
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Vitor Santaella Zanuto

PRESSÃO DE RADIAÇÃO:
SOBRE OS EFEITOS DAS FORÇAS DE RADIAÇÃO
EM ÁGUA

Maringá

2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

VITOR SANTAELLA ZANUTO

PRESSÃO DE RADIAÇÃO:
SOBRE OS EFEITOS DAS FORÇAS DE RADIAÇÃO EM ÁGUA

Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá para a obtenção do título de Doutor em Física

Orientação:

Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath - UEM (Orientador)
Prof. Dr. Luis Carlos Malacarne - UEM (Coorientador)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath - UEM (Orientador)
Prof. Dr. Carlos Jacinto da Silva - UFAL
Profa. Dra. Andressa Novatski - UEPG
Prof. Dr. Jurandir Hillmann Rohling - UEM
Prof. Dr. Haroldo Valentin Ribeiro - UEM
Prof. Dr. Leandro Herculano da Silva - UTFPR/Santa Helena (Suplente)
Profa. Dra. Francielle Sato - UEM (Suplente)

Maringá, 2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

Z34p Zanuto, Vitor Santaella
Pressão de radiação : sobre os efeitos das forças
de radiação em água / Vitor Santaella Zanuto. --
Maringá, 2015.
vii, 103 f. : il. (algumas color.), figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli
Astrath.
Coorientador: Prof. Dr. Luis Carlos Malacarne.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Maringá, Programa de Pós-Graduação em Física, 2015.

1. Pressão de radiação. 2. Interação luz e
matéria. 3. Efeitos de superfície - Eletro/mecânico.
4. Espelho térmico. 5. Controvérsia de Abraham-
Minkowski. I. Astrath, Nelson Guilherme Castelli,
orient. II. Malacarne, Luis Carlos, coorient. III.
Universidade Estadual de Maringá. Programa de Pós-
Graduação em Física. IV. Título.

CDD 21.ed. 535.14

AMMA-003047

*Dedico aos meus pais, Fátima e
Valcinei que, mesmo enfrentando
muitas dificuldades, priorizaram
a educação de seus filhos.*

*Também dedico à minha avó,
Dona Hilda, que sempre quis um
doutor na família.*

Agradecimentos

É difícil agradecer à todas pessoas que de algum modo, seja nos bons momentos ou nos mais adversos, fizeram ou fazem parte da minha vida, por isso primeiramente agradeço à todos.

Mas em especial, agradeço ao meu orientador, Professor Nelson G. C. Astrath, que tem me guiado em toda minha caminhada científica até aqui. Obrigado pela paciência, orientação, amizade e confiança depositada em mim;

Aos meus pais e irmãos pelo incentivo e amor;

À minha namorada, Rafaela, pela dedicação, compreensão e paciência que teve, espero que possa recompensa-lá por tudo;

Aos amigos de longa data: Bardah, Plínio, Oscar, Zirto, Zé, Rafael, Tonhão e Garça;

Aos colegas de laboratório, Leandro, Gustavo, Otávio, Elton, Vinicius, Gutierrez, Gi, Rogério, Angela, Pablo, Wesley, Thiago M. e Thiago P., pela ajuda e descontração nos vários horários do café;

Ao Robson, Raquel e Marcelo, pela amizade, experiências de vida transmitidas e por me acompanhar nas aventuras que a pós-graduação nos proporcionam;

Aos professores do grupo, Antônio Medina Neto, Jurandir H. Rohling, Antônio C. Bento, Francielle Sato, Luis C. Malacarne, e Mauro L. Baesso, por nos fornecerem todos seus conhecimentos para que possamos ampliar os nossos;

Ao professor Stephen E. Bialkowski, por ter me aceitado em seu laboratório na Utah State University e me possibilitar uma das experiências mais produtivas de minha vida;

Aos funcionários do DFI-UEM e, em especial, à Mônica;

Às agências de fomento: Capes, CNPq e Fundação Araucária, pelo apoio financeiro.

Resumo

Dos efeitos induzidos pela interação radiação-matéria, uma das questões mais duradouras ainda existente é a definição do momento do fóton viajando por um material dielétrico. Diversos formalismos foram desenvolvidos; entretanto, os formalismos de Abraham e Minkowski obtiveram maior destaque por serem conflituosos, criando a controvérsia de Abraham-Minkowski. Minkowski propôs que o momento do fóton em um dielétrico seria proporcional ao seu índice de refração, n , e ao momento do fóton no vácuo, \vec{p}_0 , tal como $\vec{p}_M = n \vec{p}_0$. Por outro lado, Abraham propôs que o momento do fóton no meio seria proporcional ao momento no vácuo e inversamente proporcional ao índice de refração do meio, de tal forma que $\vec{p}_A = \vec{p}_0/n$. Até agora, não foi possível obter a resposta para essa questão por nenhum método direto. Mas a passagem de um fóton por um meio exerce uma força, causando uma pressão de radiação sobre esse meio, que também já vem sendo estudada a muito tempo. Este trabalho apresenta um estudo sobre os efeitos das forças induzidas por radiação em interfaces entre materiais dielétricos, especificamente: na interface ar/água. Proporciona mais avanços na tentativa de definir o verdadeiro momento do fóton em meios dielétricos e como se dá a força gerada nesse meio. É utilizado um arranjo experimental da técnica de Espelho Fototérmico adaptado e avalia-se a deformação superficial da água em diferentes configurações do arranjo experimental. São apresentados experimentos em que um feixe laser atravessa a interface nos sentidos ar \rightarrow água, água \rightarrow ar e ar \rightarrow água \rightarrow ar (dupla excitação). Considera-se a mudança nas dimensões radiais do feixe incidente e ainda analisamos o que foi dito ser a evidência experimental que concorda com a previsão de Abraham. Todos os resultados experimentais são comparados com modelos numéricos utilizando o Método dos Elementos Finitos para compreender as contribuições das forças de radiação atuantes na superfície e no volume de água.

Abstract

Among the effects induced by the interaction of radiation with matter, one of the longstanding issues is the definition of the momentum of a traveling photon in a dielectric material. Several formalisms have been developed, and the formulations of Abraham and Minkowski have attracted considerable attention especially due to their controversial nature, the so-called Abraham-Minkowski controversy. Minkowski proposed that the momentum of the photon in a dielectric is proportional to its refractive index, n , and to the photon momentum in the vacuum, \vec{p}_0 , that is $\vec{p}_M = n\vec{p}_0$. In contrast, Abraham proposed that the momentum of the photon in the medium is proportional to the momentum in the vacuum and inversely proportional to the refractive index of the medium, such that $\vec{p}_A = \vec{p}_0/n$. There is no direct method for answering this question yet. However, the passage of a photon through a medium exerts a force, causing a radiation pressure on this medium, that has already been studied for a long time. This work presents a study on the effects of forces induced by radiation at dielectric materials interfaces, specifically at the air/water interface. It provides further advancements in trying to define the real photon momentum in dielectric medium and how the force is generated in the medium. It was used an adapted Photothermal Mirror setup and evaluated the surface deformation of water in different configurations of the experimental arrangement. In these arrangements, the laser beam passes through the interface air \rightarrow water, water \rightarrow air and air \rightarrow water \rightarrow air (double excitation). It is considered changes in the radial dimensions of the incident beam and we look at what was said to be an experimental evidence that agrees with the prediction of Abraham. All experimental results are compared with numerical models using the Finite Element Method to understand the contributions of radiation forces acting on the surface and in the water volume.

Sumário

Resumo	iv
Abstract	v
1 Introdução	1
2 A pressão de radiação ao longo dos séculos	4
2.1 Séculos XVII, XVIII e XIX	5
2.2 Século XX	7
2.3 Século XXI	15
3 Desenvolvimento teórico	18
3.1 Eletromagnetismo em dielétricos	19
3.2 Forças eletromagnéticas na matéria	19
3.2.1 Tensores de <i>stress</i> elétrico e magnético	20
3.2.2 Forças eletromagnéticas em dielétricos	22
3.2.3 Pressão devido à radiação	24
3.3 Deformação da superfície devido à pressão	25
3.4 Simulações das deformações	27
4 Foto-deformação	31
4.1 Espectrometria de Espelho Fototérmico	32
4.1.1 Modelo teórico de Espelho Fototérmico	34
4.1.2 Arranjo experimental	41
4.2 Espelho Fotomecânico	44
5 Resultados e discussão	47
5.1 Medidas com excitação por cima	48
5.2 Medidas com excitação por baixo	52
5.3 Medidas com dupla excitação	56
5.4 Desfocando e focando	59

5.5	Análise da evidência experimental da pressão da luz de Abraham . . .	63
6	Conclusão	67
	Apêndices	69
A	Tensor de <i>stress</i>	70
B	Utilização do Método dos Elementos Finitos	75
C	Publicações	79
	Bibliografia	90

Capítulo 1

Introdução

A descrição correta do momento da luz em materiais dielétricos e os efeitos causados pelas forças de radiação, quando a luz atravessa a interface desses materiais, tem sido extensivamente debatidos por mais de um século. Esse tema possui um dos dilemas mais duradouros da área de interação radiação-matéria: a Controvérsia de Abraham-Minkowski.

As forças induzidas pela radiação estão diretamente relacionadas à pressão de radiação, efeito proposto por Kepler [1,2], no início do século XVII, ao tentar explicar o comportamento das caudas de cometas que sofrem repulsão ao se aproximarem do Sol. Em sua explicação, ele propôs a existência de forças exercidas pela radiação solar, ou seja, uma pressão devido à radiação. Desde então, esse efeito passou pelas mentes de grandes cientistas, como Newton [2,3], Maxwell [4], Poynting [5–10], Thomson [11, 12], Heaviside [13, 14], Lorentz [15], Einstein [16, 17] e muitos outros.

A controvérsia é denominada Abraham-Minkowski, pois os dois estudiosos propuseram teorias para explicar o tensor de energia-momento da luz baseados nos mesmos fundamentos, contudo, com previsões completamente divergentes. Ambos tentaram descrever o momento do fóton em meios dielétricos e os efeitos causados pelas forças da radiação quando ele incide do vácuo em um meio dielétrico.

Minkowski [18], em 1908, propôs que o momento do fóton em um meio dielétrico seria proporcional ao índice de refração do meio, n , e ao seu momento no vácuo, \vec{p}_0 , tal como $\vec{p}_M = n\vec{p}_0$. Esse momento induziria no meio uma força superficial para seu exterior como uma expansão. Por outro lado, Abraham [19], em 1909, defendeu que o momento do fóton no meio seria proporcional ao seu momento no vácuo e inversamente proporcional ao índice de refração do meio, de tal forma que $\vec{p}_A = \vec{p}_0/n$.

E ainda, a força gerada no meio seria para seu interior, como uma compressão.

Para observar o efeito da pressão de radiação, diferentes trabalhos experimentais foram realizados [20–29]. No entanto, os resultados não convergiam diretamente para nenhum dos formalismos. Desde o início deste século, diferentes métodos foram elaborados para tentar determinar qual seria a definição correta do momento do fóton [30–36]. O trabalho de Astrath et al. [35] ganhou destaque, uma vez que conseguiu conduzir experimentos de pressão de radiação de alta sensibilidade, os quais apresentam grande concordância quantitativa com simulações por meio do método de elementos finitos. Os resultados obtidos estão de acordo com o momento proposto por Minkowski. Esse foi um importante passo na caminhada de conhecer melhor as forças exercidas pela luz. Outro trabalho de destaque foi o de Zhang et al. [36] que, ao realizar experimentos mais simples que os de Astrath et al., obtiveram resultados correspondentes com o momento de Abraham.

Este trabalho apresenta um estudo sobre os efeitos das forças induzidas por radiação em interfaces entre materiais dielétricos. O foco é dado à interface ar/água, assim como no trabalho de Astrath et al., o qual é utilizado como base para esta pesquisa. O intuito desta tese é proporcionar mais um avanço na busca em definir o verdadeiro momento do fóton em meios dielétricos e como se dá a força gerada nesse meio.

Para tanto, a tese está dividida na seguinte maneira:

É feita uma revisão histórica a respeito da pressão de radiação no capítulo 2. É exposto que o efeito consta na história da ciência desde os últimos cinco séculos, bem como que a controvérsia de Abraham-Minkowski perdura por mais de cem anos. Por ser um tema estudado há muito tempo e por diversos pesquisadores, existe um enorme acervo científico sobre o tema tanto teórico quanto experimentalmente. Por isso, é apresentada uma breve revisão a respeito dos principais trabalhos e avanços que houve até os dias atuais.

No capítulo 3, são apontadas as forças que agem sobre um material dielétrico na presença de campos eletromagnéticos. São introduzidas as relações que descrevem os tensores de *stress* para campos elétricos e magnéticos estáticos, com as relações serão determinadas as soluções para as forças atuantes nesses materiais devido à presença de campos eletromagnéticos oscilantes. Das soluções, é possível discriminar as influências devido às forças de volume e de superfície, obtendo, assim, a pressão exercida na superfície do material. Por fim, a deformação superficial do material dielétrico induzida pela pressão é elucidada por meio da equação de Navier-Stokes

para fluidos incompressíveis.

No capítulo 4, há uma apresentação sobre a técnica de Espelho Fototérmico, que possui grande sensibilidade e capacidade de detectar deformações superficiais da ordem de magnitude de nanômetros. O modelo teórico é sutilmente exibido e o arranjo experimental é exposto e adaptado para a detecção da deformação gerada por pressão de radiação.

O objetivo do capítulo 5 é avaliar diferentes configurações do arranjo experimental, sempre com o uso da interface ar/água. Experimentos como os de Astrath et al. são realizados, isto é, experimentos em que a radiação incide no sentido ar \rightarrow água, considerando feixes de laser contínuo e pulsado. Como primeira avaliação experimental da influência das forças atuantes na superfície e no volume, são apresentados arranjos experimentais em que as incidências da radiação são nos sentidos água \rightarrow ar (“excitação por baixo”) e ar \rightarrow água \rightarrow ar (“dupla excitação”), com um espelho dentro da água. Também são apresentados experimentos cujas dimensões radiais do feixe variam ao longo do volume de água, considerando as situações em que o feixe foca e desfoca ao longo do volume de água. Por fim, é analisada a possível evidência experimental que concorda com a previsão de Abraham, proposta no trabalho de Zhang et al. [36]. No último capítulo são apresentadas as conclusões deste trabalho.

Alguns detalhes sobre a obtenção do tensor de *stress*, bem como a maneira que foi empregado o método dos elementos finitos são descritos nos apêndices A e B. No apêndice C, estão listados os trabalhos publicados durante o período de doutoramento e estão reproduzidas as primeiras páginas de cada um deles.

Capítulo 2

A pressão de radiação ao longo dos séculos

O surgimento da ideia do efeito de pressão de radiação está para completar quatrocentos anos na história da ciência. Ao considerar sua extensa trajetória, a qual muitos pesquisadores e pensadores participaram, existe um grande acervo de estudos e trabalhos sobre o efeito. Neste capítulo, será exposta uma introdução histórica ao efeito de pressão de radiação. Alguns trabalhos que foram desenvolvidos nos últimos cinco séculos, alguns dos experimentos que buscaram medir o efeito e algumas das teorias que tentaram descrevê-lo serão apresentados e discutidos.

2.1 Séculos XVII, XVIII e XIX

O primeiro relato documentado sobre a pressão de radiação foi dado por Kepler no ano de 1619. Em seu trabalho *De Cometis Libelli Tres* [1,2], o astrônomo explica o fato das caudas de cometas serem repelidas pelo sol, como ilustrado na Figura 2.1. Segundo o pesquisador, um cometa é composto completamente de substância nebulosa e suas partes são gradualmente quebradas e dispersas pela incessante ação dos raios solares. Nas palavras do autor “*a cauda representa a morte da cabeça*” [37].

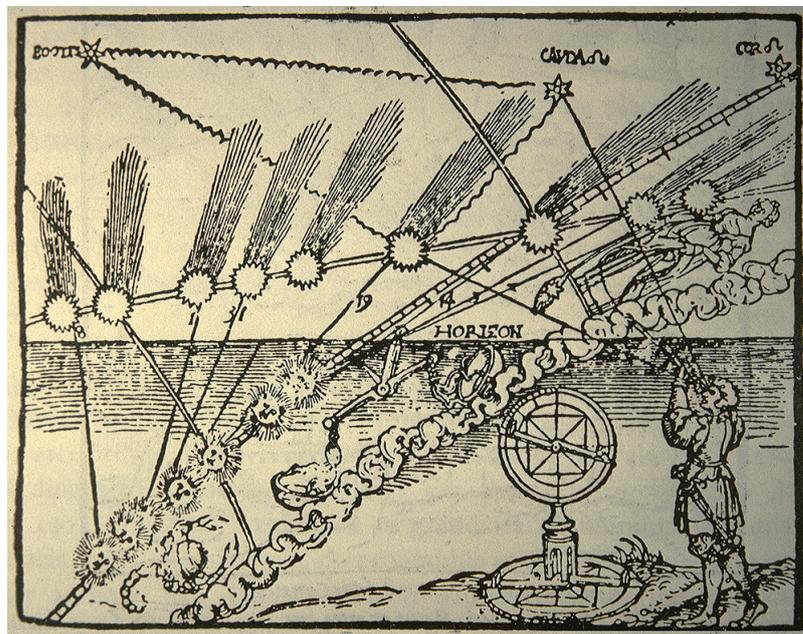


Figura 2.1: Imagem ilustrativa da cauda de um cometa ao tomar a direção contrária ao sol. Publicada no tratado sobre cometas de Peter Apian em 1532 e reproduzida em “The Optical Theory of Comets” de Barker [2].

A pressão devido à radiação no âmbito astronômico foi uma questão amplamente discutida ao longo do século XVII. O tema voltou a ser difundido em 1873 [4], quando Maxwell apresentou seu trabalho *A Treatise on Electricity and Magnetism*, em que descreve a luz como uma onda eletromagnética. Em seu trabalho, Maxwell prevê a existência de pressão de radiação devido à densidade volumétrica de energia da onda propagante:

“Hence in a medium in which waves are propagated there is a pressure in the direction normal to the waves, and numerically equal to the energy in unit of volume.”

Enquanto Maxwell contribuía com o eletromagnetismo, o italiano Adolfo Bartoli previa o efeito da pressão devido à radiação por meio da segunda lei da termodinâmica [38]. Embora ambas previsões concordem entre si [39], os estudos de Bartoli foram deixados em segundo plano, mesmo após ter sido seguido por Boltzmann. O eletromagnetismo, por sua vez, foi instrumento para que a pressão de radiação venha sendo estudada até os dias atuais.

O efeito foi considerado dentro de um laboratório pela primeira vez em 1873, quando feixes de luz solar, ao passar pela janela, incidiram sobre uma balança a vácuo e arruinaram as medidas de William Crookes [40]. Crookes percebeu que esse fenômeno alterava os valores das massas medidas e indicou que essa mudança da massa era em razão da pressão exercida pela luz. O cientista desenvolveu um radiômetro, como o da Figura 2.2, para possibilitar o estudo sobre o efeito da pressão por radiação.

O radiômetro consistia de um bulbo de vidro com baixa pressão interna, quatro palhetas polidas de um lado e pintadas de preto do outro. As palhetas eram presas e sustentadas por hastes de latão.

A incidência de luz fez que as palhetas rotacionem, dessa forma, o acontecimento foi considerado a atuação da pressão de radiação. Porém, já em 1876, Osborne Reynolds [42] e Arthur Schuster [43] compreenderam que o efeito visto por Crookes era uma consequência mais complicada de aquecimento e não o próprio efeito de pressão de radiação.

Incidir luz do lado pintado faz que as palhetas girem mais rapidamente do que incidir do lado polido, pois, do lado pintado, a absorção de luz é maior e, consequentemente, a haste é aquecida, assim como o ar em contato. Com a diferença de temperatura no gás, observa-se a convecção entre a região mais quente e a mais fria, o que empurrava as palhetas. Assim, o efeito no radiômetro foi explicado como um efeito relacionado à diferença de temperatura e não apenas à pressão de radiação.



Figura 2.2: Radiômetro de Crookes [41].

2.2 Século XX

Em 1901, o russo Lebedew e os estadunidenses Nichols e Hull publicaram artigos com descrições sobre as primeiras observações reais da pressão de radiação dentro de laboratório.

Lebedew [20] considerou que, para observar o efeito de pressão de radiação, haviam duas dificuldades essenciais: correntes de convecção e forças radiométricas. A maneira que o pesquisador encontrou para diminuir essas perturbações foi manter o sistema com o ambiente o mais rarefeito possível. Ainda assim, os efeitos deveriam ser considerados. Ele utilizou um bulbo de vidro maior que o de Crookes, como mostrado na Figura 2.3.a. As radiações que poderiam ser absorvidas pelo próprio bulbo foram eliminadas.

