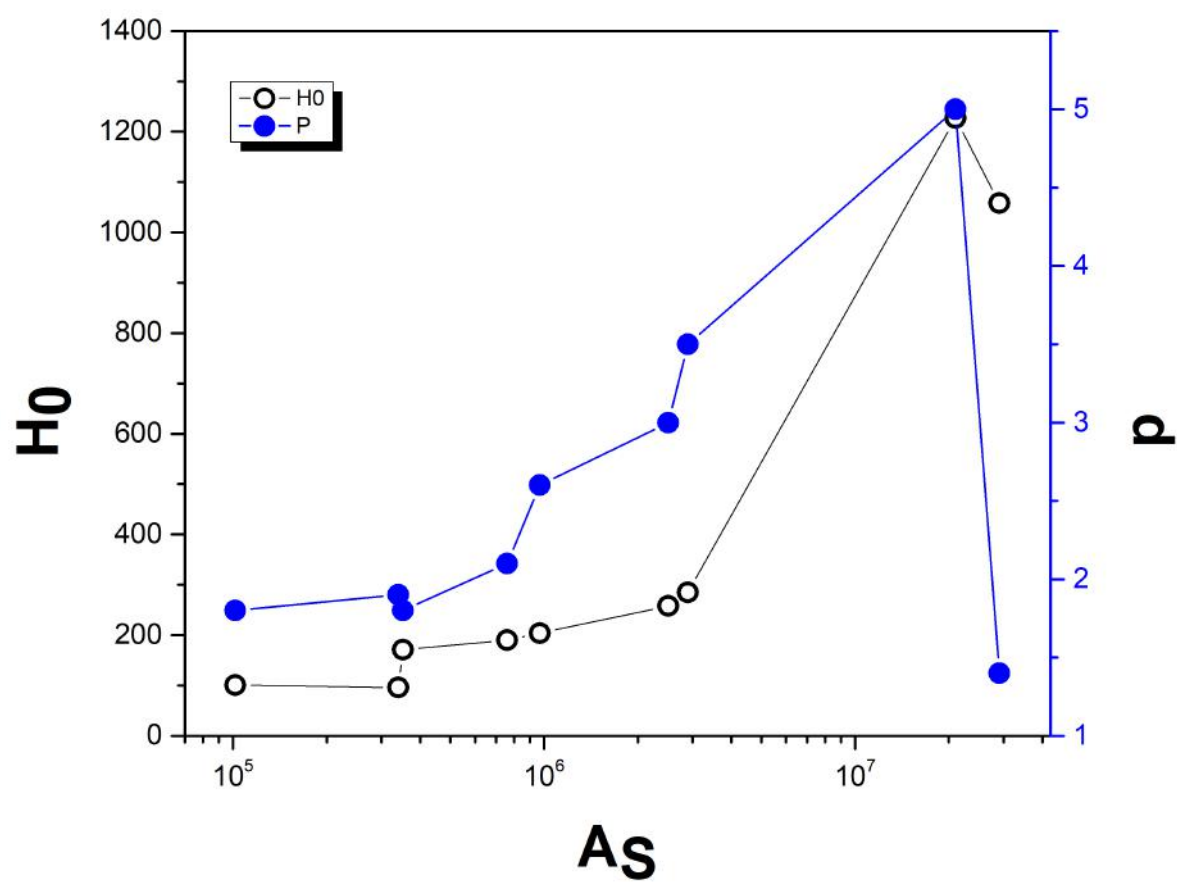


Figura 66 – Relação entre H_0 (círculos abertos pretos) e p (círculos abertos azuis) por A_S .

7 CONCLUSÕES FINAIS

Os ajustes numéricos dos laços menores de histerese magnética dos sistemas estudados revelaram-se consistentes do ponto de vista matemático e um método capaz de analisar com praticidade várias propriedades magnéticas fundamentais. Os resultados indicam que o método pode ser aplicado a materiais pertencentes a um amplo espectro de dureza magnética.

A função complementar da equação de Hill mostrou ser adequada ao ajuste da curva Área dos laços menores *versus* Campo aplicado máximo. Os parâmetros ajustados da função puderam ser associados à dureza magnética de cada material e o ponto de inflexão da curva apareceu como um critério plausível para classificar materiais de acordo com essa propriedade universal dos ferromagnetos.

A AS EQUAÇÕES DE BROWN

Para lidar com padrões de magnetização dependentes do espaço é necessário trabalhar com volumes de ΔV suficientemente pequenos. Desse modo, suponha um corpo ferromagnético seja dividido em muitos volumes elementares de ΔV e que esse volume é pequeno suficientemente em relação ao comprimento característico, o qual a magnetização muda significativamente e esses volumes tenham propriedades uniformes; ao mesmo tempo é necessário que ΔV seja suficientemente grande para que contenha um número significativo de momentos magnéticos. Isso possibilita usar métodos estatísticos e termodinâmicos para descrever as propriedades do volume (2). Com estas aproximações é possível fazer uma descrição em termos das variáveis dependentes do espaço ($\mathbf{r}$), por exemplo, a magnetização $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, e assim interpretá-las como uma média entre os volumes elementares. Nesse contexto, dado o volume ΔV em uma posição $\mathbf{r}$ é possível escrever a energia livre de Gibbs como:

$$G = G(\mathbf{M}(\mathbf{r}); \mathbf{H}_a, T), \quad (\text{A.1})$$

em que $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ é a magnetização, $\mathbf{H}_a$ o campo magnético aplicado e T a temperatura. Em geral, o micromagnetismo busca determinar o vetor magnetização espontânea $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ em cada ponto da amostra no volume ΔV e segundo Coey (26), a estrutura dos ferromagnéticos podem ser descritos pela minimização da energia interna do sistema. Desta forma para calcular a magnetização espontânea utiliza-se a densidade de energia livre de Gibbs do sistema como:

$$\Delta G = U - TS - \mu_0 \mathbf{M}_S \cdot \mathbf{H} - \sigma \cdot \epsilon. \quad (\text{A.2})$$

A equação A.2, as variáveis U, S, ϵ e σ indicam respectivamente: a energia interna por unidade de volume, a entropia, temperatura, tensor de tensões e tensor de estresse. O termo $U - TS$, estão contidos a energia de troca E_{troca} , a energia magneto cristalina E_K . Além disso os dois últimos termos da equação A.2 mostram a energia elástica e magnetoestática E_M (36). Segundo Bertotti (2), as principais energias são a energia magnetoestática, magneto cristalina e troca (*exchange*), pensamento compartilhado por Fidler e colaboradores (65). Em adição a essas três energia há também a interação com o magnético externo, que é conhecida como energia de Zeeman (66). Reescrevendo a equação A.2 em termos dessas quantidades, tem-se:

$$\Delta G = \underbrace{\mathcal{E}_{\text{troca}}}_{\text{Energia de Troca}} + \underbrace{\mathcal{E}_K}_{\text{Energia Magneto cristalina}} + \underbrace{\mathcal{E}_M}_{\text{Energia Magnetoestática}} + \underbrace{\mathcal{E}_{\text{Zeeman}}}_{\text{Energia de Zeeman}}, \quad (\text{A.3})$$

onde o símbolo $\mathcal{E}$ na equação A.3 representa a densidade de energia em um volume ΔV . A energia total de Gibbs para um sistema é a soma das várias energia ΔG descritas na

equação A.3, assim, pode-se afirmar:

$$G = \sum_{\Delta V} \Delta G. \quad (\text{A.4})$$

Antes de continuar a análise da densidade de energia livre de Gibbs, é necessário realizar uma estudo mais detalhado sobre as energias envolvidas no lado direito da equação A.3.

A configuração magnética de um corpo ferromagnético deve ser tal que minimize sua energia livre. Então a equação A.3 é a energia livre de Gibbs para um volume ΔV , e utilizando da equação A.4 é possível calcular a energia para o corpo todo, assim tem-se

$$\begin{aligned} G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \int_V [\mathcal{E}_{Troca} + \mathcal{E}_{Anis.} + \mathcal{E}_M + \mathcal{E}_h] dV \\ G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \int_V \left[A(\nabla \hat{m})^2 + \mathcal{E}_{Anis.}(\hat{m}) - \frac{\mu_0}{2} M_s \vec{H}_M \cdot \hat{m} - \mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \hat{m} \right] dV \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

A equação A.5 da energia livre de Gibbs para um determinada configuração de magnetização, então o problema já esta bem definido, assim, precisa-se encontrar o conjunto de soluções de que minimize essa energia. A equação A.5 refere-se a um tipo de problema variacional, então para a condição de mínima energia se faz $\delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) = 0$, esse δ representa uma derivada funcional, logo a equação A.5 torna-se

$$\begin{aligned} \delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \delta \int_V \left[A(\nabla \hat{m})^2 + \mathcal{E}_{Anis.}(\hat{m}) - \frac{\mu_0}{2} M_s \vec{H}_M \cdot \hat{m} - \mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \hat{m} \right] dV \\ \delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \underbrace{\int_V \delta [A(\nabla \hat{m})^2] dV}_{Troca} + \underbrace{\int_V \delta [\mathcal{E}_{Anis.}(\hat{m})] dV}_{Anis.} \\ &\quad - \underbrace{\int_V \delta \left[\frac{\mu_0}{2} M_s \vec{H}_M \cdot \hat{m} \right] dV}_{Magnetoes.(M)} - \underbrace{\int_V \delta [\mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \hat{m}] dV}_{Aplica.(H)} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

É necessário derivar cada um dos termos da equação A.6, detalhando o procedimento matemático em cada um deles.

A.1 Troca

Se fará uma adequação do termo de troca da equação A.6

$$\int_V \delta [A(\nabla \hat{m})^2] dV \Rightarrow \int_V (2A \nabla \hat{m} \cdot \nabla \delta \hat{m}) dV \quad (\text{A.7})$$

Usando $\vec{a} \cdot \nabla \phi = \nabla(\phi \vec{a}) - \phi \nabla \cdot \vec{a}$, a igualdade A.7 fica

$$\begin{aligned} \int_V (2A \nabla \hat{m} \cdot \nabla \delta \hat{m}) &= \int_V [\nabla \cdot (\delta \hat{m} 2A \nabla \hat{m}) - \delta \hat{m} \nabla \cdot (2A \nabla \hat{m})] dV \\ \int_V \delta [A(\nabla \hat{m})^2] dV &= \underbrace{\int_V \nabla \cdot (\delta \hat{m} 2A \nabla \hat{m}) dV}_{\text{Divergência}} - \int_V \delta \hat{m} \nabla \cdot (2A \nabla \hat{m}) dV \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Aplicando o teorema da divergência¹ no primeiro termo da equação A.8 do lado direito, tem-se

$$\int_V \delta [A(\nabla \hat{m})^2] dV = 2 \oint_S A \frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \cdot \delta \hat{m} da - \int_V \delta \hat{m} 2 \nabla \cdot (A \nabla \hat{m}) dV \quad (\text{A.9})$$

Então a equação A.7 é reescrita como a equação A.9.

A.2 Anisotropia

A manipulação do termo de anisotropia da equação A.6 é bem trivial

$$\int_V \delta [\mathcal{E}_{Anis.}(\hat{m})] dV = \int_V \frac{\partial \mathcal{E}_{Anis.}}{\partial \hat{m}} \delta \hat{m} dV \quad (\text{A.10})$$

A.3 Magnetoestática

O termo de energia magnetoestática é manipulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \int_V \delta \left[\frac{\mu_0}{2} M_s \vec{H}_M \cdot \hat{m} \right] dV &= \int_V \delta \vec{H}_M \cdot \hat{m} dV + \int_V \vec{H}_M \cdot \delta \hat{m} dV \\ \int_V \delta \left[\frac{\mu_0}{2} M_s \vec{H}_M \cdot \hat{m} \right] dV &= 2 \int_V \vec{H}_M \cdot \delta \hat{m} dV \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Na equação A.11 foi usado o teorema da reciprocidade.

A.4 Campo aplicado

O termo de campo aplicado é bem trivial também

$$\int_V \delta (\mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \hat{m}) dV = \int_V \delta \mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \delta \hat{m} dV \quad (\text{A.12})$$

A.5 Minimizando a Energia Livre

Incluindo os termos acima manipulados na equação A.6, esta adquire a seguinte apresentação

$$\begin{aligned} \delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= 2 \oint_S A \frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \cdot \delta \hat{m} da - \int_V \delta \hat{m} 2 \nabla \cdot (A \nabla \hat{m}) dV \\ &\quad + \int_V \frac{\partial \mathcal{E}_{Anis.}}{\partial \hat{m}} \delta \hat{m} dV - 2 \int_V \mu_0 M_s \vec{H}_M \cdot \delta \hat{m} dV \\ &\quad - \int_V \delta \mu_0 M_s \vec{H}_a \cdot \delta \hat{m} dV \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

¹ $\int_V \nabla \cdot \vec{A} dv = \oint_S \vec{A} \cdot \hat{n} da$

agrupando todos os termos que possui integração no volume, a equação A.13 fica

$$\begin{aligned}\delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= - \int_V \left(2\nabla \cdot (A\nabla \hat{m}) - \frac{\partial \mathcal{E}_{Anis.}}{\partial \hat{m}} + \mu_0 M_s \vec{H}_M + \mu_0 M_s \vec{H}_a \right) \cdot \delta \hat{m} dV \\ &\quad + 2 \oint_S A \frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \cdot \delta \hat{m} da \\ \delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \mu_0 \int_V M_s \vec{H}_{efe} \cdot \delta \hat{m} dV + 2 \oint_S A \frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \cdot \delta \hat{m} da\end{aligned}\quad (A.14)$$