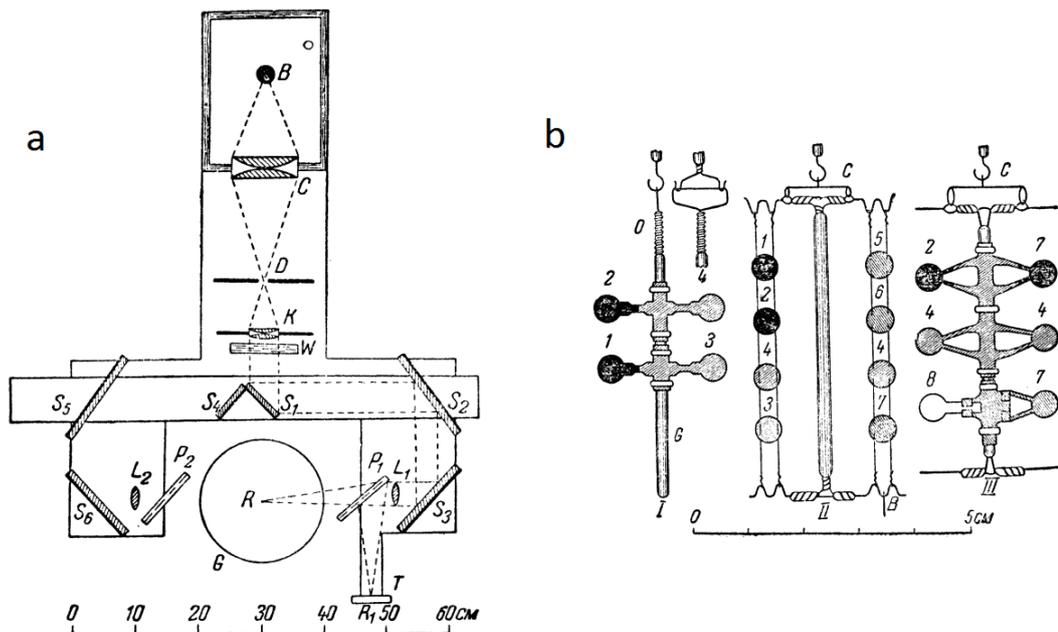


Figura 2.3: Ilustração do experimento utilizado por Lebedew [20]. a) desenho esquemático do arranjo experimental e b) opções de hélices utilizadas dentro do bulbo de vidro.

O experimento de Lebedew consistiu de uma lâmpada, B , com parte de sua emissão passando por um conjunto de lentes, C , um diafragma, D , e outro conjunto de lentes, K , com um feixe colimado de diâmetro próximo a 5 cm . Para eliminar a radiação que poderia ser absorvida pelo vidro do bulbo, foi introduzido um recipiente com aproximadamente 1 cm de água. Os espelhos $S_{1,2,3}$ foram utilizados para alinhar o feixe dentro do bulbo, G , da direita para a esquerda, enquanto que os espelhos $S_{4,5,6}$

foram utilizados para alinhar o feixe da esquerda para a direita. Os espelhos S_1 e S_4 ao formarem uma peça única que translada, permitia escolher qual caminho o feixe poderia percorrer. Antes do feixe incidir no bulbo, foram adicionadas as lentes, L_1 e L_2 , para focar o feixe dentro do bulbo e uma lâmina de vidro, P_1 , para desviar parte da potência do feixe para uma termopilha. A lâmina P_2 foi posta ao lado esquerdo para compensar a potência desviada do lado direito.

Figura 2.3.b elucida as opções de hélices usadas no experimento. Embora feitas de finas palhetas de metal, cada uma possui sua especificação de espessura, material e massa. As hélices são colocadas dentro do bulbo antes de diminuir a pressão interna e são presas a um capilar de vidro, como na Figura 2.4. Para observar a rotação das hélices, anexa-se um espelho plano ao capilar de vidro, utiliza-se um anteparo graduado e lentes telescópicas, as quais são alinhadas de tal forma que permita enxergar a graduação do anteparo com o espelho anexo ao capilar.

Ao dispor de suas considerações, Lebedew garante que os possíveis erros de seus experimentos estariam em torno de 20%. Tentou determinar a influência das forças radiométricas ao comparar os resultados obtidos com palhetas finas e com grossas, entretanto, não a detectou claramente, o que levou a crer que, em seu sistema, essas forças seriam comparáveis aos erros. Portanto, concluiu que as forças as quais seriam devido à radiação não estariam conectadas à convecção ou às forças radiométricas. A pressão da luz é diretamente proporcional à energia do feixe incidente e não depende de seu comprimento de onda.

Nichols e Hull [21] propuseram um experimento muito semelhante ao de Lebedew. A Figura 2.5 mostra uma fotografia do experimento montado por eles, e a Figura 2.6 apresenta um desenho esquemático do arranjo. Os dois pesquisadores utilizaram o mesmo método de detecção que Lebedew, isto é, um espelho plano anexo ao capilar em que estão as palhetas, porém com apenas um tipo de hélice, cujas palhetas eram maiores.

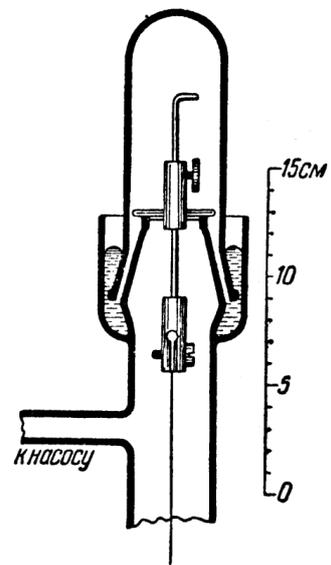


Figura 2.4: Ilustração do suporte utilizado para prender as hélices [20].

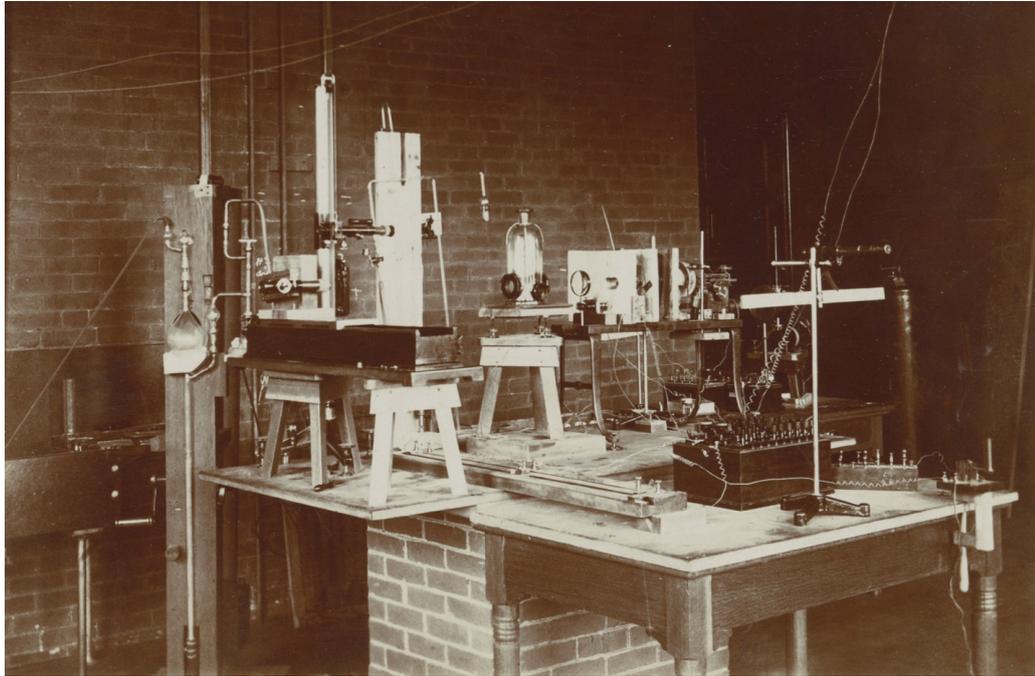


Figura 2.5: Fotografia do arranjo experimental utilizado por Nichols e Hull [44].

Nichols e Hull propuseram quatro alternativas para diminuir a influência da convecção de ar dentro do bulbo: *i*) a superfície da palheta que receberia a radiação deveria estar o mais refletora possível, para evitar a absorção e, assim, o aquecimento; *ii*) fazer medidas variando a pressão interna, pois, em uma determinada pressão, o efeito deveria ser minimizado; *iii*) as duas palhetas anexas à hélice deveriam ser as mais semelhantes possíveis e estarem posicionadas simetricamente em relação ao capilar; *iv*) a pressão de radiação seria um efeito instantâneo, já a convecção do gás ou o aquecimento são dependentes do tempo de exposição, chegando à uma condição estacionária.

Para determinar a pressão interna que deveria minimizar o efeito de convecção, eles utilizaram duas palhetas diferentes, porém, de mesmo diâmetro e mesma massa. Uma composta apenas por prata, e a outra por um vidro com prata depositada na superfície. Consideraram que a palheta composta por vidro e prata deveria apresentar menor efeito de convecção de ar, uma vez que o calor gerado pela prata tenderia a ser depositado no vidro, minimizando, assim, o aquecimento do gás. Ao executarem os experimentos em diferentes pressões e ao compararem ambas palhetas, perceberam que, para pressões entre 66 e 19,8 $mmHg$, a convecção do gás repele, enquanto que,

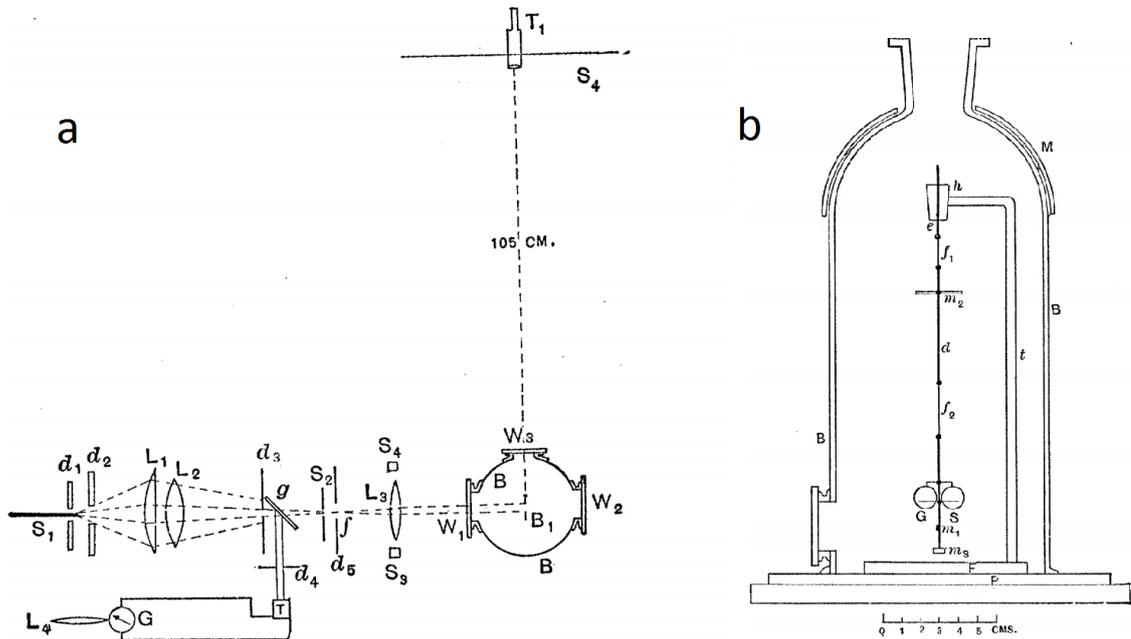


Figura 2.6: Ilustração do experimento utilizado por Nichols e Hull [21]. a) desenho esquemático do arranjo experimental e b) bulbo de vidro com a hélice.

entre 11,2 e 0,05 $mmHg$, a convecção puxa a palheta. Sendo assim, eles concluíram que, ao empregar uma pressão entre 19,8 e 11,2 $mmHg$, o efeito de convecção seria o menos influente possível. O sistema em pressão de aproximadamente 16 $mmHg$ foi adotado por eles nas medidas. Consideraram o tempo de exposição da radiação sobre a palhetas e o denominaram caso estático, por demonstrar um longo intervalo de tempo de exposição, em que a hélice chegava ao seu estado estacionário; já no caso balístico, o tempo de exposição era considerado curto suficiente para não gerar aquecimento do gás. Isso posto, definiram que, para o experimento deles, o intervalo de tempo balístico seria de 6 segundos, o que significaria um quarto do período necessário para a hélice chegar ao estado estacionário.

Tanto Lebedew quanto Nichols e Hull concluíram terem visto os efeitos de pressão de radiação e que esses efeitos não são dependentes do comprimento de onda, e sim da potência de luz incidente. Enquanto Lebedew garante erros menores que 20% nas medidas da rotação de suas hélices, Nichols e Hull oferecem valores para a pressão gerada. Comparados com valores previstos por Maxwell, eles obtiveram um desvio de 0,6%, o que reafirma quantitativamente a teoria de Maxwell.

Teoricamente, Poynting [5] havia determinado que o produto vetorial do campo elétrico com o magnético definia o fluxo de energia eletromagnética propagando no

vácuo e a densidade de momento. No entanto, ao considerar esses campos se propagando dentro de um material, deve-se decidir o que seria adequado: usar o campo elétrico (\vec{E}) ou o deslocamento elétrico (\vec{D}); o campo magnético (\vec{H}) ou a indução magnética (\vec{B}). Em 1908 e 1909, surgiram as propostas de Minkowski e de Abraham para definir a densidade de momento eletromagnético em dielétricos. Einstein e Laub também sugeriram formalismos para a densidade de momento em dielétricos porém, não tiveram aceitação na época, o próprio Einstein reconheceu, em uma carta para Walter Dällenbach em 1918, que seu formalismo não estaria correto [45]:

“It has long been known that the values I had derived with Laub at the time are wrong; Abraham, in particular, was the one who presented this in a thorough paper. The correct strain tensor has incidentally already been pointed out by Minkowski.”

Minkowski [18] propôs a densidade de momento como

$$\vec{g}_M = \vec{D} \times \vec{B}, \quad (2.1)$$

já a de Abraham [19] é dada por

$$\vec{g}_A = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{c^2}. \quad (2.2)$$

Ao considerar materiais homogêneos e isotrópicos, o momento de um fóton para cada caso acima é

$$p_M = \int \vec{g}_M dV = n \frac{\hbar\omega}{c} \quad (2.3)$$

e

$$p_A = \int \vec{g}_A dV = \frac{1}{n} \frac{\hbar\omega}{c}. \quad (2.4)$$

A discordância está no caráter da questão dualidade onda-partícula da luz. O formalismo de Minkowski é conforme com o momento ondulatorio de de Broglie, ao passo que o de Abraham é relacionado à massa equivalente de Einstein ($m = \hbar\omega/c^2$).

O fato do momento do fóton de Minkowski ser diretamente proporcional ao índice de refração implica que, ao incidir luz em um material, o fóton (ou a onda eletromagnética) tem seu momento aumentado. Por outro lado, no formalismo de Abraham, o momento diminui. Essas diferenças na densidade de momento e nos tensores de energia-momento eletromagnético fazem com que as forças induzidas no

material sejam contrárias também.

Ao levar em conta o tensor de energia-momento proposto por Minkowski, sucede que a força induzida no material teria um caráter de expansão: todas as forças internas geram uma força resultante na superfície por onde os campos incidem, assim, ela é direcionada para seu exterior e acarreta na expansão da superfície do material. Ao considerar o tensor de energia-momento de Abraham, que a força induzida no material atua no volume com caráter de compressão, sua força resultante é aplicada na superfície direcionada para seu interior, contraindo a superfície.

Muitos debates surgiram para definir qual proposta estaria correta, com a constituição teórica do efeito sempre em foco. Muitos trabalhos teóricos evidenciaram a necessidade da observação experimental para melhor guiar o avanço na caracterização do efeito. Dessa maneira, vários experimentos foram realizados com o objetivo de definir qual dos formalismos seria o correto.

Jones [23], em 1951, foi o primeiro a conseguir observar a pressão de radiação em meios refrativos. Com o arranjo experimental conforme a Figura 2.7, o pesquisador incidiu um feixe de luz assimétrico sobre um espelho, *V*, imerso em diferentes líquidos dielétricos, enquanto monitorava por outro espelho, *M*. Ambos espelhos eram anexados a um fio de cobre, *H*, o qual seria o eixo de rotação devido ao torque que a radiação causaria. Ao medir o ângulo que o espelho *M* girava, era determinado o torque e, assim, a taxa de momento transferido ao espelho *V*. Ao fazer medidas em líquidos de diferentes índices de refração, a conclusão foi que a transferência de momento era relacionada ao índice de refração e esta dependência era com a velocidade de fase do índice de refração e não com a velocidade de grupo. Contudo, os resultados de Jones não foram suficientes para distinguir qual dos formalismos

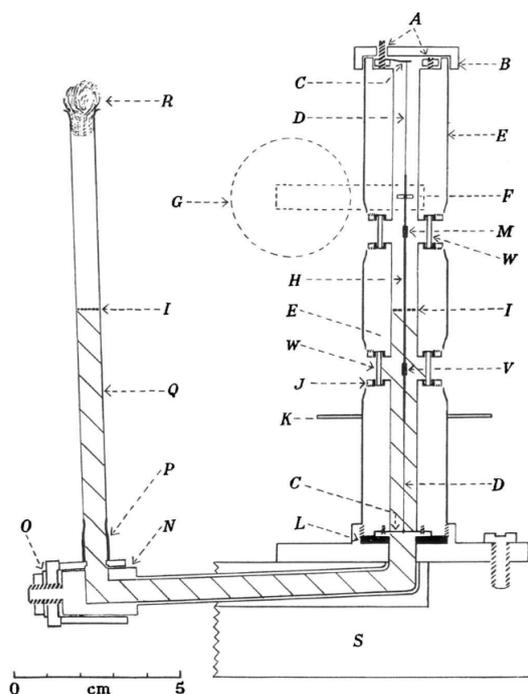


Figura 2.7: Ilustração do arranjo experimental utilizado por Jones [23].

os resultados de Jones não foram suficientes para distinguir qual dos formalismos

- Abraham ou Minkowski - era mais pertinente. Posteriormente [24], Jones repetiu seus experimentos, no entanto, substituiu a lâmpada de tungstênio, empregada em seu trabalho precedente, por um laser. Desse modo, conseguiu maior definição quanto ao índice de refração de cada líquido e, desta vez, concluiu que o momento total poderia estar relacionado à velocidade de fase, $n_\phi p$, em acordo com Minkowski, ou relacionando à velocidade de grupo, p/n_g , em acordo com Abraham.

Em 1968, James detectou a força de Abraham [46], a descoberta foi feita da seguinte maneira: com dois toróides de ferrite alinhados entre si e conectados a um transdutor piezoelétrico, quando sujeitos a campos elétricos e magnéticos variando no tempo, há indução de torque segundo os tensores de energia-momento de Minkowski e Abraham, contudo, diferem em magnitude. Ao medir o torque dos toróides, o pesquisador notou que a magnitude concordava com o previsto por Abraham.

Além de James, Walker et al. [28, 29], em 1975, aplicaram um campo elétrico variável no tempo em um disco de titanato de bário suspenso por uma fibra de torção e sob um campo magnético constante, como ilustrado na Figura 2.8. Com um espelho anexado à lateral do disco, observaram que o disco possuía uma rotação oscilante e que o período de oscilação era constante, em acordo com o formalismo de Abraham. O mesmo foi confirmado por meio do campo magnético variável no tempo.

Até aqui, foram discutidos apenas experimentos que apresentam torções cujo meio de detecção é um sistema que mede o deslocamento angular dessa torção. Em sua maioria, os trabalhos utilizavam de radiação incidindo em sólidos, como as paletas ou espelhos. Mesmo o trabalho de Jones, que estudou a influência em líquidos, utilizou um espelho para provar o efeito da pressão de radiação.

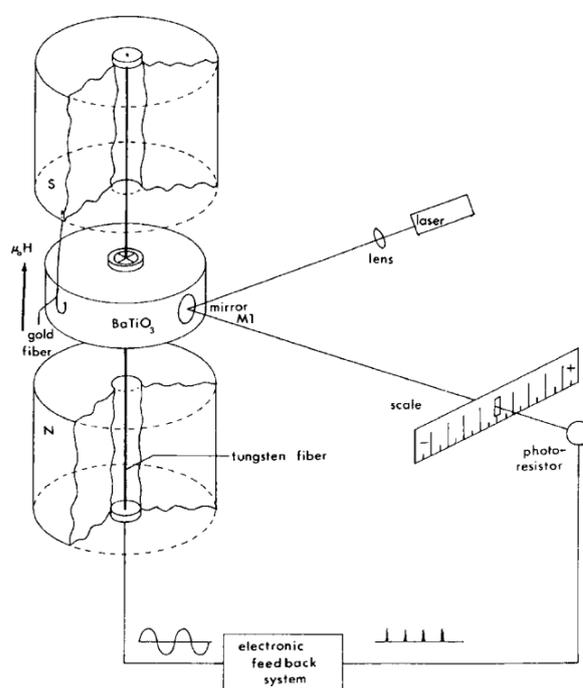


Figura 2.8: Ilustração do arranjo experimental utilizado por Walker et al. [29].

Os experimentos mais relevantes aplicados em líquidos dielétricos foram apresentados por Ashkin [25], o qual reportou a primeira observação de suspensão de partículas em líquidos com laser contínuo, o acontecimento foi considerado um dos maiores avanços da natureza da pressão de radiação.

Ao utilizar um laser de Argônio, com comprimento de onda $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ e focado com raio $r = 6,2 \mu\text{m}$, Ashkin suspendeu esferas de látex imersas em água com $0,59 \mu\text{m}$, $1,31 \mu\text{m}$, e $2,68 \mu\text{m}$ de diâmetro. Isso posto, ele percebeu que: ao incidir o laser, as partículas eram puxadas para o centro do feixe e aceleradas na direção do feixe, movendo-se com velocidade de alguns micrometros por segundo, até colidirem com a superfície do suporte utilizado; ao bloquear a incidência do laser, a partícula voltava a ter movimento Browniano. Com o uso de dois lasers iguais, incidindo em sentidos opostos, a partícula se manteve em um ponto de equilíbrio, aprisionada. E assim, pela primeira vez, foi realizado o experimento que hoje é conhecido como Pinça Ótica.