Onde $\vec{H}_{efe}$ na equação A.14 é conhecido como campo magnético efetivo que pode ser definido assim:

$$\vec{H}_{efe} = \frac{2}{\mu_0 M_s} \nabla \cdot (A\nabla \hat{m}) - \frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\partial \mathcal{E}_{Anis.}}{\partial \hat{m}} + \vec{H}_M + \vec{H}_a \quad (A.15)$$

Agora, para dar continuidade a solução da minimização da energia livre de Gibbs, é necessário fazer as seguinte consideração

$$\delta \hat{m} = \hat{m} \times \delta \theta \quad (A.16)$$

Lembrando da propriedade vetorial $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ e substituindo a equação A.16 na equação A.14, tem-se

$$\begin{aligned}\delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \mu_0 \int_V M_s \vec{H}_{efe} \cdot (\hat{m} \times \delta \theta) dV + 2 \oint_S A \frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \cdot (\hat{m} \times \delta \theta) da \\ \delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) &= \mu_0 M_s \int_V (\vec{H}_{efe} \times \hat{m}) \cdot \delta \theta dV + 2 \oint_S A \left(\frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \times \hat{m} \right) \cdot \delta \theta da\end{aligned}\quad (A.17)$$

Observando a equação A.17 e levando em conta que $\delta G(\vec{M}; \vec{H}_a) = 0$, a única solução para esse problema é considerar o integrando das integrais iguais a zero, assim tem-se

$$\vec{H}_{efe} \times \hat{m} = 0 \quad (A.18)$$

$$\frac{\partial \hat{m}}{\partial n} \times \hat{m} = 0 \quad (A.19)$$

As equações A.15, A.18 e A.19 são conhecidas como equações de Brown (8). Essas equações são a base do micromagnetismo clássico para solução de problemas estacionários (65).

B EQUAÇÃO COMPLEMENTAR DE HILL

A expressão básica do que é chamado de equação de Hill (ou modelo) é uma equação de três parâmetros de uma relação não linear entre duas variáveis, x (a variável independente) e y (a variável dependente):

$$y(x) = \frac{y_{max}x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} \quad (\text{B.1})$$

Os três parâmetros da equação são y_{max} , c e o coeficiente α . A primeira aplicação desta equação foi feita por A. V. Hill em 1910 (54). Desde então a equação de Hill (ou similar) tem sido usada para ajustar dados experimentais de varia reações físico-químico, muito comum em farmacologia.

Existem centenas de aplicações da equação de Hill para problemas em engenharia e física, incluindo problemas em mecânica, astronomia, a teoria dos circuitos elétricos, da condutividade elétrica dos metais e do ciclotron. A importância fundamental da equação de Hill esta relacionada a problemas de estabilidade (67).

Fazendo a seguinte soma na equação B.1, geralmente associada a Gabrielsson e Weiner(68):

$$y(x) = y_0 + \frac{y_{max}x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} \quad (\text{B.2})$$

O valor de y_0 acontece quando $x = 0$. Agora, considerando o caso de x muito grande, ou seja, $x \rightarrow \infty$, tem-se:

$$y_\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) \Rightarrow y_\infty = y_0 + y_{max} \quad (\text{B.3})$$

Ou seja, $y_{max} = y_\infty - y_0$. Assim, a equação B.2 torna-se

$$y(x) = y_0 + \frac{(y_\infty - y_0)x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} \quad (\text{B.4})$$

Agora, se faz necessário trabalhar um pouco com a parte racional $\left(\frac{x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha}\right)$ da equação B.4 procurando encontrar o complementar dessa fração (69), assim:

$$\begin{aligned} \frac{x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} + \frac{\theta}{c^\alpha + x^\alpha} &= 1 \\ \frac{x^\alpha (x^\alpha + c^\alpha) + \theta (x^\alpha + c^\alpha)}{(x^\alpha + c^\alpha)^2} &= 1 \\ \theta &= c^\alpha \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

logo

$$\frac{x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} = 1 - \frac{c^\alpha}{x^\alpha + c^\alpha} \quad (\text{B.6})$$

Substituindo a equação B.6 na B.4, tem-se:

$$\begin{aligned}
 y(x) &= y_0 + \frac{(y_\infty - y_0) x^\alpha}{c^\alpha + x^\alpha} \\
 y(x) &= y_0 + (y_\infty - y_0) \left(1 - \frac{c^\alpha}{x^\alpha + c^\alpha} \right) \\
 y(x) &= y_\infty - \frac{(y_\infty - y_0) c^\alpha}{x^\alpha + c^\alpha} \\
 y(x) &= y_\infty + \frac{(y_0 - y_\infty)}{1 + \left(\frac{x}{c} \right)^\alpha}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

A equação B.7 é conhecida como Equação Complementar de Hill.

C TÉCNICAS DE CARACTERIZAÇÃO - RAIO-X E MOSSBAÜER

C.1 Difração de Raio-X (DRX)

Para a identificação das fases cristalinas utilizou-se a técnica de difração de raios-X.

Os difratogramas de raios-X foram obtidos através de um difratômetro convencional (figura 67), da marca SHIMADZU (modelo XDR-6000), operando na geometria $\theta - 2\theta$ (configuração de Bragg-Brentano), com a amostra em temperatura ambiente. Para tal, utilizou-se um tubo de cobalto (i.e., radiações $\kappa\alpha$; $\lambda_1 = 1,788970 \text{ \AA}$ e $\lambda_2 = 1,792850 \text{ \AA}$). As medidas foram realizadas com um passo de $0,02^\circ$ e um tempo de contagem de 8 segundos. As varreduras angulares foram tomadas de 40° até 130° .

Para as análises dos difratogramas obtidos, utilizou-se os arquivos ICSD (Inorganic Crystal Structure Database) (70) e o programa *X'Pert Highscore*, da Panalytical B.V, do banco de dados do JCPDS PDF. Posteriormente, os difratogramas foram refinados através do método Rietveld, utilizando-se o programa FullProf (71), onde foi possível obter os parâmetros de rede das fases existentes na liga, e a quantificação das mesmas. Os grupos espaciais utilizados no refinamento Rietveld são mostrados na tabela 14.

Tabela 14 – Grupos espaciais usados para realização dos refinamentos.

Amostras	Grupos Espaciais
Alnico 2	Im-3m
Permalloy	Fm-3m
Fe	Im-3m
Co	P 63/m m c
Ni	F m -3 m

C.2 Espectroscopia Mossbauer

A técnica de espectroscopia Mössbauer tendo como sonda nuclear o ^{57}Fe (figura 68) foi realizada em temperatura ambiente para as amostras de *Fe*, Permalloy e Alnico 2. Utilizou-se a radiação- γ com energia de $14,4\text{KeV}$, emitida por uma fonte de $^{57}\text{Co}(\text{Rh})$ de atividade próxima a 50mCi , movimentada na horizontal, com aceleração constante.

A análise dos dados foi realizada com o programa de ajuste NORMOS, que funciona no ambiente DOS e aplica o critério matemático dos mínimos quadrados. Os parâmetros ajustados foram:



Figura 67 – Difratorômetro de raios-X utilizado na análise estrutural (Shimadzu XRD-6000).

Fonte: Foto do Grupo de Materiais Especiais.



Figura 68 – Espectrômetro Mössbauer do MATESP.

Fonte: Foto do Grupo de Materiais Especiais.

- I. Deslocamento isomérico [δ ($mm\backslash s$)],
- II. Desdobramento Quadrupolar [$\Delta E_Q/2\epsilon$ ($mm\backslash s$)],
- III. Campo Magnético hiperfino [B_{hf} (T)],
- IV. Largura da linha à meia altura [$\Gamma(mm\backslash s)$].

A calibração do equipamento foi realizada com ferro metálico ($\alpha - Fe$).

D MAGNETÔMETRO DE AMOSTRA VIBRANTE

O magnetômetro de amostra vibrante (MAV) ou *Vibrating-sample magnetometer* (VSM) foi desenvolvido por S. Foner em 1955 (72) e é provavelmente o magnetômetro mais usado nos laboratórios de pesquisa e caracteriza-se pelo seu desempenho, baixo custo e simplicidade de funcionamento (73, 74).

A figura 69 apresenta um diagrama esquematizando um VSM.

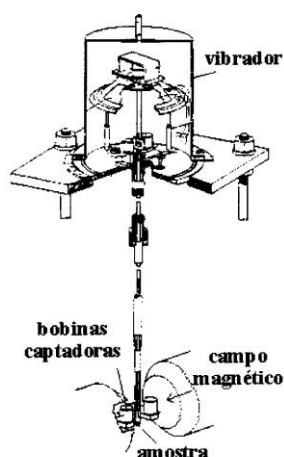


Figura 69 – Diagrama do magnetômetro de amostra vibrante.

Fonte: Retirado de (73)

Quando uma amostra vibra a uma frequência f , esta irá induzir uma voltagem alternada nas bobinas de detecção. A voltagem medida é dada pela seguinte equação:

$$E = \sigma G A 2\pi f \cos(2\pi f t), \quad (\text{D.1})$$

Onde,

- σ é o momento magnético da amostra,
- G é a função da geometria das bobinas de detecção,
- A é amplitude de vibração.

A amostra é fixada na extremidade de uma haste rígida e o campo magnético pode ser aplicado tanto na direção transversal como na longitudinal à direção de vibração. Usualmente a simetria axial é usada quando a fonte de campo magnético é uma bobina supercondutora. A outra extremidade da haste é fixada à membrana de um alto falante ou a um motor. O magnetômetro de amostra vibrante possui uma sensibilidade de 10^{-5} emu .

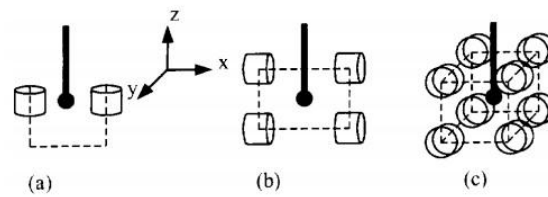


Figura 70 – Arranjos de bobinas de detecção usadas no Magnetômetro de Amostra Vibrante.

Fonte: Retirado de (73)

A figura 70 mostra exemplos de possíveis configurações. É interessante notar que para o fato do arranjo das bobinas, estas devem ser tal maneira que maximize o sinal induzido e que seja pouco sensível à posição da amostra.

E DIFRAÇÃO DE RAIO-X DAS AMOSTRAS

As figuras abaixo (i.e., são elas 71, 72, 73, 74, 75) mostram o refinamento realizado para as amostras de Alnico 2, Permalloy, Ferro, Cobalto e Níquel. Os círculos abertos vermelhos são pontos experimentais. Linha sólida preta é a curva de ajuste. As linhas sólidas azuis diferenciam entre calculado e observado, e as barras verdes são as posições de Bragg. A tabela 15 mostra os parâmetros de rede encontrados e os fatores de qualidade dos ajustes feitos.

Tabela 15 – Informações retiradas do refinamento das amostras de Alnico 2, Permalloy, Ferro, Cobalto e Níquel mostradas na figura 71 - 75.

	Amostra				
	Alnico 2	Permalloy	Ferro	Cobalto	Níquel
Grupo Espacial	$Im - 3m$	$Fm - 3m$	$Im - 3m$	$P63/mmc$	$Fm - 3m$
Rede					
a	2,896	3,556	2,870	2,508	3,527
b	2,896	3,556	2,870	2,508	3,527
c	2,896	3,556	2,870	4,069	3,527
Qualidade do Ajuste					
R_p	41,7	14,2	20,6	34,9	21,4
R_{wp}	30,2	17,4	20,4	22,4	26,4
R_{exp}	21,94	8,28	13,96	16,94	14,39
χ^2	1,89	4,39	2,14	1,76	3,36

Figura 71 – Refinamento Rietveld da amostra de Alnico 2.