Ashkin e Dziedzic [26] realizaram outro experimento para observar os efeitos de pressão de radiação, mas desta vez com um laser pulsado apenas em água. Como ilustrado na Figura 2.9.a, realizaram experimentos passando verticalmente um feixe de laser através de um reservatório contendo água e ar. Por o laser estar focado na interface dos fluidos, a pressão de radiação deve gerar uma deformação, a qual seria vista como um efeito de lente na superfície da água.

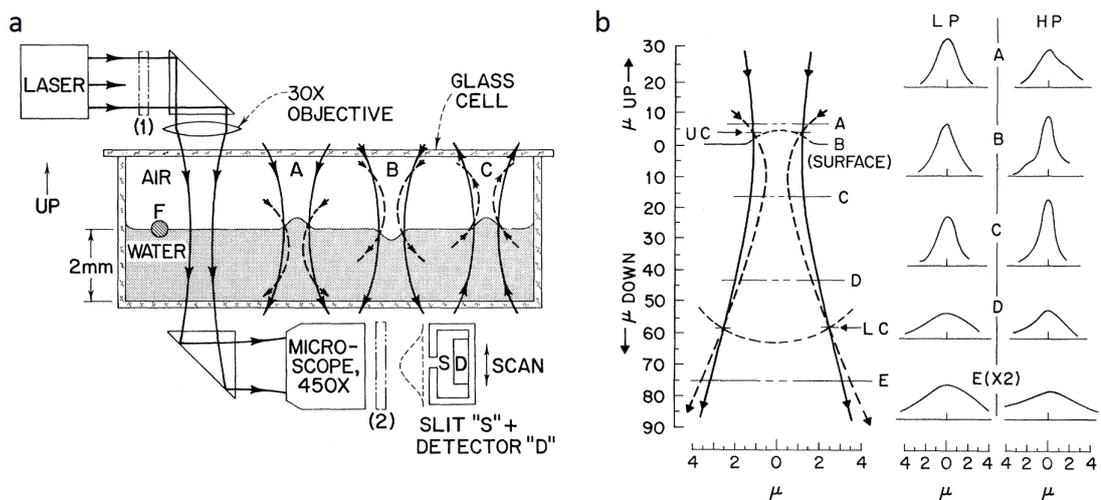


Figura 2.9: Ilustração do experimento elaborado por Ashkin e Dziedzic [26]. a) desenho esquemático do arranjo experimental e as possíveis deformações da superfície da água (A, B, C) e b) resultado obtido: o perfil de intensidade quando o laser operava em baixa (LP) e em alta potência (HP).

O experimento consistiu em medir as dimensões do feixe ao passar pela água. Inicialmente, as medidas foram realizadas por meio do laser operando com baixa potência (LP), com o fim de não causar a deformação, na sequência, as medidas foram realizadas com alta potência (HP) para gerar o efeito. As previsões dos autores estão na Figura 2.9.a.

Considerando a incidência do feixe de cima para baixo, no caso **A**: se a força for para fora, a superfície deve dilatar, atuando, assim, como uma lente convergente no próprio feixe; no caso **B**, se a força atuar para dentro da água, a superfície deve contrair, agindo como uma lente divergente. Os resultados obtidos foram de acordo com o caso **A**, é possível observar uma convergência do feixe, como mostrado na Figura 2.9.b. Ashkin e Dziedzic ainda buscaram constatar se a direção de incidência do feixe faria diferença com o feixe incidindo de baixo para cima, caso **C**. O mesmo resultado foi observado, isto é, a superfície da água se dilata.

2.3 Século XXI

No fim da década de 1960, alguns trabalhos apresentaram a importância dos tensores de energia-momento de materiais [47–53]. de Groot e Suttorp [50–52], Penfield e Haus [54] e também Gordon [55], pensando nesses tensores, reviram o problema com os tensores de Minkowski e Abraham. Eles determinaram que ao considerar os campos eletromagnéticos dentro de um meio, deve-se definir um tensor total, o qual seria a soma do tensor de energia-momento eletromagnético, \vec{T}_{EM} , com o tensor do material, \vec{T}_{ME} ,

$$\vec{T} = \vec{T}_{EM} + \vec{T}_{ME}, \quad (2.5)$$

assim como a densidade de momento,

$$\vec{g} = \vec{g}_{EM} + \vec{g}_{ME}. \quad (2.6)$$

Posteriormente, a controvérsia foi considerada resolvida [39, 56–58], pois ao considerar os tensores de energia-momento do meio para os formalismos de Abraham e de Minkowski, julgaram que o problema poderia ser escrito com a existência de um momento canônico e um momento cinético, sendo Minkowski relacionado ao

momento canônico, e Abraham relacionado ao momento cinético, de tal forma que

$$\vec{p}_{\text{canônico}}^{\text{meio}} + \int \vec{g}_M dV = \vec{p}_{\text{cinético}}^{\text{meio}} + \int \vec{g}_A dV, \quad (2.7)$$

o que torna a controvérsia em apenas uma questão de escolha do tensor de energia-momento do meio. No entanto, vários pesquisadores ainda buscam definir o formalismo correto ou o momento correto.

Muitos trabalhos teóricos e experimentais continuam sendo realizados, uma vez que mesmo que a controvérsia tenha sido resolvida, não há consenso a respeito de como seria o momento do fóton viajando dentro de um meio, e ainda, sobre as forças que agem dentro do material devido à presença de campos eletromagnéticos oscilantes e as influências dessas forças.

Dos trabalhos mais recentes, o de Astrath et al. [35] e o de Zhang et al. [36] estão relacionados diretamente ao tema desta tese e serão discutidos nos próximos capítulos.

Astrath et al., com base no experimento de Ashkin e Dziedzic [26] e com o uso da técnica de Espelho Fototérmico adaptada, obtiveram a deformação superficial da água gerada por radiação de feixe laser com precisão, tanto pulsado quanto contínuo. Dois feixes laser foram utilizados, um para induzir a pressão e outro para prová-la. Nos experimentos de Ashkin e Dziedzic, a pressão induzia uma deformação da superfície, atuando, assim, como uma lente para o feixe transmitido. Dessa forma, Astrath et al. monitoraram essa deformação por meio de um feixe de prova e acompanharam sua reflexão na superfície do fluido. Caso a superfície contraísse, ela agiria como um espelho côncavo, fazendo que o raio do feixe refletido diminuísse, no entanto, se a superfície expandisse, ela agiria como um espelho convexo, fazendo que o raio do feixe refletido aumentasse. Na sequência Astrath et al. compararam quantitativamente seus resultados experimentais com as soluções numéricas da densidade de força eletromagnética de Helmholtz, por meio do Método de Elementos Finitos e verificaram notável concordância. Outro resultado verificado foi que a deformação é de caráter expansivo, tal evidência concorda com os experimentos de Ashkin e Dziedzic e com o momento de Minkowski.

Zhang et al. se basearam no experimento de Ashkin e Dziedzic [26] e também no de Astrath et al., no entanto, de uma maneira mais simples. Fizeram uso de um feixe laser contínuo para induzir a pressão de radiação e a reflexão do mesmo para provar o efeito. Os experimentos foram realizados em água e em óleo mineral.

Como nos experimentos de Astrath et al., a superfície agiria como espelho côncavo ou convexo, diminuindo ou aumentando o raio do feixe refletido, respectivamente. Zhang et al. realizaram seus experimentos de duas maneiras: uma com o feixe focado na superfície, o que gerou resultados equivalentes aos de Ashkin e Dziedzic e aos de Astrath et al., e outra com o feixe não focado na superfície, o que trouxe uma diminuição do raio do feixe refletido, ou seja, uma contração na superfície da amostra, concordando, portanto, com a predição de Abraham, como ilustrado na Figura 2.10.

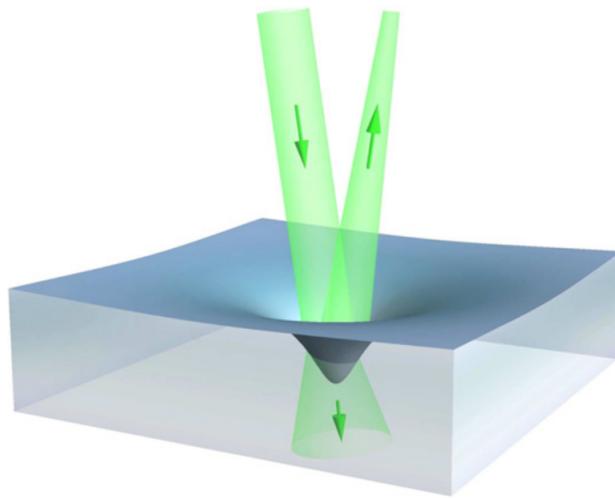


Figura 2.10: Ilustração da deformação superficial observada por Zhang et al. [36].

A possível explicação e uma discussão a respeito dos resultados obtidos estarão presentes no capítulo 5.

Desenvolvimento teórico

Neste capítulo, apresentamos teoricamente as forças que agem sobre um material dielétrico na presença de campo eletromagnético. Para manter o formalismo teórico o mais simples possível, faremos uma breve introdução às equações do eletromagnetismo em materiais dielétricos. Então, serão introduzidas as relações que descrevem os tensores de *stress* para os campos elétrico e magnético estáticos, e com eles serão determinadas as forças atuantes nesses materiais devido à presença de campos eletromagnéticos oscilantes. Dessas forças, discriminamos as influências devido às forças de volume e de superfície, na sequência, a pressão exercida na superfície do material. Por fim, será proposta a deformação superficial do material dielétrico induzida pela pressão via equação de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis. A maior parte deste capítulo baseia-se nos livros de Landau e Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media* [59] e *Fluid Mechanics* [60], e no recente trabalho publicado por Astrath et al. [35].

3.1 Eletromagnetismo em dielétricos

A respeito das propriedades elétricas, os materiais são divididos, de uma maneira geral, como condutores e dielétricos. Dielétricos ou isolantes são aqueles que não permitem fluxo de corrente elétrica devido a um campo elétrico externo ou, ao menos, até que esse campo elétrico supere a rigidez dielétrica do material. Para esses materiais, as equações de Maxwell são escritas como¹:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0; \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0; \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

com $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ sendo o deslocamento elétrico², \vec{E} o campo elétrico e ϵ a permissividade do material. $\vec{H} = \vec{B}/\mu$ sendo o campo magnético, \vec{B} a indução magnética, μ permeabilidade do material e c a velocidade da luz.

3.2 Forças eletromagnéticas na matéria

A presença de campo elétrico ou magnético gera perturbações em materiais, sejam eles condutores ou dielétricos. Quando materiais condutores estão na presença de um campo elétrico, forças devido à esse campo atuam apenas na superfície do condutor. Essas forças podem ser representadas pelo fluxo de momento através da superfície, já o fluxo de momento pode ser escrito em função do tensor de *stress* de Maxwell³

$$-\sigma_{ik} = \frac{1}{2} \vec{E}^2 \delta_{ik} - \vec{E}_i \vec{E}_k. \quad (3.5)$$

Ao considerar que \vec{a} é o vetor de um elemento de área da superfície apontando para seu exterior, tem-se que a força \vec{F}_s por unidade de área é dada por

$$\vec{F}_s = \sigma_{ik} \vec{a} = \frac{1}{2} E^2 \vec{a}, \quad (3.6)$$

¹Considerando que o material não possua nenhuma carga livre.

²Será utilizado o sistema de unidades gaussianas (CGS) em quase todo o desenvolvimento do capítulo, no entanto, no final as expressões serão convertidas para o sistema internacional (MKS).

³Considerando que o condutor esteja no vácuo.

a qual representa uma força puxando a superfície do condutor para seu exterior, e age como uma “pressão negativa”.

Para materiais dielétricos, a força gerada não é simples tal como para condutores, pois, em dielétricos é possível a existência de campo elétrico em seu volume, o qual gera forças de volume que variam ao longo do material e são anisotrópicas, mesmo que o material seja isotrópico. Essas forças de volume são chamadas de eletrostrição e magnetostricção. Elas provocam a deformação em uma direção diferente daquela em que a força atua.

Para obter-se a força $\vec{f} dV$ gerada em um elemento de volume dV , define-se um vetor densidade de força \vec{f} . Esse vetor densidade de força deve levar em conta as influências de campos elétricos, magnéticos e a eletrostrição. Por consequência da lei de conservação de momento, forças que atuam em elementos finitos de um material podem ser reduzidas a forças induzidas na superfície. Forças atuantes no volume mudam seu momento por unidade de tempo, o qual deve ser igual ao momento dos campos passando pela superfície do material. Dessa forma, tem-se que a força total é descrita pelo tensor de *stress*

$$\int f_i dV = \oint \sigma_{ik} ds_k, \quad (3.7)$$

em que ds_k é o elemento de área do elemento de volume dV .

Desde que a integração seja feita em um volume arbitrário, a integral de superfície pode ser escrita em uma integral de volume, de tal forma que

$$\int f_i dV = \int \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} dV, \quad (3.8)$$

e obtém-se,

$$f_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}. \quad (3.9)$$

Para determinar a força deve-se definir o tensor de *stress*.

3.2.1 Tensores de *stress* elétrico e magnético

Ao levar em conta uma pequena região plana da superfície de um dielétrico e um campo elétrico uniforme, pode-se considerar que o material é formado por uma camada paralela de espessura h e que o campo atuante é igual ao gerado por capacitores de placas paralelas.

Ao fazer com que uma das placas do capacitor se desloque uma distância infinitesimal $\vec{\xi}$, pode-se supor que o potencial do capacitor se conserva. Isso posto, o movimento da placa induz uma deformação homogênea da camada dielétrica, de tal forma que seja isotérmica, o que exerce uma força por unidade de área $-\sigma_{ik}a_k$ pela camada e realiza um trabalho $-\sigma_{ik}a_k\xi_i$. Nessas condições, o trabalho realizado diminui a energia livre do dielétrico, $\int F' dV$, e pode ser escrito como [59]

$$\sigma_{ik}\xi_i a_k = \delta(hF') = h \delta F' + F' \delta h. \quad (3.10)$$

É possível escrever a energia livre volumétrica do dielétrico como [59]

$$F' = F_0(\rho, T) - \frac{\epsilon E^2}{8\pi}, \quad (3.11)$$

em que F_0 é a energia livre volumétrica do sistema na ausência de campo elétrico. A variação $\delta F'$ depende apenas da variação da densidade do dielétrico (devido à deformação) e da variação do campo elétrico, ou seja,

$$\delta F' = \left(\frac{\partial F'}{\partial \vec{E}} \right)_{T,\rho} \cdot \delta \vec{E} + \left(\frac{\partial F'}{\partial \rho} \right)_{\vec{E},T} \delta \rho, \quad (3.12)$$

em que

$$\left(\frac{\partial F'}{\partial \vec{E}} \right)_{T,\rho} \cdot \delta \vec{E} = -\frac{\epsilon \vec{E} \cdot \delta \vec{E}}{4\pi} = -\frac{\vec{D} \cdot \delta \vec{E}}{4\pi}. \quad (3.13)$$

Pelo fato da deformação ser homogênea e infinitesimal, a variação do campo elétrico pode ser escrita por

$$\delta \vec{E} = -\frac{(\vec{E} \cdot \vec{\xi})}{h} \vec{a} \quad (3.14)$$

e a variação da densidade está relacionada apenas à mudança da espessura, de tal forma que $\delta \rho = -\rho \delta h/h$, a qual também pode ser escrita como $\delta h = \vec{\xi} \cdot \vec{a}$. Com essas considerações, tem-se

$$\begin{aligned} \sigma_{ik}\xi_i a_k &= \frac{1}{4\pi} (\vec{a} \cdot \vec{D}) (\vec{\xi} \cdot \vec{E}) - \vec{\xi} \cdot \vec{a} \rho \frac{\partial F'}{\partial \rho} + \vec{\xi} \cdot \vec{a} F' \\ &= \left(\frac{E_i D_k}{4\pi} - \rho \frac{\partial F'}{\partial \rho} \delta_{ik} + F' \delta_{ik} \right) \xi_i a_k. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ao empregar novamente a equação (3.11), a derivada em função da densidade

é dada por

$$\left[\frac{\partial}{\partial(1/\rho)} \left(\frac{F_0}{\rho} \right) \right]_T = F_0 - \rho \left(\frac{\partial F_0}{\partial \rho} \right)_T = -P_0, \quad (3.16)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\epsilon E^2}{8\pi} \right) \right]_T = \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T, \quad (3.17)$$

sendo P_0 a pressão no sistema sem campo algum.

Por fim, obtém-se o tensor de *stress* elétrico,

$$\sigma_{ik}^E = -P_0(\rho, T)\delta_{ik} - \frac{E^2}{8\pi} \left[\epsilon - \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\epsilon E_i E_k}{4\pi}, \quad (3.18)$$

em que o segundo termo da direita é a influência da eletrostrição.

A obtenção do tensor de *stress* magnético é totalmente análoga à obtenção do tensor de *stress* elétrico. Tanto as expressões termodinâmicas, quanto as eletromagnéticas são diferenciadas apenas pela substituição de \vec{E} e \vec{D} por \vec{H} e \vec{B} , respectivamente, e da permissividade ϵ pela permeabilidade μ . De tal forma que o tensor de *stress* magnético é escrito

$$\sigma_{ik}^M = -P_0(\rho, T)\delta_{ik} - \frac{H^2}{8\pi} \left[\mu - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\mu H_i H_k}{4\pi}, \quad (3.19)$$

sendo o segundo termo a influência da magnetostricção.

3.2.2 Forças eletromagnéticas em dielétricos

Embora as expressões para os tensores de *stress* elétrico e magnético tenham sido obtidas para campos estáticos, pode-se considerar que as expressões sejam válidas para campos variantes, desde que a variação seja lenta (denominada aproximação quasi-estática). Deve-se lembrar que os tensores de *stress* são densidades de fluxo de momento, os quais incluem tanto o momento do material, quanto o do campo eletromagnético. Para obter a força no dielétrico, deve-se subtrair a taxa de variação do momento eletromagnético na expressão (3.9),

$$f_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \frac{\partial G_i}{\partial t}, \quad (3.20)$$

com $\vec{G} = \vec{E} \times \vec{H}/(4\pi c)$ sendo a densidade de momento eletromagnético. O tensor de *stress* total para o caso de um fluido dielétrico, sem cargas livres e livre de corrente, é definido pela soma dos tensores de *stress* elétrico e magnético

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} = -P_0\delta_{ik} & - \frac{E^2}{8\pi} \left[\epsilon - \rho \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\epsilon}{4\pi} E_i E_k \\ & - \frac{H^2}{8\pi} \left[\mu - \rho \left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\mu}{4\pi} H_i H_k. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ao substituir a equação (3.21) na (3.20) e organizar os termos⁴, obtém-se o vetor da força eletromagnética

$$\begin{aligned} \vec{f} = & - \nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon - \frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \nabla \mu \\ & + \nabla \left[\rho \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} + \rho \left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho} \right)_T \frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \right] \\ & + \frac{\epsilon\mu - 1}{4\pi c} \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{H})}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

em que $\langle E \rangle^2$ e $\langle H \rangle^2$ são os valores médios quadráticos dos campos elétrico e magnético, respectivamente.

Ao levar em conta um fluido dielétrico cuja permissividade é unitária, $\mu = 1$, a força simplifica-se para

$$\vec{f} = -\nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon + \nabla \left[\rho \left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \right] + \frac{\epsilon\mu - 1}{4\pi c} \frac{\partial(\vec{E} \times \vec{H})}{\partial t}. \quad (3.23)$$

O primeiro termo da direita da expressão (3.23) considera a pressão já existente no material, mesmo na ausência de qualquer campo. O segundo é relacionado às variações espaciais da permissividade e atua especialmente em interfaces onde há descontinuidades da permissividade. O terceiro, como já mencionado, está relacionado à eletrostrição. O último termo é conhecido como densidade de força de Abraham. Para frequências ópticas, esse termo tende a zero, podendo ser desprezado nas simulações e nos experimentos mostrados a seguir. Entretanto, há experimentos que demonstraram sua existência em campos quasi-estáticos [28].

⁴Mais detalhes são apresentados no apêndice A.