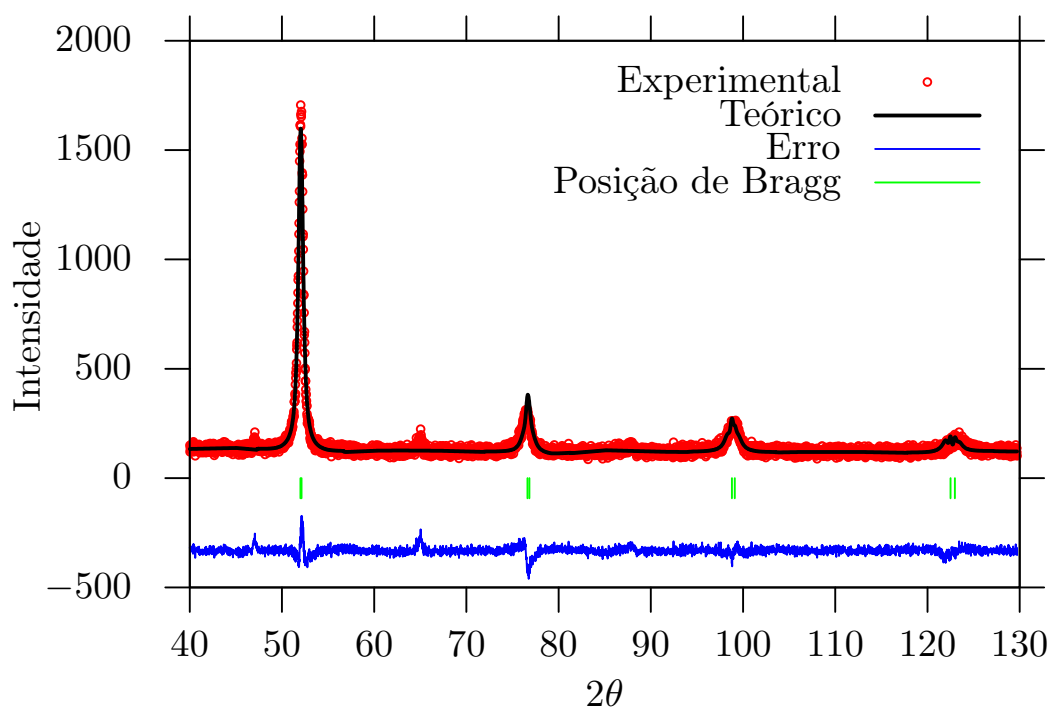


Figura 72 – Refinamento Rietveld da amostra de Permalloy, envelhecida à 1050 °C por 2 horas.

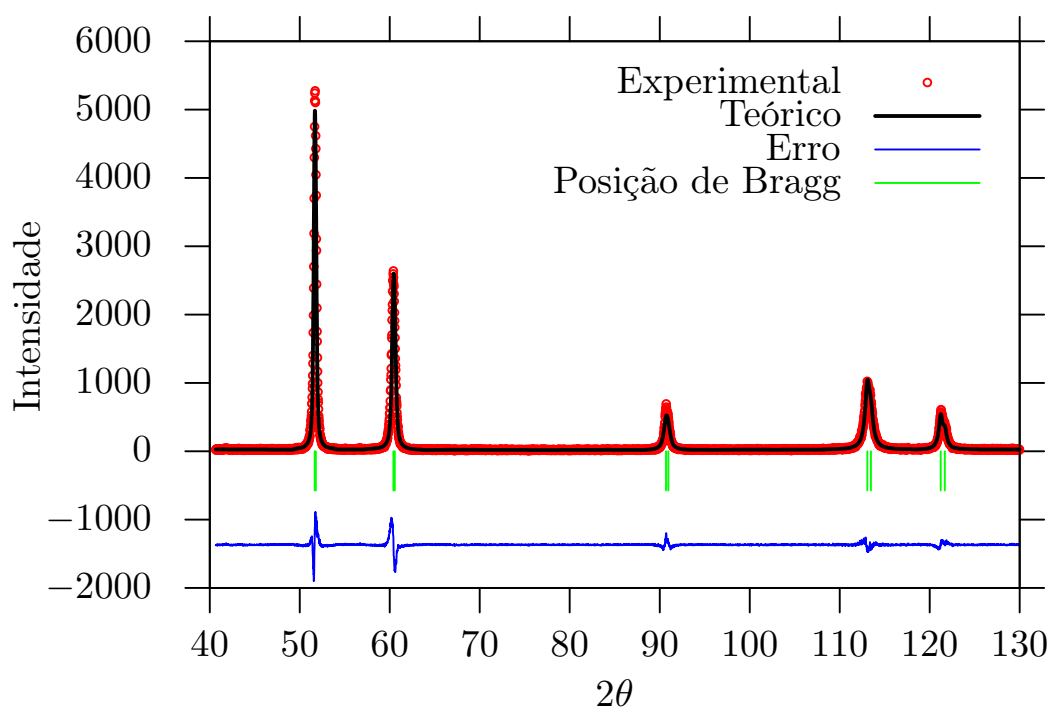


Figura 73 – Refinamento Rietveld da amostra de Ferro.

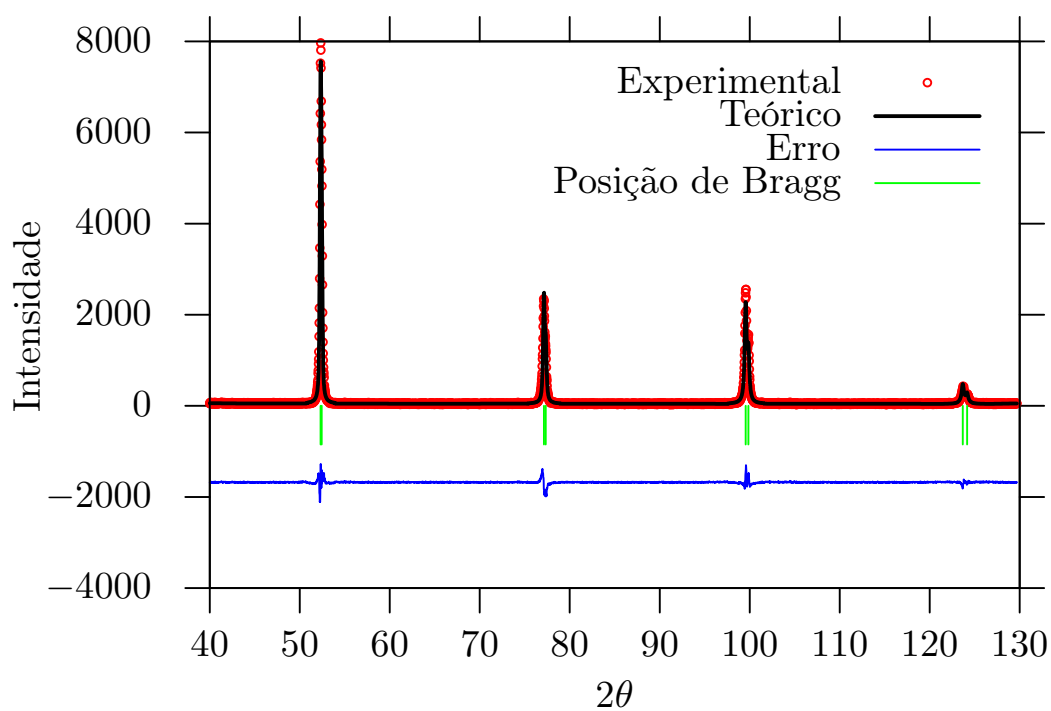


Figura 74 – Refinamento Rietveld da amostra de Cobalto.