3.2.3 Pressão devido à radiação

Um feixe de laser incidindo em um líquido dielétrico gera uma força descrita pela solução obtida anteriormente. Ao considerar que a incidência do feixe seja na direção z , o campo elétrico está na direção tangencial à superfície, $E = E_{||}$. Com isso, existem as contribuições das forças radiais e azimutais devido ao campo. A contribuição radial é relacionada à eletrostrição e age no volume, enquanto que a azimutal pode ser considerada como uma força atuante na superfície. Essas contribuições podem ser separadas na força de superfície f_s e na força de volume f_v :

$$f_s = -\frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \nabla_z \epsilon + \nabla_z \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \right] = \nabla_z \left\{ \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T - \epsilon \right] \right\}, \quad (3.24)$$

$$f_v = \nabla_r \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \right]. \quad (3.25)$$

Note que essas são apenas as forças atuantes no líquido. Para se obter a pressão gerada por todas as forças, ainda é necessário considerar a força eletromagnética gerada no ar que está na interface com o líquido. Nesse caso, $\epsilon_{ar} = 1$, e é somado o termo $\langle E_{||} \rangle^2 / (8\pi)$ no tensor de *stress*. Deste modo, a força na superfície é dada por [59]

$$f_s = \nabla_z \left\{ \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T - (\epsilon - 1) \right] \right\}. \quad (3.26)$$

A pressão devido à força de superfície é obtida ao integrar a expressão (3.26) na interface na direção normal à superfície com o sentido para o interior do líquido, $\int_{-\delta}^{+\delta} f_s dz$, com $\delta \rightarrow 0$ [35],

$$P_{int} = \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T - (\epsilon - 1) \right]. \quad (3.27)$$

Essa pressão age puxando a superfície para seu interior, que concorda com o momento de Abraham. No entanto, essa pressão é contra-balanceada pela pressão de volume, relacionada com a força de volume como $f_v = \nabla_r P_{ext}$, de tal forma que

$$P_{ext} = \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T. \quad (3.28)$$

Como a resultante das pressões é simplesmente a soma entre elas, a pressão resultante P induzida na superfície é

$$P = P_{int} - P_{ext} = -(\epsilon - 1) \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi}. \quad (3.29)$$

Até aqui, todas as expressões estão no sistema gaussiano de unidades (CGS), para converter para unidades do sistema internacional (MKS), é necessário usar $\vec{E} \rightarrow \sqrt{4\pi\epsilon_0}\vec{E}$ e $\epsilon \rightarrow \epsilon_r = \epsilon_m/\epsilon_0$, sendo ϵ_0 e ϵ_m as permissividades do vácuo e do material, respectivamente. Ainda pode-se relacionar a permissividade elétrica com o índice de refração, $\epsilon_r = n^2$. O valor médio quadrático do campo elétrico que interage com o dielétrico é apenas a parte transmitida do feixe incidente E_{inc} , ou seja, $\langle E_{||} \rangle^2 = T \langle E_{inc} \rangle^2$, com $T = 4n/(n+1)^2$, cuja intensidade é $I(r, t) = \epsilon_0 c n \langle E_{inc} \rangle^2$.

Com todas essas considerações, tem-se que a pressão de radiação resultante na superfície do líquido é

$$P(r, t) = -\frac{2}{c} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) I(r, t). \quad (3.30)$$

O sinal negativo indica que a pressão está sendo exercida para a parte de fora do líquido, ou seja, o líquido deve expandir, de acordo com o momento de Minkowski. No entanto, uma análise mais detalhada será apresentada a seguir.

3.3 Deformação da superfície devido à pressão

Para a determinação da deformação superficial de um líquido, deve-se recorrer ao estudo da dinâmica de fluidos. Esta é uma área de estudo considerada macroscópica, pois fluidos são meios contínuos e implica que toda descrição matemática deve ser tomada por distribuições, como distribuição de densidade $\rho = \rho(x, y, z, t)$, distribuição de pressão $P = P(x, y, z, t)$ e distribuição da velocidade do fluido $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$, também denominado fluxo de velocidade. Essas distribuições são as mais importantes e necessárias na descrição de sua dinâmica.

Com elas, escreve-se a equação de continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (3.31)$$

Ao usar $\nabla \cdot (\rho \vec{v})$, tem-se

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \rho = 0, \quad (3.32)$$

e a equação de Euler, que parte do princípio de que a força exercida sobre um volume é a aceleração gerada multiplicada pela distribuição de densidade desse volume,

$$-\nabla P = \rho \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (3.33)$$

No entanto, para fluidos, $d\vec{v}/dt$ não é uma taxa da mudança da velocidade do fluido em uma determinada posição, mas sim a taxa da mudança de velocidade de uma partícula do fluido em movimento. Isso implica que $d\vec{v}/dt$ possui duas dependências: temporal (simplesmente como $\partial\vec{v}/\partial t$) e espacial, que é a diferença de velocidade em dois pontos distantes $d\vec{r}$ e percorridos em um intervalo de tempo dt ,

$$dx \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + dy \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + dz \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = (d\vec{r} \cdot \nabla) \vec{v}. \quad (3.34)$$

Assim,

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}. \quad (3.35)$$

Ao aplicar a expressão (3.35) em (3.33), obtém-se

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla P, \quad (3.36)$$

que é a equação de movimento do fluido obtida por Euler em 1755. Caso haja alguma outra força externa sendo aplicada ao sistema, tal como a força gravitacional $\rho \vec{g}$, em que \vec{g} é a aceleração da gravidade, essa deve ser incluída como uma força \vec{F} em (3.36) como

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla P + \vec{F}. \quad (3.37)$$

A equação (3.37) é uma expressão geral para um fluido ideal. Fluidos reais possuem viscosidade, a qual está relacionada ao atrito interno do fluido em movimento. Ao levar em conta a viscosidade, dois termos devem ser adicionados na equação de Euler [60], $(\mu \nabla^2 \vec{v})$ e $[\mu \nabla(\nabla \cdot \vec{v})/3]$, sendo μ a viscosidade dinâmica do material. Entretanto, ao considerar que a pressão induza uma deformação quasi-estática do fluido, pode-se dizer que o fluido é incompressível, tal que $\nabla \cdot \vec{v} = 0$, de modo que é

necessário apenas adicionar o primeiro termo. Por fim, a equação de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis é⁵,

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}. \quad (3.38)$$

O passo final é substituir a pressão obtida na expressão (3.26) em (3.38) e resolver a equação diferencial. No entanto, nas condições propostas, essas equações não apresentam soluções analíticas. A rota tomada aqui é utilizar o Método de Elementos Finitos (FEM)⁶ e analisar como ocorrem as deformações das superfícies utilizando as expressões obtidas anteriormente.

3.4 Simulações das deformações

Para as simulações, foi utilizado o software *Comsol Multiphysics 4.3b* que nos fornece a solução numérica da equação de Navier-Stokes. Com ele determina-se a deformação superficial devido à pressão de radiação de um feixe laser, expressa pela equação (3.26), em condições e geometrias de sistemas reais.

As simulações foram realizadas utilizando o módulo *Laminar Two-Phase Flow, Moving Mesh*⁷, aplicado em líquidos incompressíveis. O método foi aplicado em um sistema bidimensional (2D) com simetria azimutal, contendo apenas água e ar. As dimensões do volume de água foram $L = 8 \text{ mm}$ (espessura da amostra) e $a = 30 \text{ mm}$ (raio da amostra). A única força externa, exceto a relacionada à pressão de radiação, é a da gravidade $\vec{F} = -\rho g \hat{z}$. As propriedades necessárias da água e do feixe laser estão presentes na Tabela 3.1.

O feixe laser considerado aqui possui perfil de distribuição de intensidade gaussiana, tendo sua máxima intensidade no centro e diminuindo exponencialmente com o quadrado da distância radial, $I(r) = I_0 \exp(-2r^2/\omega_e^2)$, sendo ω_e o raio do feixe. Foram realizadas simulações com dois tipos de laser: onda contínua (cw)⁸ e pulsado. Ambos devem ser descritos na expressão da intensidade em (3.26).

⁵A expressão também considera que o fluido não sofra mudanças de temperatura.

⁶Do inglês, *Finite Elements Method*.

⁷Uma breve introdução ao FEM utilizando o *Comsol Multiphysics* é apresentada no apêndice B.

⁸Do inglês, *continuous wave*.

Tabela 3.1: Propriedades utilizadas no *Comsol Multiphysics*.

Propriedade		Unidade	Valor
ρ	Densidade de massa	$kg\ m^{-3}$	998,2
μ	Viscosidade dinâmica	$10^{-3}s\ Pa$	0,893
σ	Tensão superficial	$10^{-3}N\ m^{-1}$	72
n	Índice de refração		1,33
g	Aceleração gravitacional	$m\ s^{-2}$	9,79
$\omega_e(cw)$	Raio do feixe de excitação	μm	104
$\omega_e(Pulsado)$	Raio do feixe de excitação	μm	117
$P_e(cw)$	Potência do feixe de excitação	W	5,6
$E_e(Pulsado)$	Energia do feixe de excitação	mJ	1,26
τ	Largura de pulso	ns	15
ζ	Tempo para maior irradiância	ns	30

Para o feixe cw, a expressão da intensidade é definida como

$$I_{cw}(r) = \frac{2P_e}{\pi\omega_e^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right), \quad (3.39)$$

em que P_e é a potência do feixe. A deformação superficial da água devido à pressão obtida anteriormente é observada na Figura 3.1.

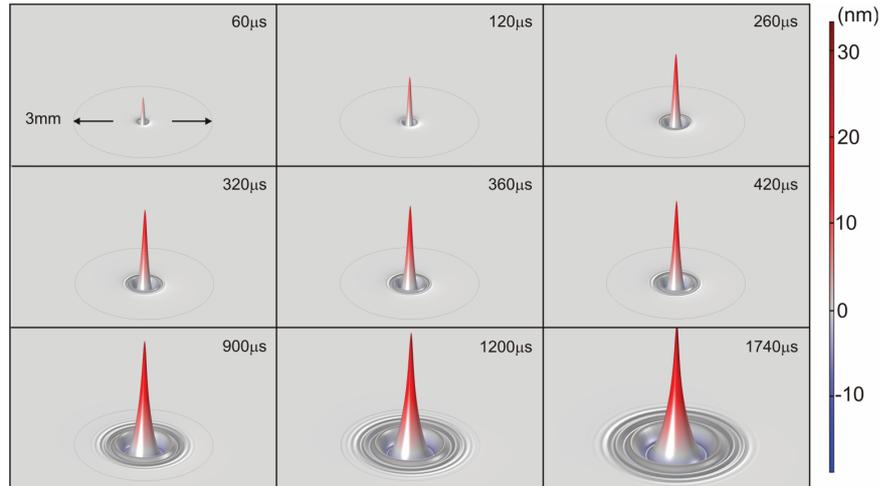


Figura 3.1: Evolução temporal da deformação superficial da água causada pela pressão de radiação de um feixe de laser cw. Figura extraída da ref. [35].

Como previsto, a pressão gera uma deformação para o exterior do material,

ou seja, a pressão puxa a superfície da água para fora. A evolução temporal dessa deformação é apresentada na Figura 3.1. Observa-se que a amplitude do centro da deformação aumenta até um estado estacionário e, com o desenvolver dessa amplitude e como resposta da viscosidade, são criadas ondas ao redor do ponto de máxima deformação.

Para o feixe pulsado, a expressão da intensidade é definida como

$$I_{pulsado}(r, t) = \frac{2E_e}{\tau_0\pi\omega_e^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right) \exp\left(-\frac{(t-\zeta)^2}{\tau^2}\right), \quad (3.40)$$

em que E_e é a energia do pulso, ζ é o tempo que leva para que a irradiância seja máxima, τ é a largura temporal do pulso e $\tau_0 = \tau\sqrt{\pi}[1 + \text{erf}(\zeta/\tau)]/2$ é o fator de normalização. A Figura 3.2 apresenta a deformação superficial quando a pressão é exercida por radiação de um pulso laser. Observa-se que a amplitude da parte central da deformação evolui rapidamente, no entanto, ao chegar em seu máximo já inicia-se sua diminuição. Isso corresponde ao fato da largura temporal do pulso ser da ordem de nanosegundo e, devido à inércia e à viscosidade do fluido, existe um atraso com relação ao tempo do pulso. Então, o que a figura ilustra é a resposta “atrasada” da deformação e, não havendo fonte de energia para manter a deformação, ela se esvai. Com a diminuição da amplitude central, observa-se também as ondas geradas ao seu redor.

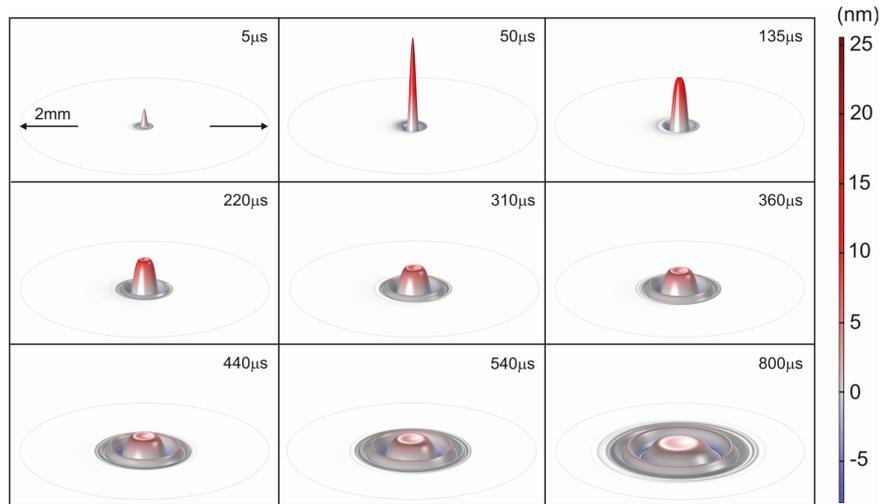


Figura 3.2: Evolução temporal da deformação superficial da água causada pela pressão de radiação de um feixe de laser pulsado. Figura extraída da ref. [35].

É pertinente lembrar que variações de temperatura não foram consideradas, o

que poderia mudar completamente as soluções obtidas, visto que a variação de temperatura pode mudar os valores da viscosidade dinâmica, densidade, tensão superficial e, até mesmo, dos tensores de *stress*. No entanto, foram realizadas simulações com o *Comsol Multiphysics* para determinar a magnitude dessa mudança de temperatura e concluiu-se que a mudança de temperatura é da ordem de centésimos de °C. Para a geometria utilizada e para os intervalos de tempo envolvidos na simulação, a variação de temperatura pode ser completamente desprezada .

Ainda deve-se enfatizar que a amplitude máxima observada em ambos casos é da ordem de alguns nanômetros. No próximo capítulo será apresentado uma técnica sensível à escala nanométrica, que é capaz de observar essas deformações.

Capítulo 4

Foto-deformação

No intuito de observar o efeito de pressão de radiação, diversos experimentos foram realizados. Observar esse efeito não é uma tarefa fácil. Mais difícil ainda é observá-lo com clareza e precisão. Para conseguir essa clareza e precisão desejada, utilizamos a técnica Espelho Fototérmico adaptada para medidas em líquidos. Neste capítulo, é feita uma breve apresentação do desenvolvimento da técnica de Espelho Fototérmico, o modelo teórico, o arranjo experimental, sua sensibilidade e suas capacidades. Na sequência, apresentamos detalhes das adaptações do arranjo experimental para possibilitar a medida da pressão de radiação em água.

4.1 Espectrometria de Espelho Fototérmico

Técnicas Fototérmicas formam um conjunto de técnicas de alta precisão e sensibilidade [61–64]. O Fenômeno Fototérmico consiste da geração de calor em materiais devido à absorção de radiação eletromagnética. Nem toda radiação absorvida é necessariamente convertida em calor. Existem diversos efeitos que competem nessa conversão de energia [66–71]. Esses efeitos podem ser observados por diferentes métodos, sendo esses distintos pela detecção empregada.

Com o desenvolvimento do laser em 1960, todos os ramos da óptica evoluíram, assim como as técnicas fototérmicas. Gordon et al. [72] enquanto trabalhavam com espalhamento Raman, perceberam que ao inserir uma amostra líquida na cavidade de um laser de HeNe, produzia um efeito transiente com diminuição da potência de saída ao ligar o laser. As dimensões do feixe também eram diferentes de quando não havia a amostra. Definiu-se posteriormente que o efeito era devido à absorção óptica do líquido, que gera calor por onde o feixe passava e muda seu índice de refração. A mudança do índice de refração atua como uma lente [73]. Dessa forma, surgiu a técnica de Lente Fototérmica (LF) ou apenas Lente Térmica. Desde então, a técnica se desenvolveu [74–80] e ainda está em evolução [81–84].

Para aumentar a sensibilidade, foi desenvolvido a LF no modo descasado, que utiliza dois feixes laser, como ilustrado na Figura 4.1. Um feixe causa o aquecimento da amostra e é denominado feixe de excitação, o outro “prova” os efeitos da mudança no índice de refração. O feixe de prova é maior radialmente que o feixe de excitação, para monitorar toda a região que possa ser afetada. Ao passar pela amostra, o feixe de prova reage à mudança de índice de refração. Apenas a parte central do feixe transmitido é monitorada no campo distante. Por monitorar o feixe transmitido, o material analisado deve ser transparente para o feixe de prova, sendo essa uma das maiores

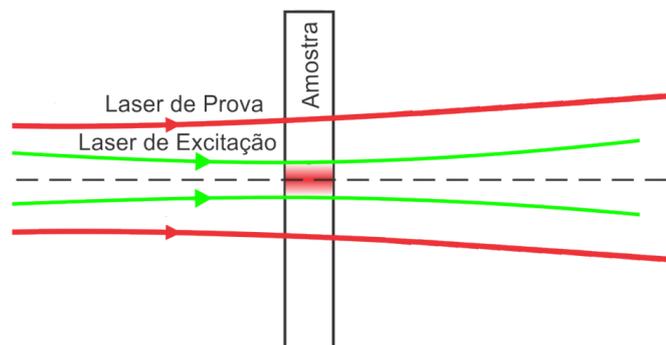


Figura 4.1: Ilustração da LF no modo descasado. Figura adaptada da ref. [99].

limitações da técnica.

O Grupo de Estudos dos Fenômenos Fototérmicos da Universidade Estadual de Maringá teve grande participação na evolução da LF [85–92] e, em seus laboratórios, surgiu a ideia de uma técnica similar à LF, no entanto aplicável a um conjunto maior de materiais. Para contornar a limitação da LF, Astrath et al. [93] desenvolveram a técnica de Espelho Fototérmico resolvida no tempo (EF), ou Espelho Térmico. Enquanto a LF analisa as propriedades da amostra pelo volume, a EF analisa as propriedades pela superfície. Essa nova técnica monitora o feixe de prova refletido na superfície da amostra, sendo aplicável a qualquer material que possua uma superfície plana. Já haviam técnicas de caracterização de materiais que monitoravam a superfície [94–98], contudo, elas não possuem a mesma configuração experimental e empregam métodos de detecção e modelos teóricos diferentes.

O efeito de EF é consequência do calor gerado pela absorção óptica de um feixe laser. A evolução espacial e temporal da temperatura induz uma deformação superficial na amostra, ilustrado na Figura 4.2. A dependência espacial da deformação atua na reflexão do feixe de prova como um espelho côncavo ou convexo, dependendo do coeficiente de expansão térmica linear do material. A amplitude da deformação é diretamente ligada ao coeficiente de absorção óptica e ao coeficiente de expansão térmica linear. A dependência temporal está relacionada às propriedades de condução de calor do material.

O modelo teórico que descreve o efeito foi resolvido para materiais de diferentes absorções ópticas, desde transparentes [93] à absorvedores e opacos [100–103]. A dependência da espessura da amostra foi estudada e comparada com o modelo que a considera como um meio semi-infinito [104–106]. Foi também estudada a transferência de calor entre a amostra excitada e o fluido envoltório [99, 107–109], e modelos para excitação pulsada [110–112] e *top-hat* [113, 114]. A técnica tem sido utilizada na caracterização de diversos tipos de materiais [69, 115–123] nos últimos anos. A técnica já se mostrou muito útil e sensível, capaz de detectar deformações na escala nanométrica. Por ser um método remoto, é possível fazer experimentos na presença de campos elétrico e magnético e com variação de temperatura.

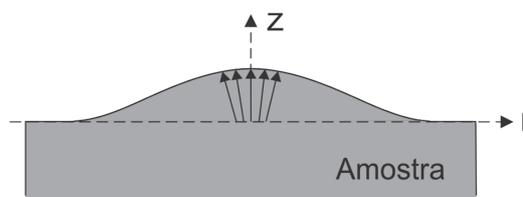


Figura 4.2: Ilustração da deformação superficial na amostra [99].

4.1.1 Modelo teórico de Espelho Fototérmico

O modelo teórico da técnica de EF considera um feixe de excitação com perfil de intensidade gaussiano focado na superfície da amostra com raio ω_{0e} . O feixe de prova, gaussiano e de baixa potência, incide na superfície praticamente colinear ao feixe de excitação, no entanto, esse não está focado, como ilustrado na Figura 4.3. A posição focal do feixe de prova, de raio ω_{0p} , está a uma distância z_1 da superfície da amostra, onde o raio é ω_{1p} . A superfície da amostra é considerada a origem do eixo z e o detector está a uma distância z_2 da superfície da amostra. Apenas a parte central do feixe de prova é monitorado no detector. A distância z_2 é grande o suficiente para que a teoria de difração de Fresnel seja satisfeita. Para a dedução do modelo teórico são necessárias algumas considerações: i) as dimensões radiais da amostra são muito maiores que as dos dois feixes e ii) a espessura da amostra é muito maior que o deslocamento superficial induzido.

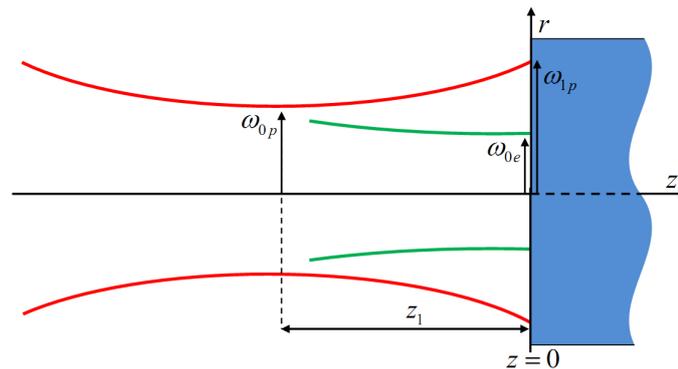


Figura 4.3: Esquema da posição geométrica dos feixes [106].

Os passos básicos para a solução do modelo são:

- obter uma expressão para a mudança local da temperatura;
- obter a expressão da deformação superficial da amostra;
- descrever a variação da fase da frente de onda do feixe de prova provocada pela deformação;
- determinar a intensidade do campo elétrico resultante no detector utilizando a teoria de difração de Fresnel.

A mudança local de temperatura, $T(r, z, t)$, é obtida resolvendo a equação de condução de calor [124]

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - \frac{k}{\rho c} \nabla^2 T(r, z, t) = Q(r, z, t), \quad (4.1)$$

em que k é a condutividade térmica, c o calor específico e ρ a densidade do material. A difusividade térmica é $D = k/(\rho c)$. O termo de fonte $Q(r, z, t)$ é a variação da temperatura devido à energia absorvida do feixe laser por um volume unitário da amostra por unidade de tempo, à uma distância r do eixo z . ∇^2 é o Laplaciano em coordenadas cilíndricas – devido à simetria cilíndrica da fonte de excitação¹.

A excitação é via laser, contínuo ou pulsado, no modo TEM₀₀² e o perfil de intensidade do feixe de excitação é gaussiano [125], representado pelas expressões (3.39) e (3.40) para cw e pulsado, respectivamente. Dessa maneira, o termo de fonte é escrito como

$$Q(r, z) = P_e Q_0 Q(z) \exp \left[\left(\frac{-2r}{\omega_{0e}} \right)^2 \right] \quad (\text{cw}), \quad (4.2)$$

$$Q(r, z, t) = \frac{2E_e Q_0 Q(z)}{\tau \sqrt{\pi} [1 + \operatorname{erf}(\frac{\zeta}{\tau})]} \exp \left[\left(\frac{-2r}{\omega_{0e}} \right)^2 \right] \exp \left(-\frac{(t - \zeta)^2}{\tau^2} \right) \quad (\text{pulsado}), \quad (4.3)$$

com

$$Q_0 = \frac{2A_e \phi}{\pi c \rho \omega_{0e}^2}. \quad (4.4)$$

A função $Q(z)$ representa a atenuação da intensidade do feixe do laser de excitação ao longo da espessura da amostra. Essa atenuação segue a lei de Beer-Lambert e é descrita por $Q(z) = \exp[-A_e z]$. O termo $P_e = P_0(1 - R)$ é a potência absorvida pela amostra, P_0 a potência incidente e R a reflectância do material³. A quantidade A_e é o coeficiente de absorção óptica da amostra no comprimento de onda do feixe de excitação e ϕ é a fração da energia luminosa absorvida convertida em calor. Geralmente, metais possuem $\phi = 1$, ou seja, toda energia absorvida gera calor. No entanto, para alguns sólidos dopados com metais terras-raras, ϕ pode ser definido como $\phi = 1 - \eta \lambda_e / \langle \lambda_{em} \rangle$, com λ_e o comprimento de onda do laser de excitação, $\langle \lambda_{em} \rangle$ o comprimento de onda médio da emissão do material e η a eficiência quântica

¹ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

²Do inglês: *Transverse Electromagnetic Modes*.

³Definida como $R = [(n - 1)/(n + 1)]^2$, com n sendo o índice de refração.

de fluorescência. Para materiais fracamente absorvedores, ou seja, $A_e \rightarrow 0$, podemos simplificar $Q(z) \cong 1$. Essa aproximação representa uma classe importante de materiais e será tratada com um caso particular de baixo coeficiente de absorção óptica. Amostras absorvedoras seguem em geral a lei de Beer-Lambert. Materiais opacos, considerados como alto absorvedores⁴, também podem ser simplificados para $Q(z) \cong (2/A_e)\delta(z)$, em que $\delta(z)$ representa a função delta de Dirac.

Inicialmente, a temperatura na amostra é homogênea, ou seja, não há variação de temperatura em $t = 0$. Além disso, neste trabalho é assumido que não há troca de calor entre a amostra e o meio que a envolve. Tais condições iniciais e de contorno podem ser escritas como

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0,L} = 0; \\ T(r, z, t = 0) = 0; \\ T(r = \infty, z, t) = 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

A solução da expressão (4.1) é obtida com o uso dos métodos das transformadas integrais. São aplicadas as transformadas de Laplace na coordenada temporal ($t \rightarrow s$), Hankel na radial ($r \rightarrow \lambda$) e Fourier cosseno na azimutal ($z \rightarrow \alpha$). No espaço de Laplace/Fourier/Hankel [106, 126] a expressão (4.1) pode ser escrita como

$$T(\alpha, \lambda, s) = Q_0 Q(s) Q(\lambda) \frac{1}{s + D(\alpha^2 + \lambda^2)} \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left(-\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2}{8}\right). \quad (4.6)$$

Ao aplicar as respectivas transformadas inversas, a variação de temperatura é obtida no espaço de coordenadas (r, z, t) . Por simplicidade, apresentamos apenas a temperatura para o caso de amostras com baixa absorção óptica, excitada por um laser cw. As soluções para os outros casos podem ser encontradas nas referências [99, 102, 103, 106, 109, 112]. Assim, para o caso escolhido, temos a variação de temperatura

$$T(r, z, t) = Q_0 \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2\varrho}{tc}} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2\varrho}{tc}\right)}\right) d\varrho, \quad (4.7)$$

sendo $tc = \omega_{0e}^2/4D$ o tempo térmico característico de formação do EF. Zanuto [106] verificou a validade da solução (4.7), ele calculou o perfil radial de temperatura para

⁴A notação alta absorção não significa que absorvam muito, e sim, que a absorção ocorre apenas na superfície.

amostras com diferentes coeficientes de absorção óptica e comparou com o modelo que segue a lei de Beer-Lambert. A Figura 4.4 mostra que, até 200 m^{-1} , o modelo de baixa absorção é satisfatório. O autor destacou que a variação de temperatura é de apenas alguns $^{\circ}\text{C}$, o que não altera suas propriedades, mas é suficiente para gerar deformações mínimas na superfície da amostra.

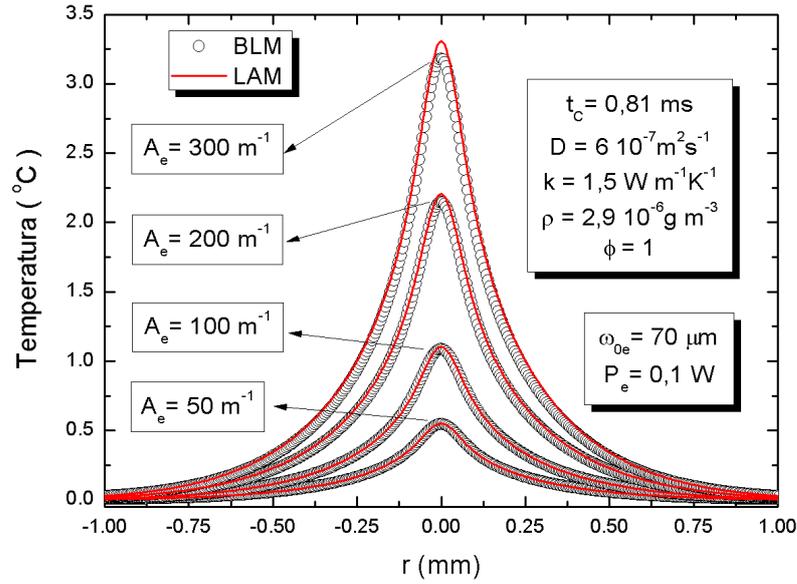


Figura 4.4: Perfil radial de temperatura para diferentes coeficientes de absorção óptica com $t = 100t_c$ [106].

Ao assumir que a resposta elástica é instantânea à resposta térmica, o deslocamento da superfície é determinado pela solução da equação termo-elástica na aproximação quasi-estática [129]

$$(1 - 2\nu)\nabla^2\vec{u}(r, z, t) + \nabla [\nabla \cdot \vec{u}(r, z, t)] - 2(1 + \nu)\alpha_T\nabla T(r, z, t) = 0, \quad (4.8)$$

com $\vec{u}(r, z, t)$ como o vetor deslocamento, ν razão de Poisson e α_T o coeficiente de expansão térmica linear. A solução da equação (4.8) é obtida separando-a em duas equações: homogênea e não homogênea. A equação homogênea é denominada equação biarmônica,

$$\nabla^2\nabla^2\Psi(r, z, t) = 0 \quad (4.9)$$

e a não homogênea é a equação de Poisson

$$\nabla^2\Pi(r, z, t) = \alpha_T\frac{1 + \nu}{1 - \nu}T(r, z, t), \quad (4.10)$$

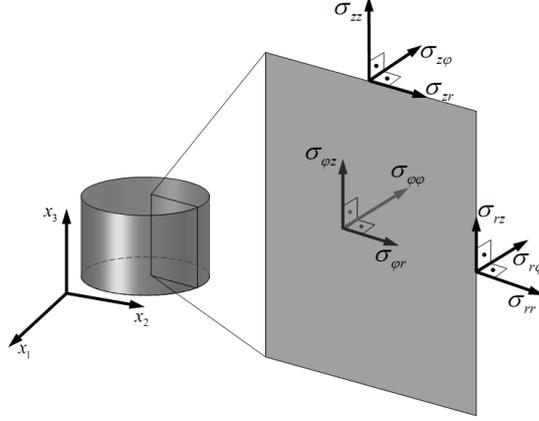


Figura 4.5: Componentes das tensões em coordenadas cilíndricas [106].

em que $\Pi(r, z, t)$ é o potencial de deslocamento escalar e $\Psi(r, z, t)$ é a função de Love. Ambas são relacionadas à tensão gerada no meio, sendo decompostas em σ_{ij} ,⁵ onde i indica o plano normal sujeito à tensão e j o eixo em que foi decomposta. A Figura 4.5 mostra as componentes das tensões do material em coordenadas cilíndricas, que são definidas por

$$\sigma_{zz} = \bar{\sigma}_{zz} + \bar{\bar{\sigma}}_{zz}, \quad (4.11)$$

e

$$\sigma_{rz} = \bar{\sigma}_{rz} + \bar{\bar{\sigma}}_{rz}, \quad (4.12)$$

com

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{E}{1 + \nu} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \nabla^2 \right] \Pi(r, z, t), \quad (4.13)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_{zz} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t), \quad (4.14)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_{rz} = \frac{E}{1 + \nu} \frac{\partial^2 \Pi(r, z, t)}{\partial r \partial z}, \quad (4.15)$$

⁵A notação σ_{ij} se repete no capítulo 3, no entanto lá ela representa o tensor de *stress* devido a campos elétricos e magnéticos.

e

$$\bar{\sigma}_{rz} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial r} \left[(1-\nu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t), \quad (4.16)$$

e devem satisfazer as condições de contorno para superfície livre de tensões tanto em $z = 0$ quanto $z = L$

$$\begin{cases} \sigma_{zz}|_{z=0,L} = \bar{\sigma}_{zz}|_{z=0,L} + \bar{\bar{\sigma}}_{zz}|_{z=0,L} = 0 \\ \sigma_{rz}|_{z=0,L} = \bar{\sigma}_{rz}|_{z=0,L} + \bar{\bar{\sigma}}_{rz}|_{z=0,L} = 0 \end{cases}. \quad (4.17)$$

Nas expressões acima, E é o módulo de Young do material. O deslocamento em z é dado por⁶

$$u_z(r, z, t) = \bar{u}_z(r, z, t) + \bar{\bar{u}}_z(r, z, t), \quad (4.18)$$

com

$$\bar{u}_z(r, z, t) = \frac{\partial \Pi(r, z, t)}{\partial z}, \quad (4.19)$$

e

$$\bar{\bar{u}}_z(r, z, t) = \frac{1}{1-2\nu} \left[2(1-\nu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t), \quad (4.20)$$

o qual é diretamente ligado à função de Love e ao potencial de deslocamento escalar. Este último é obtido pelo método das transformadas e escrito em termos da temperatura no espaço das transformadas $T(\alpha, \lambda, t)$ como

$$\Pi(r, z, t) = -\alpha_T \frac{1+\nu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \cos(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda, \quad (4.21)$$

em que $J_n(\alpha r)$ representa a função de Bessel de primeira espécie.

A Função de Love é definida por

$$\Psi(r, z, t) = \int_0^\infty \{ (A + \alpha z B) \exp[+\alpha z] + (C + \alpha z D) \exp[-\alpha z] \} \alpha^{-2} J_0(\alpha r) \, d\alpha. \quad (4.22)$$

Note que a Função de Love escrita dessa forma está considerando uma amostra finita. Para o caso de amostras espessas, é possível utilizar o modelo semi-infinito, em que

⁶O deslocamento em r pode ser desprezado pois as dimensões dos feixes de prova e excitação são muito maiores.

as constantes A e B são nulas. Utilizando as condições de contorno e as relações das componentes de tensão, determina-se as constantes A, B, C e D. A solução do deslocamento superficial para amostras com baixo coeficiente de absorção óptica e excitação com laser cw, é expressa por

$$u_z(r, z = 0, t) = -2(1 + \nu) \alpha_T Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \times \int_0^\infty \left(\frac{\text{Cosh}(\alpha L) - 1}{L\alpha + \text{Senh}(L\alpha)} \right) \int_0^t \exp \left[-D\alpha^2 - \frac{1}{8}\omega_{0e}^2 \alpha^2 \right] d\tau J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (4.23)$$

com

$$Q_0 = \frac{2P_e A_e \phi}{\pi c \rho \omega_{0e}^2}.$$

Zanuto [106] comparou a solução da aproximação de amostra semi-infinita com a equação (4.23) considerando o mesmo material para diferentes espessuras. Foi considerada uma amostra vítrea com $A_e = 100 \text{ m}^{-1}$ e com $t = 100 t_c$ exposta ao feixe de excitação. A Figura 4.6 mostra que, conforme aumenta a espessura, os dois modelos tendem a coincidir. A deformação gerada é da ordem de alguns nanômetros. Para o caso mostrado na Figura 4.6, a máxima deformação foi menor que $5,5 \times 10^{-9} \text{ m}$.

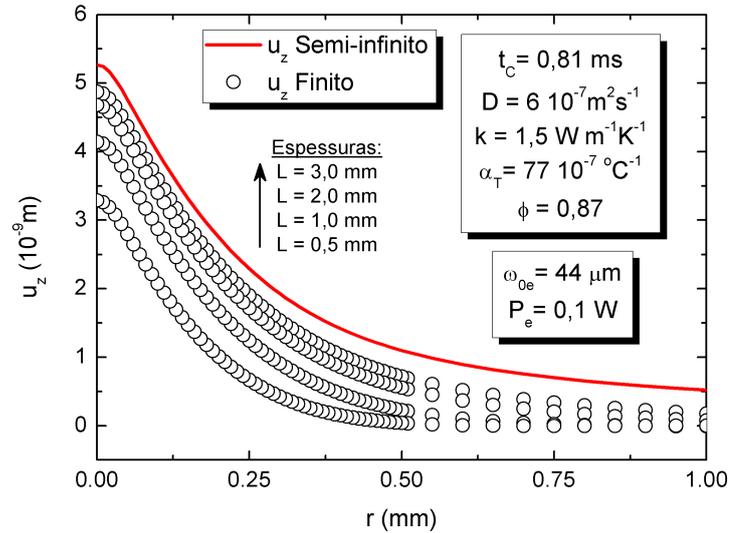


Figura 4.6: Perfil radial do deslocamento superficial da amostra: comparação entre modelos de amostras finitas e semi-infinitas considerando diferentes espessuras [106].

Esse deslocamento atua no feixe de prova como um elemento óptico, mais es-

pecificamente, como um espelho convexo causando uma diferença de fase em sua reflexão de

$$\Phi(g, t) = \frac{2\pi}{\lambda_P} 2 [u_z(r, z, t) - u_z(0, 0, t)] . \quad (4.24)$$

A diferença de fase altera a amplitude complexa do campo elétrico do feixe de prova. A solução do campo elétrico alterado é obtida por meio da teoria de difração de Fresnel que, ao monitorar uma pequena área do centro do feixe em campo distante, é dada por

$$U(z_1 + Z_2, t) = C_1 \int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg , \quad (4.25)$$

em que

$$C_1 = \frac{i\omega_{1P}}{\lambda_P Z_2} \sqrt{2\pi P_P} \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_P} (z_1 + z_2)\right] , \quad (4.26)$$

e

$$V = \frac{z_{1P}}{z_{cP}} + \frac{z_{cP}}{z_2} \left[\left(\frac{z_{1P}}{z_{cP}} \right)^2 + 1 \right] . \quad (4.27)$$

Aqui, P_P e λ_P são a potência e o comprimento de onda do feixe de prova, respectivamente. A quantidade z_{cP} é o parâmetro confocal do feixe de prova, definido como $z_c = \pi \omega_0^2 / \lambda$. A integral é realizada em $g = r^2 / \omega_{1P}^2$. Outra mudança frequentemente utilizada é $m = \omega_{1P}^2 / \omega_{0e}^2$. O valor absoluto do campo elétrico fornece a variação da intensidade do centro do feixe de prova no fotodetector como

$$I(t) = |U(z_1 + Z_2, t)|^2 , \quad (4.28)$$

que, quando normalizada, é dada por

$$I(t) = \left| \frac{\int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg}{(1 + iV)} \right|^2 . \quad (4.29)$$

4.1.2 Arranjo experimental

Já mencionado anteriormente, o arranjo do experimento de EF consiste de dois feixes de laser, o mais colineares possível, com um ângulo entre eles menor que 2° . Um laser de excitação focado na superfície da amostra e outro, de prova, cujo raio é maior que o de excitação. Essa configuração é denominada modo descasado. Um arranjo

convencional para o experimento de EF é ilustrado na Figura 4.7. São utilizados os espelhos M_1 e M_2 para alinhar os feixes de excitação e prova, respectivamente, na superfície da amostra. M_1 é um espelho dielétrico de alta reflectância, o qual não sofre efeito de EF mesmo sob altas potências. Deve-se ter o cuidado para que o feixe de excitação não incida sobre os outros espelhos, pois mesmo qualquer espalhamento pode ser suficiente para gerar deformação em espelhos convencionais, o que pode causar desalinhamento. M_3 e M_4 são utilizados para orientar e alinhar o feixe de prova refletido na superfície da amostra para o sensor P_1 , o qual é posicionado em campo distante, $z_2 > 4 m$. No sensor são anexados um filtro óptico interferométrico e um *pinhole* (anteparo com um pequeno orifício centralizado). O filtro transmite apenas o comprimento de onda do feixe de prova e o *pinhole* é utilizado para permitir a passagem apenas da parte central do feixe de prova. Utiliza-se o espelho M_4 para fazer com que o máximo de intensidade do feixe incida pelo *pinhole*.

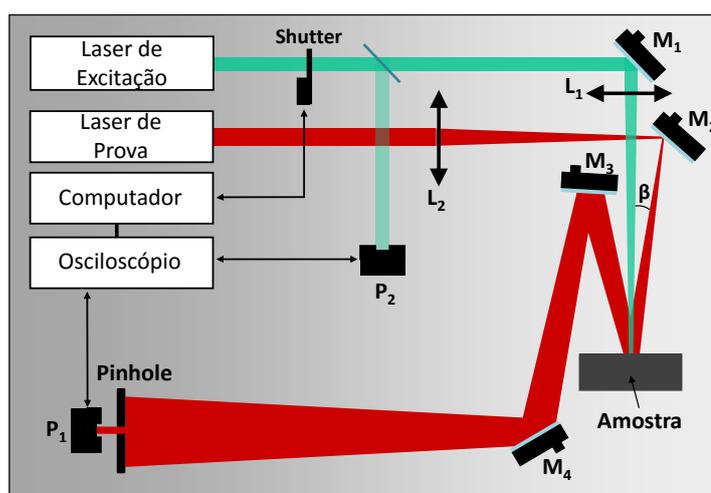


Figura 4.7: Arranjo experimental convencional da técnica de Espelho Foto-térmico. Aqui L_1 e L_2 são lentes; M_1 , M_2 , M_3 e M_4 espelhos; e P_1 e P_2 sensores.

As dimensões dos feixes são controladas com o uso de duas lentes biconvexas de quartzo L_1 e L_2 . L_1 é utilizada para focar o feixe de excitação na superfície da amostra e L_2 é utilizada para focar o feixe de prova a uma distância z_1 antes da amostra. Devido a essa distância o feixe de prova incide na amostra divergindo.

Para controlar o intervalo de tempo de excitação, utiliza-se um *shutter* (obturador) ou um *chopper* (modulador mecânico). Entre o *shutter* e a amostra é colocada uma janela de quartzo para desviar parte da potência para um segundo sensor P_2 .

Esse sensor é utilizado como gatilho para iniciar a medida. Ambos sensores são conectados a um osciloscópio que, por sua vez, é conectado a um computador que faz a aquisição dos dados e o controle do *shutter*.

O modelo teórico depende de parâmetros geométricos do arranjo experimental, como m e V , que são definidos por z_1 , z_c , ω_{0e} e ω_{1P} . Esses parâmetros são determinados medindo-se o raio do feixe ao longo de sua propagação [106], seja com câmeras ou sensores próprios para isso, ou por métodos equivalentes, como o método do *pinhole* [86] ou o método da navalha [130].