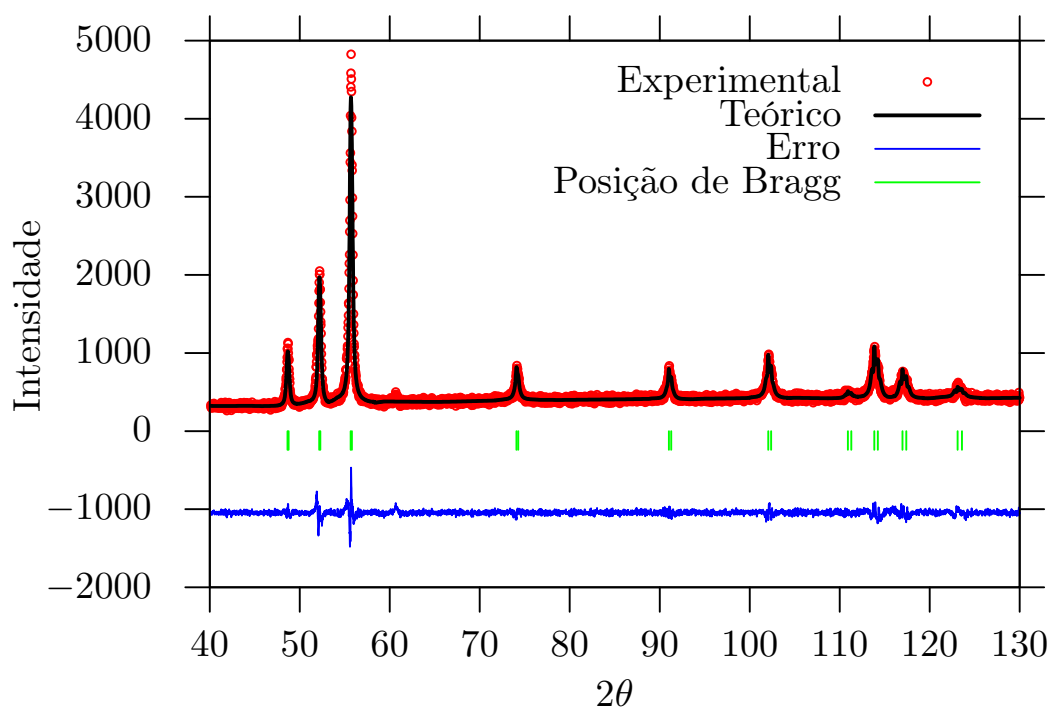
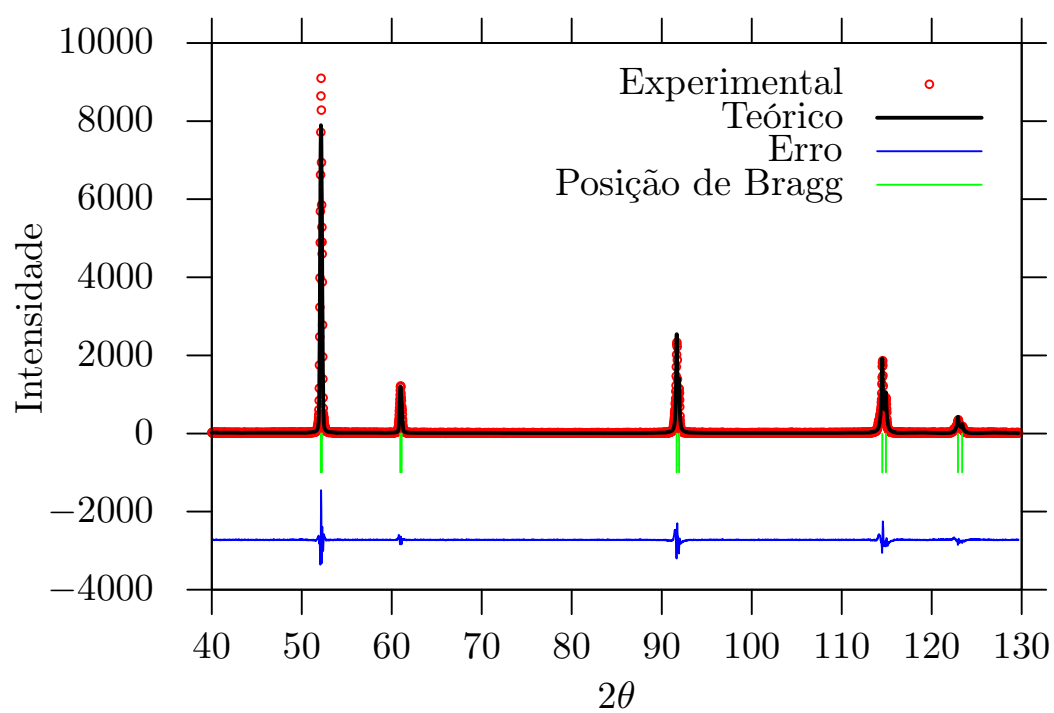


Figura 75 – Refinamento Rietveld da amostra de Níquel.



REFERÊNCIAS

- 1 MAYERGOYZ, I. D. *Mathematical Models of Hysteresis*. [S.l.: s.n.], 2011. ISBN 9781461277675.
- 2 BERTOTTI, G. *Hysteresis in Magnetism*. Elsevier, 1998. ISBN 9780120932702. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780120932702X5048X>>.
- 3 RAYLEIGH, L. XXV. Notes on electricity and magnetism .—III. On the behaviour of iron and steel under the operation of feeble magnetic forces. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, v. 23, n. 142, p. 225–245, mar 1887. ISSN 1941-5982. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14786448708628000>>.
- 4 STONER, E. C.; WOHLFARTH, E. P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, v. 240, n. 826, p. 599–642, may 1948. ISSN 0080-4614. Disponível em: <<https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.1948.0007>>.
- 5 PREISACH, F. On the Magnetic Aftereffect. *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, v. 53, n. 3, p. 1–11, 2017. ISSN 00189464.
- 6 JILES, D.; ATHERTON, D. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 61, n. 1-2, p. 48–60, sep 1986. ISSN 03048853. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0304885386900661>>.
- 7 JILES, D. C.; ATHERTON, D. L. Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 17, n. 6, p. 1265–1281, jun 1984. ISSN 0022-3727. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0022-3727/17/i=6/a=023?key=crossref.632aadd2f7a827581a2f1563827c4961>>.
- 8 BROWN, W. F. *Micromagnetics*. 18. ed. New York: John Wiley & Sons,, 1963.
- 9 ALVES, T. J.; NUNES, G. C.; SARVEZUK, P. W.; IVASHITA, F. F.; ANDRADE, A. M. de; VIEGAS, A.; PAESANO, A. Crystallographic, hyperfine and magnetic characterization of a maraging-400 alloy. *Hyperfine Interactions*, v. 238, n. 1, p. 1–9, 2017. ISSN 15729540.
- 10 ALVES, T. J.; NUNES, G. C.; TUPAN, L. F.; SARVEZUK, P. W.; IVASHITA, F. F.; OLIVEIRA, C. A. de; PAESANO, A. Aging-Induced Transformations of Maraging-400 Alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science*, Springer US, v. 49, n. 8, p. 3441–3449, 2018. ISSN 10735623. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11661-018-4724-y>>.
- 11 NUNES, G. C.; SARVEZUK, P. W.; ALVES, T. J.; BIONDO, V.; IVASHITA, F. F.; PAESANO, A. Maraging-350 steel: Following the aging through diffractometric, magnetic and hyperfine analysis. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 421, p. 457–461, 2017. ISSN 03048853.

- 12 DECKER, R. F. *Notes on the development of maraging steels*. [S.l.]: Materials Park, 1979. 11–15 p.
- 13 MAGNÉE, A.; DRAPIER, J. M.; DUMONT, J.; COUTSOURADIS, D.; HABRAKEN, L. *Cobalt-Containing high-strength steels*. Brussels, 1974.
- 14 SCHMIDT, M.; ROHRBACH, K. *Heat Treating of Maraging Steels*. [S.l.]: ASM International, 1991. 528–548 p.
- 15 SUN, Y.; ZHAO, J.; LIU, Z.; XIA, W.; ZHU, S.; LEE, D.; YAN, A. The phase and microstructure analysis of Alnico magnets with high coercivity. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Elsevier, v. 379, p. 58–62, apr 2015. ISSN 03048853. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2014.12.003><https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0304885314012050>>.
- 16 FERREIRA, R. F. *Estudo da Liga "Alnico" sintetizado na Forma de Nanoplasmas*. Tese (Dissertação) — Universidade Estadual de Maringá, 2016.
- 17 GUPTA, K.; RAINA, K. K.; SINHA, S. K. Effect of annealing temperature on the magnetic behaviour of Ni-rich permalloy magnetic materials. *Indian Journal of Engineering and Materials Sciences*, v. 12, n. 6, p. 577–585, 2005. ISSN 09714588.
- 18 BOZORTH, R. M. The Permalloy Problem. *Reviews of Modern Physics*, v. 25, n. 1, p. 42–48, jan 1953. ISSN 0034-6861. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.25.42>>.
- 19 ARNOLD, H. D.; ELMEN, G. W. Permalloy, A New Magnetic Material of Very High Permeability. *Bell System Technical Journal*, v. 2, n. 3, p. 101–111, 1923. ISSN 15387305.
- 20 CULLITY, B. D.; GRAHAM, C. D. *Introduction to Magnetic Materials*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2008. ISBN 9780470386323. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/9780470386323>>.
- 21 MORRISH, A. H. *The Physical Principles of Magnetism*. New York: IEEE Press Classic Reissue, 2001. ISBN 0780360419.
- 22 REIS, M. *Fundamentals of Magnetism*. Elsevier, 2013. ISBN 9780124055452. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/C20120026440>>.
- 23 CHIKAZUMI, S. *Physics of Ferromagnetism*. Second. New York: Oxford University Press, 1997. ISBN 0198517769.
- 24 BUSCHOW, K. H. J.; BOER, F. R. de. *Physics of Magnetism and Magnetic Materials*. Boston, MA: Springer US, 2003. ISBN 978-1-4757-0567-6. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/b100503>>.
- 25 Wikipedia. Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a7/VFPt{_}\magnets{_}B>. Acesso em: 06-03-2020.
- 26 COEY, J. M. D. *Magnetism and Magnetic Materials*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN 9780511845000. Disponível em: <<http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CBO9780511845000>>.

- 27 BLUNDELL, S.; THOULESS, D. Magnetism in Condensed Matter. *American Journal of Physics*, v. 71, n. 1, p. 94–95, jan 2003. ISSN 0002-9505. Disponível em: <<http://www.amazon.co.uk/Magnetism-Condensed-Matter-Oxford-Physics/dp/0198505914http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1522704>>.
- 28 SECHOVSKÝ, V. Magnetism in Solids: General Introduction. In: BUSCHOW, K. H. J. (Ed.). *Concise Encyclopedia of Magnetic and Superconducting Materials*. Second. [S.l.]: Elsevier, 2005. v. 1, p. 725–739.
- 29 CHÂTEL, P. F. Paramagnetism. In: FRANCO, B.; LIEDL, G. L.; WYDER, P. (Ed.). *Encyclopedia of Condensed Matter Physics*. Las Cruces: Elsevier, 2005. v. 4, p. 235–238.
- 30 KITTEL, C. *Introdução à Física do Estado Sólido*. Oitava. [S.l.]: LTC, 2006. ISBN 8521615051.
- 31 GETZLAOFF, M. *Fundamentals of Magnetism*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 978-3-540-31150-8. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-31152-2>>.
- 32 DÁVILA, Y. G. *Simulação micromagnética de arranjos hexagonais de nanocascas de Ni e Co*. Tese (Dissertação) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/15470>>.
- 33 D'AQUINO, M. *1.1.3.3 Microscopic model*. 2005. Disponível em: <<http://wpape.unina.it/mdaquino/PhDthesis/main/node10.h>>. Acesso em: 2019-08-07.
- 34 AHARONI, A. *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. Segunda. New York: Oxford University Press, 1996. ISBN 978-0198508090.
- 35 BAPTISTA, M. A. V. *Estudo Micromagnético de Sensores Magnetoresistivos*. Tese (Dissertação) — Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 1999. Disponível em: <<https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/10101/3/2995TM01>>.
- 36 KRONMÜLLER, H. General Micromagnetic Theory. In: KRONMÜLLER, H.; PARKIN, S. (Ed.). *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*. Stuttgart: John Wiley & Sons, 2007. v. 2.
- 37 SHOMBERT, H. H. *Simulação micromagnética para o estudo dos efeitos de rugosidade em nanofios de níquel*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/17699>>.
- 38 HUBERT, A.; RUDOLF, S. *Magnetic Domains The Analysis of Magnetic Microstructures*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998. ISBN 978-3-540-64108-7. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-85054-0>>.
- 39 CARVALHO, H. B. D.; ALFENAS, U. F. D. CARACTERIZAÇÃO ESTRUTURAL E MAGNÉTICA DE SEMICONDUTORES DOPADO COM Co Alfenas - MG. n. June, 2019.
- 40 AMORIM bruno ferreira. *síntese e caracterização estrutural e magnética da ferrita de cálcio*. Tese (Tese) — universidade federal do rio grande do norte, 2011.