Uma vez obtido o alinhamento e os parâmetros geométricos, o experimento consiste de abrir o *shutter*, armazenar o sinal da intensidade em modo transiente em função do tempo no osciloscópio, e fazer a aquisição desse dado pelo computador.

A Figura 4.8 exibe a ilustração de transientes característicos de EF. É importante ressaltar que os dados possuem dois parâmetros importantes: a amplitude de variação do sinal está diretamente relacionado às propriedades ópticas, térmicas e mecânicas do material; e o tempo característico de formação do transiente, que está relacionado à velocidade com que o calor se difunde no material. Ambos os parâmetros são obtidos por ajuste teórico com o uso da equação (4.29) e a devida expressão para a diferença de fase.

Embora seja uma técnica cujo alinhamento é crucial, o EF demonstrou altíssima sensibilidade. O arranjo experimental pode ainda ser adaptado de acordo com as propriedades e o tipo de material. A capacidade de detectar deformações nanométricas torna a técnica uma excelente ferramenta para estudo de diversos materiais e de diversos efeitos em materiais.

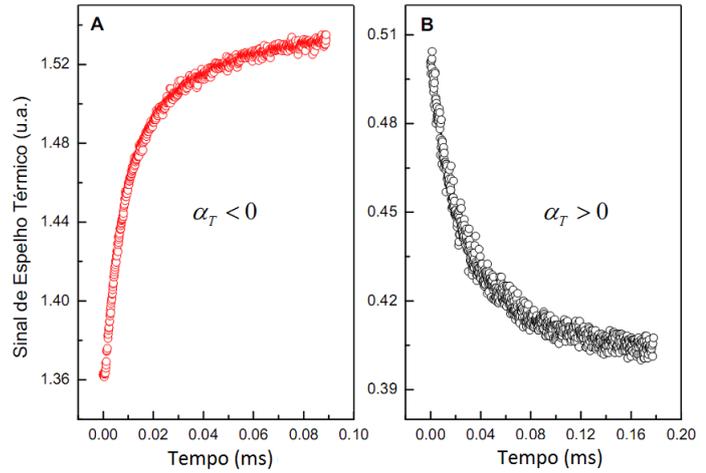


Figura 4.8: Ilustração de transientes característicos obtidos por EF quando o material possui coeficiente linear de expansão térmica, α_T , negativo (A) e positivo (B) [106].

4.2 Espelho Fotomecânico

No capítulo 3, por meio do software *Comsol Multiphysics* foi obtido a deformação induzida pela pressão de radiação, que mostrou ser da ordem de alguns nanômetros. Na seção anterior foi demonstrado que o Espelho Fototérmico é uma ferramenta muito sensível na detecção de deformações superficiais. Astrath et al. [35] mostraram ser possível utilizar um arranjo experimental de EF para observar as deformações superficiais da água devido apenas à pressão de radiação. Para tanto foram feitas algumas mudanças no arranjo convencional de Espelho Fototérmico. Devido ao fato desse arranjo detectar deformações por pressão de radiação e não devido ao aquecimento, ele será denominado de Espelho Fotomecânico.

Nessa tese foram utilizadas as mesmas mudanças propostas na referência [35]. A primeira mudança e, talvez, a mais crítica e significativa, foi a utilização de duas mesas com sistema anti-vibração ativa independentes. Devido à baixa viscosidade da água, qualquer vibração na mesa, ruído mecânico ou convecção do ar na superfície da água, podem gerar perturbações. Para evitar esses efeitos, o porta amostra e a cubeta com água ficaram isolados de todos outros componentes da montagem. A Figura 4.9 ilustra o arranjo experimental. Nessa configuração, até mesmo os espelhos M_1 , M_2 e M_3 estavam fixados à mesa em que continha os lasers. A outra principal mudança foi fazer os feixes incidirem verticalmente sobre a amostra.

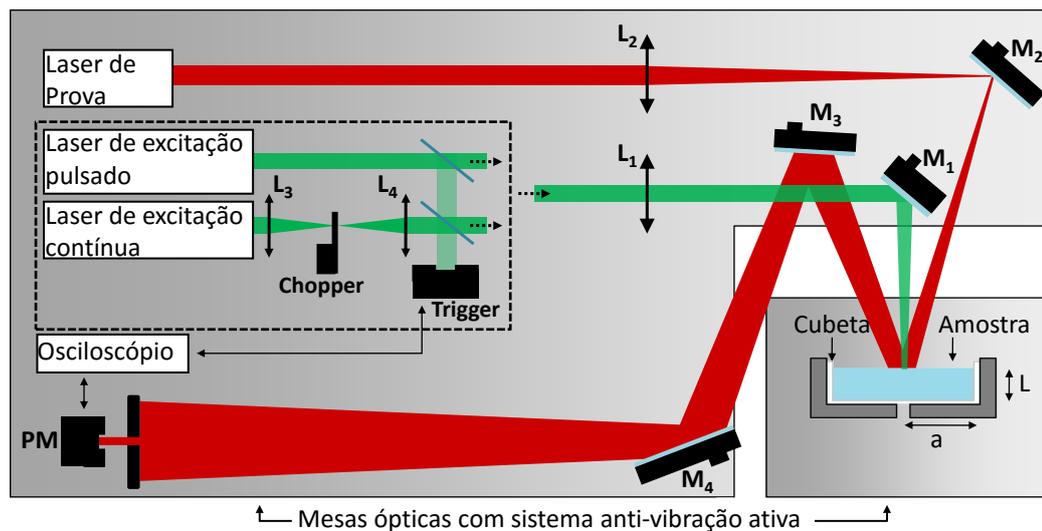


Figura 4.9: Arranjo experimental para medição da pressão de radiação em água. M_1 , M_2 , M_3 e M_4 são espelhos; L_1 e L_2 são lentes; e PM simboliza a fotomultiplicadora.

Na Figura 4.9, M_1 e M_2 são espelhos utilizados para alinhar os feixes de excitação e prova, respectivamente. Aqui, M_1 também é um espelho dielétrico de alta reflectância. M_3 e M_4 são utilizados para direcionar o feixe de prova refletido na água até o sensor. L_1 e L_2 são lentes biconvexas de quartzo utilizadas para controlar as dimensões dos feixes na amostra. Dentro do quadrado pontilhado na Figura 4.9 estão representados um laser de excitação contínua e pulsado. Entretanto, eles não foram utilizados simultaneamente. No capítulo 3, as Figuras 3.1 e 3.2 demonstram que a resposta da deformação acontece em tempos característicos muito curtos, da ordem de alguns microssegundos. Isso posto, a resposta do sistema deve ser mais rápida para conseguir acompanhar o efeito. A largura temporal do pulso, com o uso do laser pulsado, é da ordem de alguns nanossegundos, ou seja, muito mais rápido do que o efeito. No entanto, com o uso do laser contínuo, é a abertura do *shutter* ou a frequência do *chopper* que determinam o tempo que levará para que todo o feixe de excitação incida sobre a água. Para diminuir o máximo possível o atraso devido à essa abertura, são utilizadas as lentes L_3 e L_4 que possuem distâncias focais idênticas e estão posicionadas de tal forma que a posição focal delas coincidam. Posicionar o *chopper* na posição focal, faz com que diminua o tempo de abertura e de fechamento, pois é a posição em que o feixe possui a menor área de incidência.

Para melhorar a resposta do sistema, foi utilizada uma fotomultiplicadora como sensor de monitoramento do feixe de prova, que também tem em anexo o *pinhole* e o filtro interferométrico. Para amplificar o sinal monitorado, foi aplicada uma tensão de 650 V na fotomultiplicadora e, para diminuir o atraso, foi adicionado um resistor de 470 Ω . Com este acoplamento entre tensão e resistência, obtém-se um atraso de 200 ns. A fotomultiplicadora é conectada ao osciloscópio que armazena os dados. Para ativar o armazenamento pelo osciloscópio é utilizado um *trigger* (gatilho), que recebe parte do feixe excitação desviado por uma janela óptica.

Nessa configuração não foi utilizado computador, visto que o laser pulsado e o *chopper* possuem seus próprios controladores, e a aquisição dos dados pode ser feita com o uso da saída USB do osciloscópio.

Para as medidas realizadas nesse trabalho, foram utilizados como laser de excitação um laser de estado sólido contínuo *single-mode* TEM₀₀ (Coherent, Verdi G7, 532 nm) ou um laser pulsado *Q-switched* Nd:YAG *single-mode* TEM₀₀ acoplado ao gerador de segundo harmônico com largura de pulso de 15 ns (Quantel, Brilliant, 532 nm). Como feixe de prova foi utilizado um laser de HeNe contínuo *single-mode* TEM₀₀ de 30 mW (Melles Griot, Model 25-LHR-151-249, 632,8 nm). Para focar os

feixes de excitação, foi utilizado uma lente biconvexa de quartzo com distância focal $f = 75 \text{ cm}$. Para a excitação contínua, foram utilizadas outras duas lentes (L_3 e L_4) biconvexas de quartzo com distâncias focais $f = 7,5 \text{ cm}$. Para o feixe de prova, foi utilizado uma lente biconvexa de quartzo com distância focal $f = 30 \text{ cm}$.

O sensor usado para monitorar o feixe de prova foi uma fotomultiplicadora (Hamamatsu, Model R928) conectada à uma fonte geradora de alta tensão (Newport, Model 70706). Na fotomultiplicadora estavam anexados um *pinhole* e um filtro interferométrico para $632,8 \text{ nm}$. O sensor utilizado como *trigger* foi um fotodiodo amplificado (Newport, Model 818-BB-22). Ambos os sensores foram conectados ao osciloscópio (Tektronix, Model DPO4102B) que armazenou os dados.

O laser pulsado foi utilizado com a frequência de repetição de 10 Hz , e o laser contínuo foi modulado com um chopper mecânico (Thorlabs, Model MC2000) à uma frequência de 100 Hz , ou com um shutter mecânico (Thorlabs, Model SH05) com intervalo de tempo aberto de 4 ms e tempo fechado de 10 ms .

Foi utilizada água ultra-pura (mili-Q) armazenada dentro de uma cubeta cilíndrica de quartzo. A cubeta foi colocada em um porta amostra de alumínio com controlador de temperatura (Lakeshore, Model 340), que manteve todo o sistema (cubeta/água) em 25°C . O porta amostra continha um furo no centro de sua base para que o feixe de excitação passasse por ele para evitar espalhamentos ou aquecimento indesejado do alumínio.

Para a obtenção dos parâmetros geométricos do arranjo experimental, mediu-se os raios dos feixes ao longo de seu caminho com o uso de um medidor de perfil de laser (Thorlabs, Model BP104-UV) e também uma câmera para medir perfil de laser (Coherent, Model Lasercam HR). As potências utilizadas no laser de excitação contínuo foram medidas por meio de um sensor de potência (Spectra-Physics, Model 407A) e as energias utilizadas no laser pulsado foram medidas com um sensor piroelétrico (Thorlabs, Model ES120C).

Foram realizados experimentos em diferentes configurações de excitação e para cada configuração foram obtidos diferentes parâmetros. Os parâmetros serão apresentados juntamente com os respectivos resultados.

Resultados e discussão

Neste capítulo apresentamos os resultados dos experimentos de Espelho Fotomecânico. Foram realizadas medidas em água sob diferentes condições do arranjo experimental. Analisamos a configuração utilizada por As-trath et al., que denominamos por “excitação por cima”. Analisamos o efeito da pressão de radiação quando temos “excitação por baixo”, quando o feixe atravessa a interface no sentido água \rightarrow ar. Avaliamos a influência dos termos de superfície e de volume quando introduzimos um espelho na água, ele faz com que o feixe de excitação retorne pelo caminho de incidência, o que denominamos “dupla excitação”. Apresentamos resultados de experimentos em que o raio do feixe de excitação varia, seja aumentando ou diminuindo, ao longo do volume de água. Comparamos esse resultado com um modelo numérico em que considera o feixe com raio constante. Por fim, apresentamos uma análise dos resultados obtidos por Zhang et al., considerado uma evidência experimental da pressão de radiação de Abraham.

5.1 Medidas com excitação por cima

A Figura 5.1 mostra a configuração do feixe de excitação na amostra. Utilizamos uma lente com distância focal de 75 cm, a qual forneceu uma distância confocal, z_c , suficientemente grande para considerarmos o diâmetro do feixe constante ao longo de toda espessura da coluna de água.

Primeiramente, foi utilizado esta configuração para repetir os resultados obtidos por As-trath et al. e garantir a confiabilidade de todo o sistema que utilizamos.

A Figura 5.2 mostra os resultados obtidos com o uso do laser de excitação contínua. Foram realizadas medidas em diferentes potências de incidência, que variou de 0,83 a 4,97 W. As curvas apresentadas são as médias de 100 medidas, que foram armazenadas e calculadas pelo próprio osciloscópio. Na Figura 5.2, os círculos abertos são os dados experimentais e a linha sólida é o modelo numérico obtido por meio do *Comsol Multiphysics*.

Como já enunciado na seção 4.2, para diminuir o atraso da fotomultiplicadora, foi adicionado um resistor de 470 Ω e, para amplificar o sinal monitorado, foi aplicada uma tensão de 650 V na fotomultiplicadora. Com este acoplamento entre tensão e resistência, obtivemos um atraso de 200 ns, o qual que pode ser considerado desprezível para nossas medidas. Com a análise do dado experimental e o modelo numérico, comprovamos que o atraso do sistema é muito menor que os tempos característicos do experimento.

Como já mencionado, o modelo numérico foi obtido utilizando o módulo *Laminar Two-Phase Flow* do software *Comsol Multiphysics 4.3b*. Nele foi calculado a variação da intensidade devido à defasagem gerada pela deformação superficial da água, descritas pelas equações

$$I(t) = \left| \frac{\int_0^\infty \exp [-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg}{(1 + iV)} \right|^2, \quad (5.1)$$

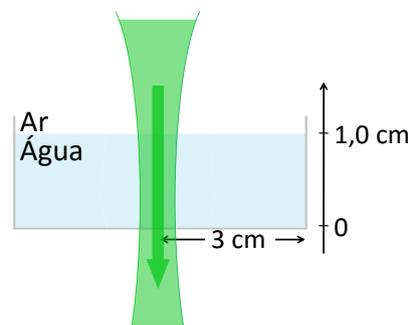


Figura 5.1: Sentido do feixe de excitação ao passar pela interface, ar \rightarrow água.

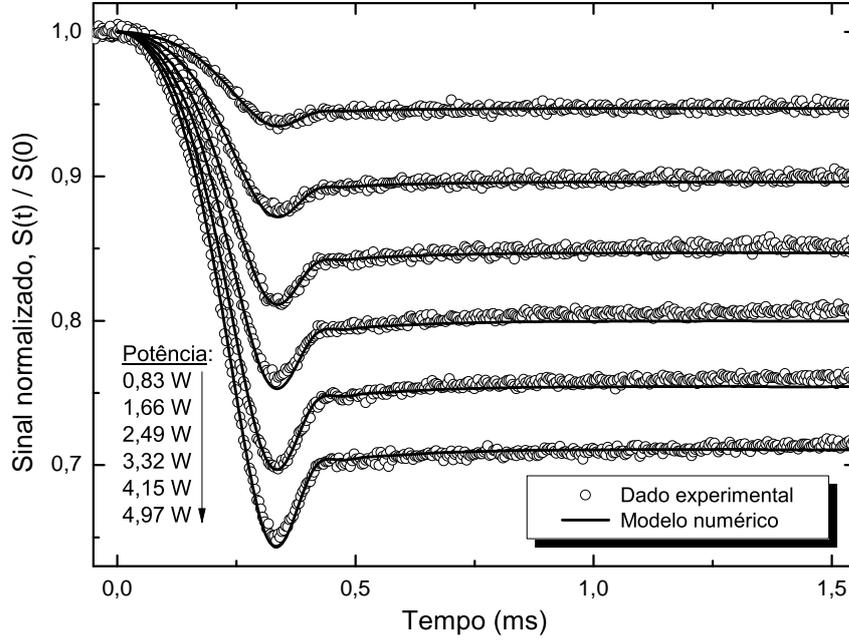


Figura 5.2: Sinais normalizados de Espelho Fotomecânico utilizando laser de excitação cw.

e

$$\Phi(g, t) = \frac{2\pi}{\lambda_P} 2 [u_z(r, z, t) - u_z(0, 0, t)] . \quad (5.2)$$

A deformação superficial foi obtida resolvendo numericamente a equação de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis, equação (3.38), quando é considerada a pressão

$$P_{cw}(r, t) = -\frac{2}{c} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \frac{2P_e}{\pi\omega_e^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right), \quad (5.3)$$

com os parâmetros geométricos do experimento: $\omega_{0e} = 104 \mu m$, $\omega_{1p} = 1317 \mu m$, $z_c = 9,5 \text{ cm}$ e $V = 27,49$. As propriedades da água estão apresentadas na Tabela 3.1. A temperatura do sistema considerada para os cálculos foi a mesma em que se encontrava a água durante os experimentos, $T = 25,0^\circ C$.

Tanto o sinal do dado experimental, quanto o sinal calculado estão em excelente acordo com as deformações obtidas na Figura 3.1, onde observa-se uma expansão da superfície, o que caracteriza um espelho convexo e gera uma diminuição do sinal. No entanto, devido à viscosidade, após um certo tempo são geradas ondas ao redor da deformação central, o que faz com que o sinal aumente até o estado estacionário.

Esse resultado concorda com o momento de Minkowski, assim como os experimentos de Ashkin e Dziedzic. Caso a pressão fosse correspondente ao momento

de Abraham, o transiente deveria ser invertido: o sinal aumentaria devido à uma compressão inicial da superfície e, em seguida, diminuiria até um estado estacionário superior ao valor inicial.

A Figura 5.3 apresenta os resultados experimentais e o modelo numérico considerando um feixe de excitação pulsado, com o uso de energias entre 0,83 e 1,52 mJ . Foi utilizado a mesma configuração do feixe de excitação mostrado na Figura 5.1 e os mesmos parâmetros geométricos. O raio usado para o feixe de excitação foi $\omega_{0e} = 133 \mu m$.

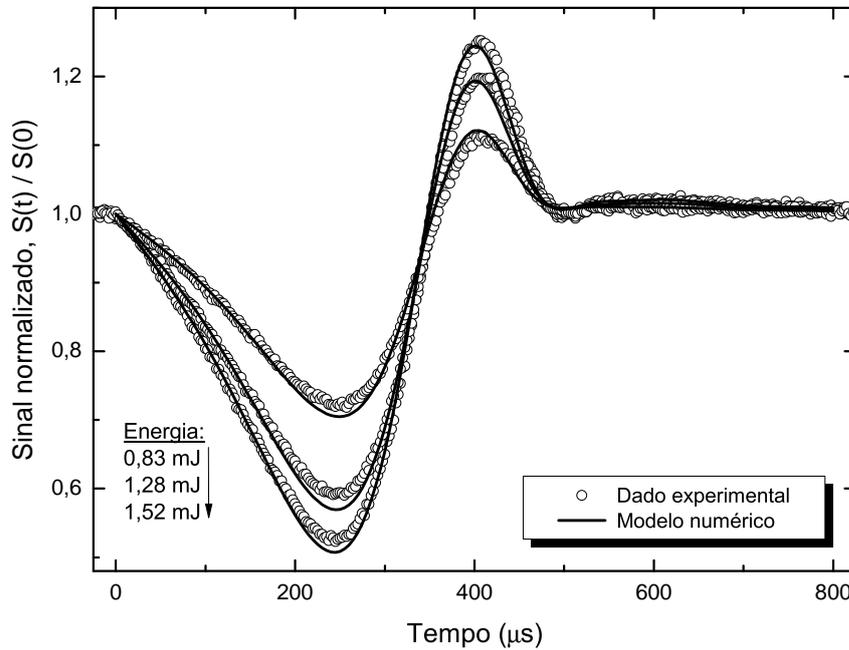


Figura 5.3: Sinais normalizados de Espelho Fotomecânico utilizando laser de excitação pulsado.

Nos experimentos em que utilizou o feixe de excitação pulsado, observa-se no transiente um efeito em escala de tempo menor que com o cw. A largura temporal do pulso é de 15 ns , o que pode ser considerado um pulso instantâneo comparado com a resposta mecânica da água. O modelo numérico foi calculado pelo mesmo procedimento do laser contínuo e com a utilização da pressão descrita por

$$P_{pulsado}(r, t) = -\frac{2}{c} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \frac{2E_e}{\tau_0 \pi \omega_e^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right) \exp\left(-\frac{(t-\zeta)^2}{\tau^2}\right). \quad (5.4)$$

Na Figura 5.3, observa-se que o modelo numérico não concorda perfeitamente com as curvas experimentais em termos de amplitude. Isso pode ser explicado pelo

fato da energia emitida pelo laser variar até 20% de um pulso para outro. Não foi possível realizar medidas simultâneas da energia e do transiente, o que poderia gerar o mínimo de diferença nos valores. Para minimizar as diferenças no transiente devido à variação da energia, foram realizadas médias de aproximadamente 100 pulsos para cada medida.

Mesmo com essa pequena diferença, garantimos que a evolução temporal da deformação superficial devido à um pulso de luz é a mesma apresentada na Figura 3.2. É observado a diminuição do sinal devido à expansão superficial e, posteriormente, um aumento do sinal que representa a formação de uma superfície côncava, a qual é o topo da deformação pressionado pela gravidade, fazendo com que toda a deformação se desfça e volte a seu estado inicial.

Desta forma, mostramos que nosso arranjo experimental é capaz de detectar a deformação superficial induzida pela pressão de radiação, por meio de excitação contínua e pulsada. Os resultados experimentais foram obtidos com satisfatória concordância com o modelo numérico correspondente ao momento predito por Minkowski.

Ainda foram realizadas simulações em que levavam em conta a absorção óptica da água para verificar se não haveria influência térmica, comumente observada nos primeiros experimentos de pressão de radiação. Dessas simulações obtemos que o aquecimento é desprezível a ponto de não mostrar diferença alguma no sinal. Para testar experimentalmente, deixamos o laser de excitação contínuo incidindo na água por um longo tempo e não observamos nenhuma mudança no sinal monitorado. Caso houvesse aquecimento, a amplitude da curva deveria ser alterada, pois o aquecimento agiria diretamente nas propriedades físicas da água, que tem um papel fundamental na deformação, e na amplitude do sinal. Isso também influenciaria no intervalo de tempo necessário para chegar a um estado estacionário, pois, como já mencionado por Nichols e Hull [21], o tempo térmico característico é maior que o de pressão de radiação.

5.2 Medidas com excitação por baixo

A condição experimental que investigamos agora foi proposta e testada por Ashkin e Dziedzic [26], em que consideram o feixe de excitação com incidência por baixo e que atravessa a interface ar/água no sentido água \rightarrow ar, como ilustrado na Figura 5.4.

Além do sentido, outros parâmetros foram diferenciados, tais como: $\omega_{0e} = 145 \mu m$, $\omega_{1p} = 1700 \mu m$ e $V = 33,3$. Com esses parâmetros temos transientes com tempos característicos mais longos.

A Figura 5.5 apresenta os resultados experimentais. Nesses resultados, as ondas ao redor da deformação central possuem menos influência do que nos resultados da Figura 5.2.

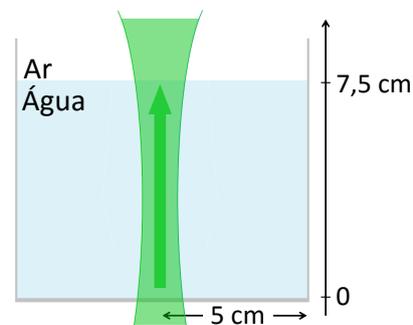


Figura 5.4: Sentido do feixe de excitação que passa pela interface água \rightarrow ar.

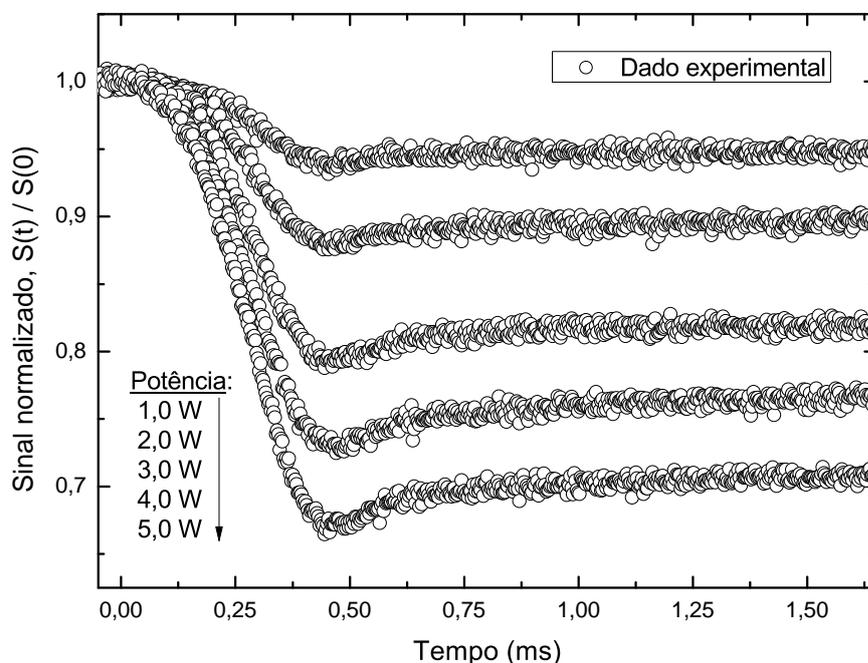


Figura 5.5: Sinais normalizados de Espelho Fotomecânico com o uso de laser de excitação cw passando pela interface no sentido água \rightarrow ar.

Como já observado por Ashkin e Dziedzic, a deformação superficial ainda é de

caráter expansivo, no sentido da incidência do feixe.

Para comparação, o arranjo foi montado novamente no sentido ar \rightarrow água de tal forma que os parâmetros geométricos permanecessem os mesmos. A Figura 5.6 mostra transientes normalizados dos dois arranjos. Em ambos arranjos, a potência do laser de excitação foi 4 W. Ao repetir os experimentos verificou-se que essa diferença é sistemática.

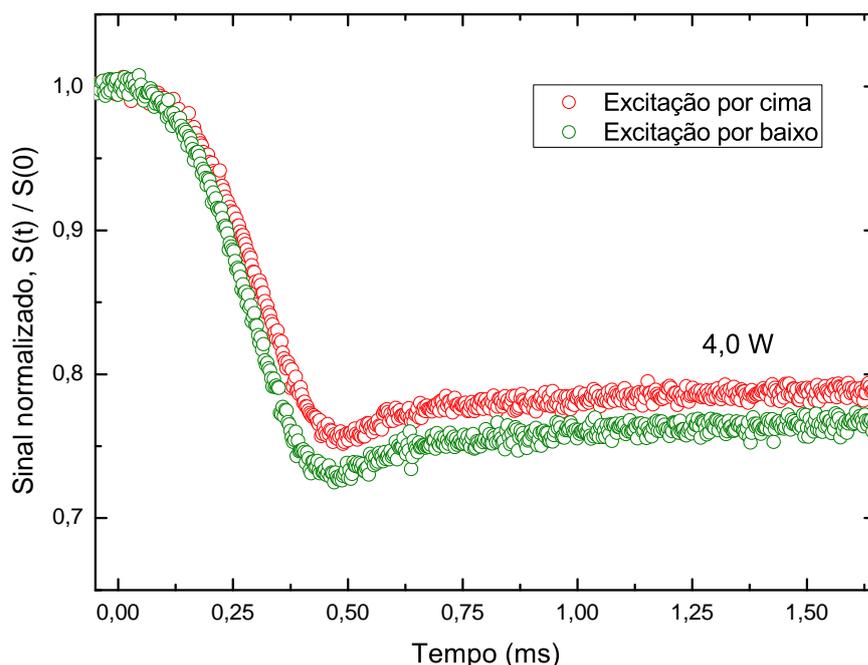


Figura 5.6: Comparação entre sinais normalizados de Espelho Fotomecânico com o uso de laser de excitação cw passando pela interface nos sentidos ar \rightarrow água e água \rightarrow ar.

Essa diferença é explicada pelo fato de que, quando o feixe incide no sentido ar \rightarrow água, parte da intensidade é refletida e parte é transmitida. O efeito é gerado apenas pela porção transmitida. Assim, a porção transmitida gera o efeito de superfície e o efeito de volume. No entanto, ao utilizar o feixe com incidência no sentido água \rightarrow ar, temos todo o feixe incidente gerando efeito no volume. Parte da intensidade será transmitida pela interface, a qual gera o efeito na superfície, e a outra parte é refletida de volta para a água gerando mais efeito de volume. Ao considerar que a reflectância da água é de 2%, temos que, quando o feixe incide no sentido ar \rightarrow água, a intensidade que induz forças de superfície é $I_s = 0,98I_{inc}$ e a de volume é $I_v = 0,98I_{inc}$. Quando consideramos o caso água \rightarrow ar, temos $I_s = 0,98I_{inc}$ e $I_v = (1,00+0,02)I_{inc}$, o que leva a uma diferença de 4% entre as duas intensidades.

Para simularmos essas condições, ao invés de considerarmos a pressão final, optamos por calcular a deformação usando separadamente as forças de superfície e de volume, expressas nas equações (3.25) e (3.26).

Com o uso da relação de Clausius-Mossoti

$$\rho \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \rho} \right)_T = \frac{1}{3} (\epsilon_r - 1) (\epsilon_r + 2), \quad (5.5)$$

obtemos a pressão de superfície e a força de volume por meio das equações (3.24) e (3.25) como¹

$$P_s(r) = I_s \frac{2}{c} \left(\frac{1}{3} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n + 1)^2} - \frac{(n - 1)}{(n + 1)} \right) \quad (5.6)$$

e

$$f_v(r) = I_v \frac{8}{3c} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n + 1)^2} \frac{r}{\omega_e^2}. \quad (5.7)$$

Utilizando os valores já discutidos, obtemos a diferença mostrada na Figura 5.7.

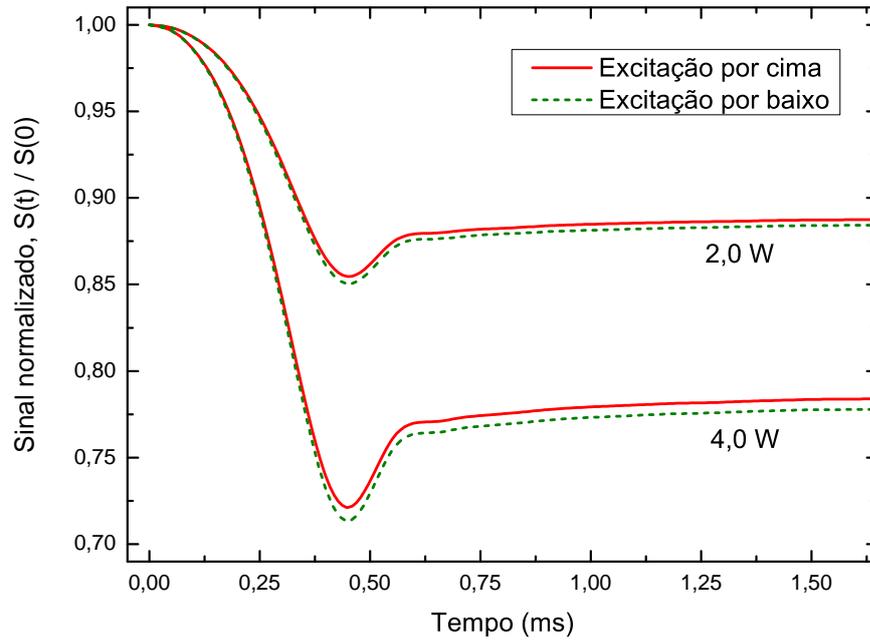


Figura 5.7: Comparação entre sinais normalizados de Espelho Fotomecânico calculados utilizando as equações (5.6) e (5.7), com laser de excitação passando pela interface nos sentidos ar \rightarrow água com $I_s = I_v = 0,98$ e água \rightarrow ar, com $I_s = 0,98$ e $I_v = 1,02$.

Novamente, os cálculos foram realizados considerando as dimensões do sistema real e com as propriedades físicas da água em 25°C . Mesmo que a espessura de água

¹A obtenção dessas expressões estão detalhadas no Apêndice A.

tenha aumentado em 7 vezes, ainda estava dentro do intervalo em que o raio do feixe pode ser considerado constante.

Ashkin e Dziedic não perceberam essa diferença na época possivelmente porque seus experimentos não forneciam sensibilidade suficiente para isso. Entretanto, com esse resultado, fica claro a importância que a eletrostrição tem dentro das forças interagindo no meio. Alguns autores chegaram a desconsiderar a eletrostrição, consideraram que ela seria muito menor do que os efeitos de superfície. Caso seja trocado a água por algum outro líquido com índice de refração ainda maior, esse efeito será ainda mais relevante.

Para considerar que o raio do feixe de excitação ao longo da espessura da amostra fosse constante, foi utilizado apenas 7,5 *cm* de espessura de água. Para armazenar a quantidade de água correspondente a essa espessura, foi projetado um porta amostras de alumínio aberto na parte superior, por onde incidiria o feixe de prova, e na parte inferior foi colocado uma janela óptica para podermos incidir o feixe de excitação por baixo. Nessa configuração, a janela óptica ficou posicionada na região confocal do feixe, assim, a absorção e geração de calor pela janela são desprezíveis na utilização do laser cw. No entanto, a utilização do laser pulsado não é possível, pois a energia utilizada para gerar as forças na água já era suficiente para gerar o aquecimento da janela.

5.3 Medidas com dupla excitação

Prosseguindo com a ideia de observar efeitos de volume e superfície, introduzimos um espelho dentro da cubeta com água, como ilustrado na Figura 5.8, o que fez com que o feixe transmitido na interface fosse refletido de volta, o qual percorreu o mesmo caminho para fora e contribuiu com as forças induzidas, de tal forma que o efeito total foi dobrado.

Nesses experimentos, reduzimos a espessura da coluna de água para que a distância percorrida dentro da água pelo feixe incidente mais o feixe refletido fosse ainda menor que a distância confocal, z_c . Foi considerado também uma espessura que ficasse próxima das utilizadas nas medidas realizadas na seção anterior, com o feixe incidindo por baixo.

O sistema foi montado de tal forma a repetir os parâmetros geométricos da seção anterior e utilizamos um becker para armazenarmos a água. Uma consideração essencial para essas medidas foi a adição de um ajuste de angulação no suporte do becker. No Espelho Fotomecânico, os feixes de prova e de excitação devem estar o mais colineares possíveis e, o mais importante, concêntricos na superfície da amostra. Para garantir isso, antes de cada medida, o efeito é maximizado ao transladar a lente do feixe de excitação no plano (x, y) . Ao maximizar o sinal, garantimos que os dois feixes estão concêntricos. Com a adição do feixe refletido, é necessário que esse também esteja concêntrico com os outros dois. Para tanto, foi adicionado um ajuste de angulação na base do porta amostra para maximizar o efeito gerado pelo feixe refletido.

A Figura 5.9 mostra os resultados da seção anterior e das medidas realizadas o espelho submerso. Foi utilizado um espelho dielétrico de alta reflectância ($R = 99\%$) que não gera aquecimento e não deforma o feixe refletido, o que mantém o raio do feixe constante.

Pelos dados adquiridos, observamos que o efeito é praticamente dobrado com-

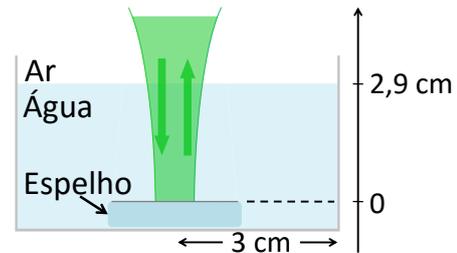


Figura 5.8: Ilustração do posicionamento do espelho e do feixe de excitação. A flecha para baixo indica o sentido do feixe incidente e a para cima indica o feixe refletido.

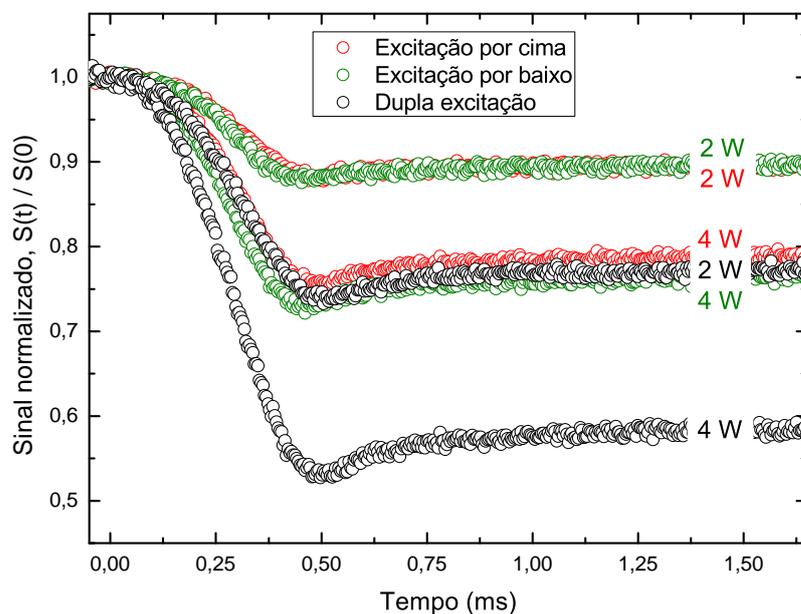


Figura 5.9: Comparação entre sinais normalizados de Espelho Fotomecânico com laser de excitação cw passando pela interface nos sentidos ar \rightarrow água, água \rightarrow ar e ar \rightarrow água \rightarrow ar, sob excitação de 2 e 4 W.

parado com os dados excitados por feixes simples, e não fazem distinção entre os sentidos de incidência dos feixes. Ao comparar os resultados das medidas com excitação por cima, por baixo e dupla excitação, observa-se uma pequena diferença nos comportamentos temporais. Isso pode estar relacionado à presença partículas ou resíduos na superfície do espelho que podem mudar a tensão superficial ou a viscosidade da água, e mudam os tempos característicos da evolução da deformação.

Quanto as diferenças de amplitude, fizemos a mesma análise realizada com o feixe por baixo. Ao considerar a incidência por cima, temos que as intensidades relacionadas às forças de superfície e volume são: $I_s = 0,98I_{inc}$ e $I_v = 0,98I_{inc}$. Quando a incidência é por baixo temos: $I_s = 0,98I_{inc}$ e $I_v = 1,02I_{inc}$. No entanto, quando consideramos dupla excitação temos o desconto devido a reflexão na interface ar/água, com a mesma intensidade interagindo na superfície e no volume, $0,98I_{inc}$. O feixe incide no espelho e faz seu caminho de volta, entretanto, nessa reflexão, é perdido 1% da intensidade no espelho e, ao passar novamente pela interface, são refletidos 2% de volta para o volume, totalizando assim:

$$I_s = [0,98 + (0,98 \times 0,99 \times 0,98)] I_{inc} = 1,93I_{inc} \quad (5.8)$$

e

$$I_v = [0,98 + (0,98 \times 0,99) + (0,98 \times 0,99 \times 0,02)] I_{inc} = 1,97 I_{inc}. \quad (5.9)$$

Com a utilização da nova geometria do sistema e das equações (5.6) e (5.7) com a respectivas intensidades, foram calculados os sinais com o modelo numérico apresentados na Figura 5.10

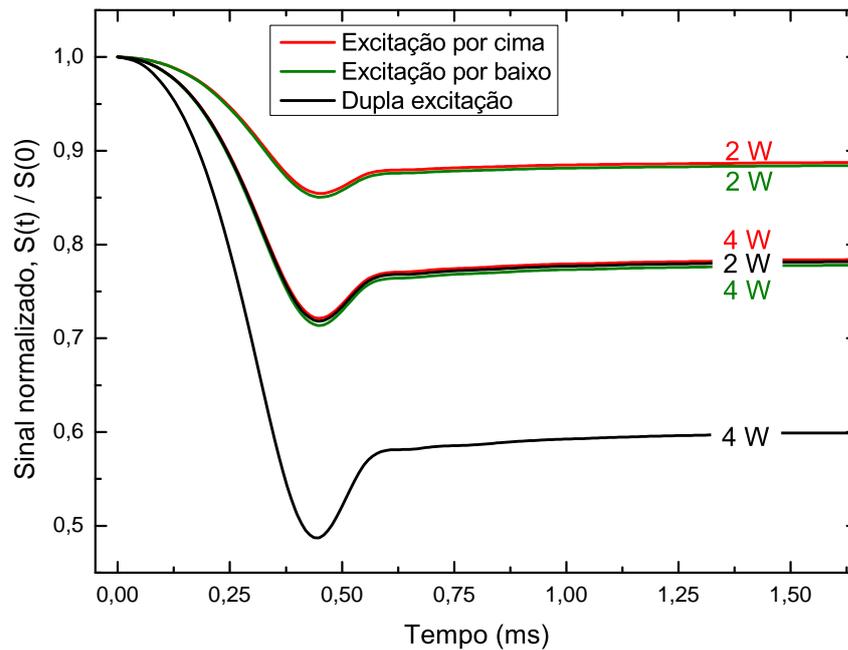


Figura 5.10: Comparação entre sinais normalizados de Espelho Fotomecânico simulados com laser de excitação passando pela interface nos sentidos ar \rightarrow água, água \rightarrow ar e ar \rightarrow água \rightarrow ar, sob excitação de 2 e 4 W.

A Figura 5.10 mostra que as considerações feitas concordam com os dados experimentais mostrados na Figura 5.9.

5.4 Desfocando e focando

Consideramos aqui os casos em que o feixe de excitação atravessa a água mudando suas dimensões radiais. Apresentamos as duas condições mais distintas: o raio do feixe é aumentado ao longo do volume, “desfocando”, e o raio é diminuído, “focando”, ambos ilustrados na Figura 5.11.

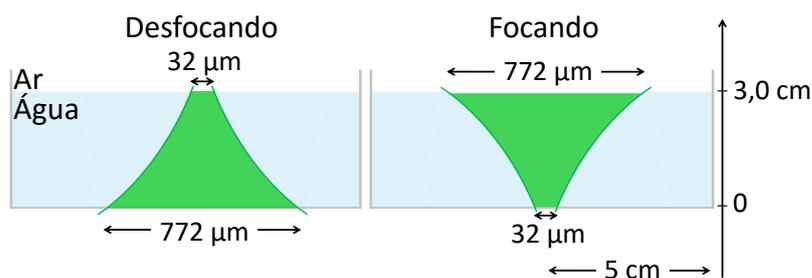


Figura 5.11: Esquema ilustrativo da propagação do feixe de excitação ao longo do volume de água, ao considerar os casos “desfocando” e “focando”, em que os diâmetros do feixe variam de 32 a 772 μm .