- 41 CALLISTER, W. D. J. *Ciência e engenharia de materiais: uma introdução*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- 42 JILES, D. *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*. First. Boston, MA: Springer US, 1991. ISBN 978-0-412-38640-4. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-3868-4>>.
- 43 JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. Third. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 978-0471309321.
- 44 REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*. terceira. [S.l.]: Editora Campus, 1988. ISBN 85-7001-103-2.
- 45 CARDELLI, E. Advances in Magnetic Hysteresis Modeling. In: BUSCHOW, K. H. J. (Ed.). *Handbook of Magnetic Materials*. [S.l.]: Elsevier, 2015. cap. 4, p. 325–398. ISBN 9780444636416.
- 46 CALLEN, E.; LIU, Y. J.; CULLEN, J. R. Initial magnetization, remanence, and coercivity of the random anisotropy amorphous ferromagnet. *Physical Review B*, v. 16, n. 1, p. 263–270, 1977. ISSN 01631829.
- 47 LEITE, J. V. *Análise de Modelos Diferenciais de Histerese Magnética Considerando Laços Menores de Indução*. Tese (Dissertação) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.
- 48 LEITE, J. V. *Contribuição à modelagem vetorial da histerese magnética*. Tese (Tese) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.
- 49 ATHERTON, D. L.; BEATTIE, J. R. A Mean Field Stoner-Wohlfarth Hysteresis Model. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 26, n. 6, p. 3059–3063, 1990. ISSN 19410069.
- 50 LIORZOU, F.; PHELPS, B.; ATHERTON, D. L. Macroscopic models of magnetization. *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 36, n. 2, p. 418–428, 2000. ISSN 00189464.
- 51 FORBES, C.; EVANS, M.; HASTINGS, N.; PEACOCK, B. *Statistical Distributions: Fourth Edition*. 4. ed. [S.l.: s.n.], 2010. ISBN 9780470390634.
- 52 HYVÄRINEN, A.; KARHUNEN, J.; OJA, E. *Independent Component Analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISSN 1347-7986.
- 53 FRANK, S. A. Input-output relations in biological systems: Measurement, information and the Hill equation. *Biology Direct*, v. 8, n. 1, p. 1–25, 2013. ISSN 17456150.
- 54 GOUTELLE, S.; MAURIN, M.; ROUGIER, F.; BARBAUT, X.; BOURGUIGNON, L.; DUCHER, M.; MAIRE, P. The Hill equation: A review of its capabilities in pharmacological modelling. *Fundamental and Clinical Pharmacology*, v. 22, n. 6, p. 633–648, 2008. ISSN 14728206.
- 55 SANTILLÁN, M. On the use of the hill functions in mathematical models of gene regulatory networks. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, v. 3, n. 2, p. 85–97, 2008. ISSN 09735348.

- 56 POP, N. C.; CALTUN, O. F. The fitting of magnetic hysteresis curves using the Jiles -Atherton model(II). *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, v. 12, n. 4, p. 885–891, 2010. ISSN 14544164.
- 57 LEWIS, L. H.; GAO, J.; JILES, D. C.; WELCH, D. O. Modeling of permanent magnets: Interpretation of parameters obtained from the Jiles–Atherton hysteresis model. *Journal of Applied Physics*, v. 79, n. 8, p. 6470, 1996. ISSN 00218979. Disponível em: <<http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/79/8/10.1063/1.361975>>.
- 58 DORF, R. C. *The Electronics Handbook*. Second. [S.l.]: Taylor&Francis, 2005. 218 p. ISBN 9780849318894.
- 59 Magnetic Materials Producers Association. Standard Specifications for Permanent Magnet Materials. *Alnico Magnets*, n. 0100, p. 7, 2000.
- 60 EL-SHERBINY, M. K. Representation of the Magnetization Characteristic by a Sum of Exponentials. *IEEE Transactions on Magnetism*, IEEE, v. 9, n. 1, p. 60–61, 1973. ISSN 19410069.
- 61 TRUTT, F. C.; ERDFILYI, E. A.; HOPKINS, R. E. Representation of the Magnetization Characteristic of DC Machines for Computer Use. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87, n. 3, p. 665–669, 1968. ISSN 00189510.
- 62 RIVAS, J.; PEREIRA, C.; MARTÍN, E. Simple Approximation for Magnetization Curves and Hysteresis Loops. *IEEE Transactions on Magnetism*, IEEE, v. 17, n. 4, p. 1498–1502, 1981. ISSN 19410069.
- 63 TAKAHASHI, S.; KOBAYASHI, S. Rayleigh relation and scaling power laws in minor hysteresis loops. *Philosophical Magazine*, v. 91, n. 17, p. 2216–2226, 2011. ISSN 14786435.
- 64 TAKAHASHI, S.; ZHANG, L. Minor Hysteresis Loop in Fe Metal and Alloys. *Journal of the Physical Society of Japan*, v. 73, n. 6, p. 1567–1575, jun 2004. ISSN 0031-9015. Disponível em: <<http://journals.jps.jp/doi/10.1143/JPSJ.73.1567>>.
- 65 FIDLER, J.; SCHREFFL, T.; CHANTRELL, R. W.; WONGSAM, M. A. Micromagnetics: Basic Principles. In: BUSCHOW, K. H. J. (Ed.). *Concise Encyclopedia of Magnetic and Superconducting Materials*. Second. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. p. 915–928.
- 66 GERHARDT, T. *Micromagnetic Simulations of Ferromagnetic Domain Walls in Nanowires*. 112 p. Tese (Dissertação) — Universität Hamburg, 2014. Disponível em: <<http://ediss.sub.uni-hamburg.de/volltexte/2015/7184/>>.
- 67 MAGNUS, W.; WINKLER, S. Hill's Equation. In: BERS, L.; COURANT, R.; STOKER, J. J. (Ed.). *INTERSCIENCE TRACTS IN PURE AND APPLIED MATHEMATICS*. New: John Wiley & Sons, 1966. cap. 20.
- 68 GABRIELSSON, J.; WEINER, D. *Pharmacokinetic and Pharmacodynamic Data Analysis*. Stockholm: Swedish Pharmaceutical Press, 2000.

- 69 REEVE, R.; TURNER, J. R. Pharmacodynamic Models: Parameterizing the Hill Equation, Michaelis-Menten, the Logistic Curve, and Relationships Among These Models. *Journal of Biopharmaceutical Statistics*, v. 23, n. 3, p. 648–661, may 2013. ISSN 1054-3406. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10543406.2012.756496>>.
- 70 ICSD. *ICSD (Inorganic Crystal Structure Database)*. Disponível em: <<https://icsd.products.fiz-karlsruhe.de/>>. Acesso em: 05-06-2019.
- 71 Disponível em: <<https://www.ill.eu/sites/fullprof/>>. Acesso em: 05-06-2019.
- 72 FONER, S. Versatile and Sensitive Vibrating-Sample Magnetometer. *Review of Scientific Instruments*, v. 30, n. 7, p. 548–557, jul 1959. ISSN 0034-6748. Disponível em: <<http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1716679>>.
- 73 SAMPAIO, L. C.; GARCIA, F.; CERNICCHIARO, G. R. C.; TAKEUCHI, A. Y. Técnicas de Magnetometria. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 22, n. 3, p. 406–410, 2000.
- 74 PESSOTTO, G. C. P. A. Propriedades magnéticas de filmes nanoestruturados de FeRh e FeRh / Fe. p. 121, 2014.