Para essas medidas, utilizamos a configuração em que o feixe de excitação vem por baixo da amostra e atravessa a interface no sentido água \rightarrow ar². Para conseguir as mudanças radiais mostradas na Figura 5.11, trocamos a lente de distância focal de 75 cm por uma de 5,7 cm. Com essa lente, obtivemos um raio na cintura do feixe de 16 μm e distância confocal de $z_c = 1,5 mm$, o que fez com que o raio do feixe diminuísse ou aumentasse rapidamente. Os outros parâmetros são: $\omega_{1p} = 1590 \mu m$, $V = 32,9$, $z_2 = 7,1 m$. Na fotomultiplicadora foi aplicada uma tensão de 650 V e acoplado um resistor de 500 Ω . A temperatura da água foi mantida em 23°C. Com essa configuração, preenchemos o porta amostra com água até obter uma espessura de 3 cm. Na configuração desfocando, o raio do feixe na interface ar \rightarrow água foi de 16 μm aumentando para 386 μm na outra interface água \rightarrow quartzo. Na configuração focando obtivemos os mesmos valores (invertidos). Dessa forma, temos que o raio maior utilizado é 24 vezes maior que o raio na cintura.

Foram realizadas medidas com diferentes potências de excitação utilizando os dois arranjos, cujos resultados estão apresentados na Figura 5.12.

²Embora tenhamos utilizado o arranjo com excitação por baixo, ao discutir o experimento ou os resultados, levaremos em conta o referencial do feixe de prova, que considera o sentido ar \rightarrow água.

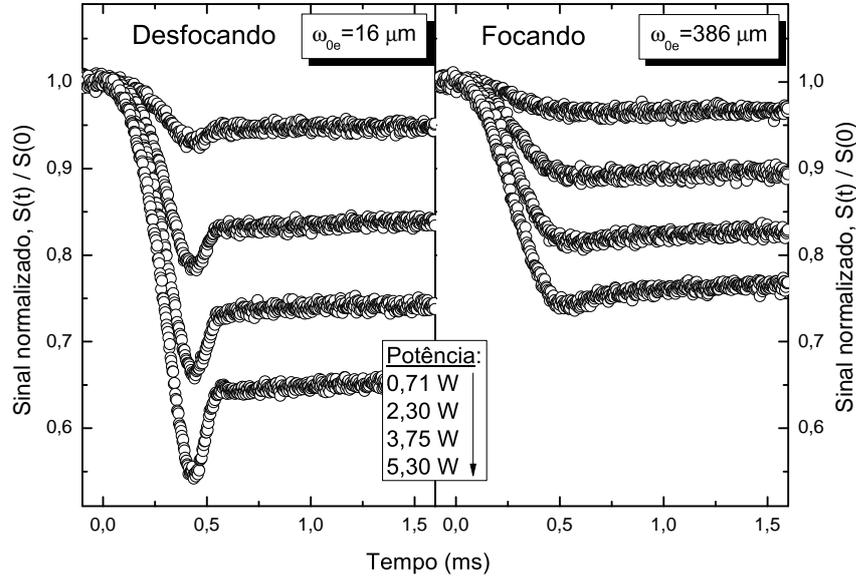


Figura 5.12: Sinais normalizados de Espelho Fotomecânico com laser de excitação cw desfocando ao longo da espessura e focando ao longo da espessura, em que ω_{0e} é o raio de excitação na interface.

O fato dos raios dos feixes serem diferentes na interface e, também a variação desses ao longo da espessura, causaram modificações apreciáveis nos sinais obtidos. Observa-se que a configuração com o feixe desfocando, que tem a posição focal na interface, gerou um sinal muito maior do que o outro caso, além do efeito das ondas ao redor da deformação central. O aparecimento das ondas tem ligação com a densidade da intensidade que nesse caso, é muito maior e gera deformações maiores. Além disso, essas ondas podem ser relacionadas a um parâmetro geométrico (não comentado até aqui) de grande importância no experimento de Espelho Térmico, que é o parâmetro de descasamento entre os feixes de prova e de excitação

$$m = \left(\frac{\omega_{1p}}{\omega_{0e}} \right)^2. \quad (5.10)$$

Esse parâmetro não define, mas está relacionado à sensibilidade da técnica. Quanto maior esse descasamento, mais sensível a técnica fica às variações da intensidade do feixe de prova em sua região central. Todavia, a sensibilidade não aumenta linearmente com o valor desse parâmetro. O parâmetro de descasamento ainda precisa ser melhor estudado.

Nessas medidas, para o caso desfocando, obtivemos $m = 9875,4$, enquanto que para o caso focando, $m = 17,0$. Esses valores são apenas de caráter informativo,

pois o raio do feixe de excitação varia ao longo da espessura da amostra em nossos experimentos. Para mostrar isso, calculamos numericamente o sinal considerando que não houvesse variação radial dos feixes, ou seja, considerando que o raio é constante ao longo da amostra e comparamos com os dados experimentais, mostrado na Figura 5.13.

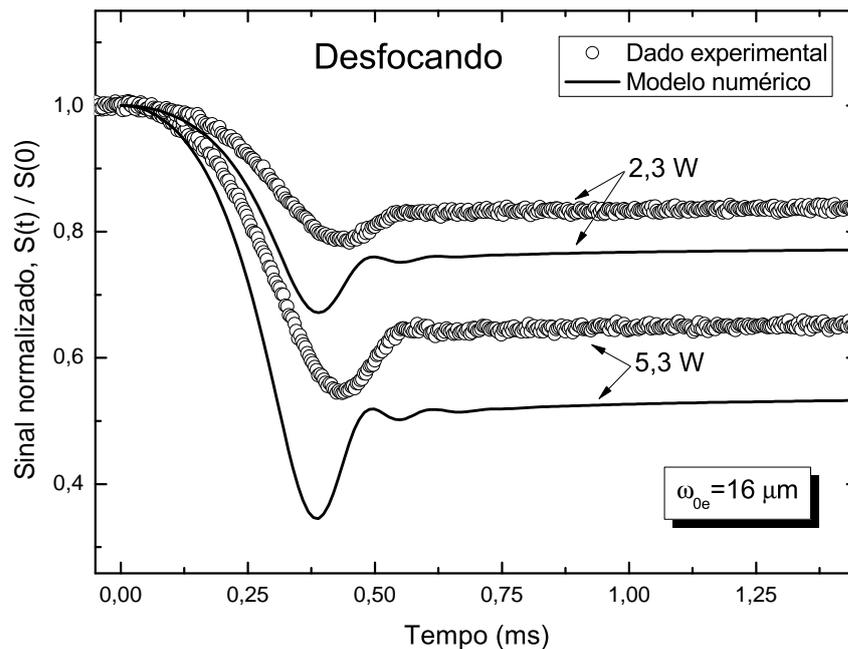


Figura 5.13: Comparação entre transiente experimental com raio do feixe aumentando ao longo da espessura e o modelo numérico considerando o raio do feixe constante ao longo da espessura.

A Figura 5.13 mostra que, caso não houvesse a variação do raio do feixe de excitação ao longo da espessura, o sinal induzido deveria ter amplitude ainda maior do que o medido. Os resultados também mostram que o tempo de formação do efeito é diferente: o modelo numérico mostra que, com o raio constante, o efeito atua mais rapidamente.

A mudança no tempo do efeito é devido à resposta da eletrostrição, que é uma força de volume dependente da intensidade. Nesse caso, a densidade de intensidade está diminuindo ao longo da espessura, e atua em uma área cada vez maior conforme se afasta da superfície. Assim, a contribuição da eletrostrição perde em tempo de formação e em magnitude.

Na Figura 5.14 é mostrado o outro caso, considera-se que o raio do feixe seja constante ao longo da espessura, no entanto, com o raio de $\omega_{0e} = 386 \mu\text{m}$. Os

resultados da simulação mostram que o sinal do modelo numérico tem amplitude menor do que a obtida experimentalmente. Isso acontece porque a eletrostrição tem efeito mais significativo conforme se afasta da superfície e o raio do feixe fica menor ou com densidade de intensidade maior. Com relação ao tempo de formação, não é possível chegar em uma solução clara, pois parecem possuir a mesma característica temporal.

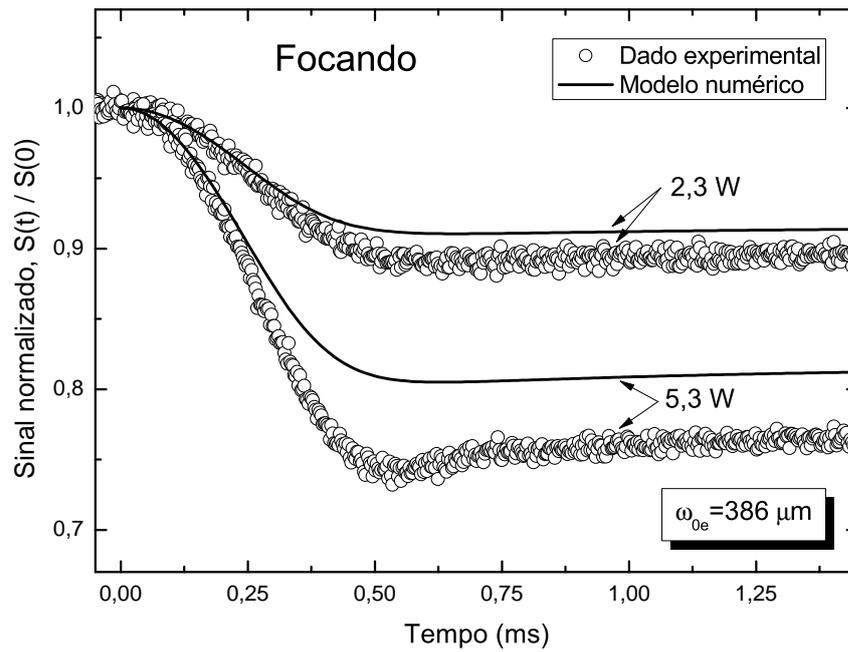


Figura 5.14: Comparação entre transiente experimental com raio do feixe diminuindo ao longo da espessura e o modelo numérico considerando o raio do feixe constante ao longo da espessura.

Com esses resultados, mostramos que pode-se aumentar ou diminuir a influência da eletrostrição na deformação superficial da água. No entanto, ainda é de grande interesse quantificar essas influências.

5.5 Análise da evidência experimental da pressão da luz de Abraham

Zhang et al. [36] apresentaram a primeira observação experimental quantitativa do momento de Abraham. Nesse trabalho, eles apontam que os resultados de Ashkin e Dziedzic, Astrath et al. e ainda outros pesquisadores, observaram o momento de Minkowski pois todos analisaram o problema em um sistema quasi-estático. Os autores propuseram repetir o experimento de Ashkin e Dziedzic usando algumas características do experimento de Astrath et al., que seria analisar o feixe refletido na superfície. No experimento, foi utilizado um feixe de excitação não focado na superfície do líquido e, dessa forma, observaram que ao invés da superfície da água expandir, ela contraía de acordo como predito por Abraham.

O experimento consiste em incidir um feixe laser não focado na superfície com um raio³ de $\omega_{0e} = 187 \mu m$, em um ângulo de 3° , para que fossem capaz de separar o feixe incidente do feixe refletido. Ao separar o feixe refletido, esse era direcionado para uma das paredes do laboratório e percorreu um caminho de $2,61 m$. A imagem do feixe projetada na parede foi monitorada por uma câmera.

A Figura 5.15 mostra a evolução temporal do perfil de intensidade que obtiveram ao utilizar laser de excitação contínua operando com $2 W$.

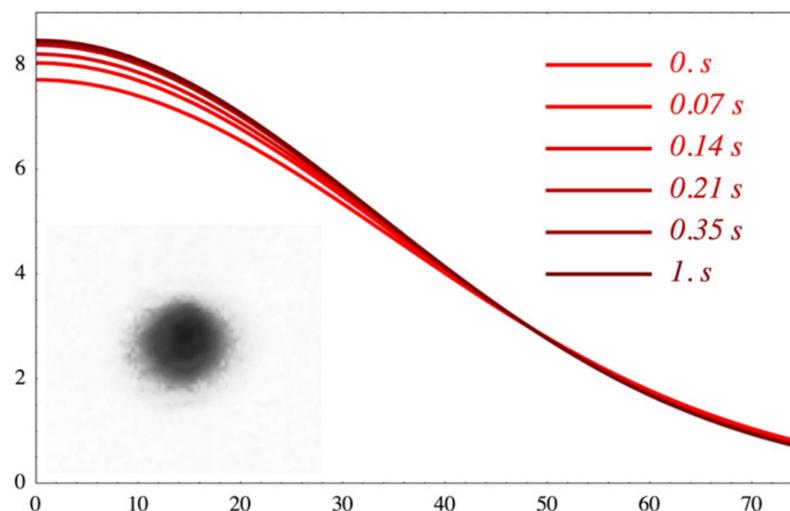


Figura 5.15: Variação temporal do perfil de intensidade do feixe medida por Zhang et al. [36].

³No trabalho, eles apresentam o valor do raio do feixe como $a_1 = 0,264 mm$; no entanto, utilizam uma notação diferente da que empregamos nessa tese. A relação entre as duas notações é $\omega = a/\sqrt{2}$.

Observaram que, com a incidência do feixe na água, a intensidade do centro do feixe refletido aumentava com o tempo, o que indica que o feixe refletido estaria se focando, assim, de acordo com o formalismo de Abraham. Fizeram também medidas com o laser focado na superfície da água, com o mesmo método descrito anteriormente, e observaram uma divergência do feixe, de acordo com o momento de Minkowski.

Os autores propuseram a seguinte justificativa: quando o feixe incidente está focado na superfície, a força do gradiente óptico aumenta a pressão no fluido, mas a luz não é capaz de colocar o fluido em um regime de movimento pois o feixe possui um raio muito pequeno ou a espessura de água é muito fina, e faz com que a superfície se expanda, como na Figura 5.16.a. Já se, o feixe for largo o suficiente ou a espessura da água grossa suficiente, o feixe será capaz de gerar fluxo no fluido, ilustrado pelas linhas na Figura 5.16.b, e faz com que a superfície se contraia, de acordo com o predito por Abraham.

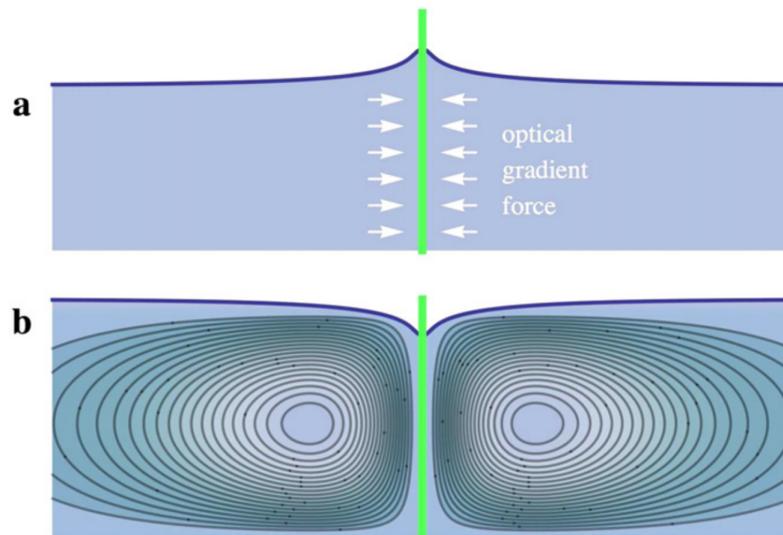


Figura 5.16: Explicação dos diferentes regimes de resposta de um fluido sob a incidência de um feixe laser [36].

Ao comparar seus parâmetros experimentais com os de Ashkin e Dziedzic, e de Astrath et al., chegaram à conclusão de que o raio do feixe de excitação desses autores era menor do que o necessário para colocar o fluido em movimento e, também, a espessura da coluna de água era pequena. Por isso, obtiveram resultados referentes ao momento de Minkowski.

Para determinar qual momento seria favorecido, eles ainda derivaram uma ex-

pressão dependente dos parâmetros geométricos do experimento utilizado

$$Re_L = \frac{r_{NL}}{\sqrt{2}\omega_e} \sqrt{Re}, \quad (5.11)$$

com

$$\begin{aligned} r_{NL} &= \frac{2L}{\pi} \exp\left(-\gamma - \frac{1 + Re + \sqrt{1 + 2Re}}{2Re}\right) \\ &\sim \frac{2L}{\pi} \exp\left(-\gamma - 1 - \frac{1}{Re}\right) \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$Re = \frac{n-1}{n+1} \frac{P_e}{\mu^2 \pi \rho c}, \quad (5.13)$$

em que γ é a constante de Euler.

Caso $Re_L \leq 1$, haverá fluxo do fluido e será observado o momento de Abraham, caso $Re_L > 1$, não haverá fluxo e o momento de Minkowski predominará.

Para determinarmos se realmente poderíamos montar um arranjo experimental capaz de observar o momento de Abraham, utilizamos a expressão (5.11) e determinamos qual seria a configuração que deveríamos buscar. Na realidade, foram montadas diversas configurações experimentais respeitando a expressão (5.11). Aqui será apresentado apenas o resultado de uma delas, como mostrado na Figura 5.17.

Nesse experimento, utilizamos um recipiente onde a água teria 18 *cm* de espessura e 6 *cm* de raio. O feixe de excitação com raio de $\omega_{0e} = 84 \mu m$ e os demais parâmetros geométricos sendo: $z_c = 4,2 \text{ cm}$, $\omega_1 p = 1600 \mu m$, $z_2 = 6,8 \text{ m}$ e $V = 30,7$. No entanto, como podemos observar, o transiente ainda representa o feixe de prova divergindo, o que concorda com o momento de Minkowski. Todos os outros experimentos que realizamos obedecem a expressão (5.11).

Como experimento final, repetimos o método realizado por eles, utilizamos o próprio feixe de excitação para provar o efeito e incidimos 2W na água, desviamos a reflexão do feixe na superfície da água e o projetamos na parede. Observamos que, dessa maneira, há muito espalhamento e os 2% da intensidade refletida ainda são muito intensos. Gravamos a projeção do feixe na parede utilizando uma câmera. Antes de gravarmos o experimento foi adicionado um filtro óptico de intensidade, para que a quantidade de luz espalhada não saturasse o sensor da câmera. Desse resultado obtivemos que a variação do raio do feixe é muito pequena. Mas, ainda assim, o feixe sofreu divergência, o que concorda com o momento de Minkowski.

Com todos esses resultados, concluímos que Zhang et al. não obtiveram a

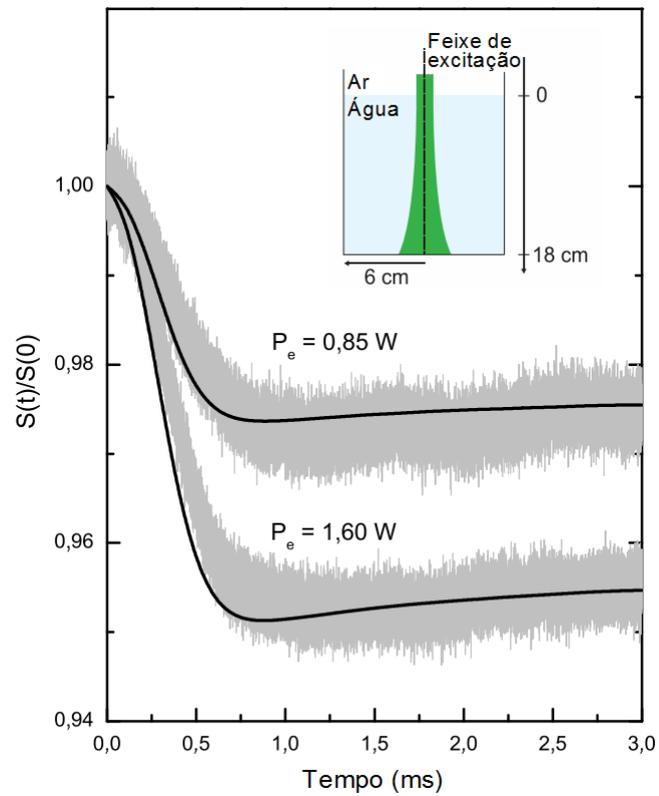


Figura 5.17: Transientes normalizados utilizando o arranjo experimental capaz de observar o momento de Abraham, segundo Zhang et al. [36]. A curva cinza representa os dados experimentais e a linha contínua é o modelo numérico.

primeira evidência experimental da pressão de radiação de Abraham. O método utilizado por eles é muito inferior ao utilizado por Astrath et al. e ao empregado nessa tese.

Conclusão

Nesse trabalho, investigamos as forças eletromagnéticas atuantes na água, induzidas pela presença de um feixe laser. Utilizamos a técnica de Espelho Fotomecânico, para medir a deformação superficial da interface ar/água induzida pela pressão de radiação. Por meio do Método de Elementos Finitos, resolvemos numericamente a equação de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis com a utilização da pressão gerada pelo feixe. A pressão obtida foi desenvolvida por meio da força de Helmholtz. Foram comparados qualitativamente e quantitativamente os dados experimentais com os resultados numéricos. Em todos os casos propostos, observamos uma satisfatória concordância entre experimento e teoria.

Realizamos experimentos cujo feixe de excitação atravessa a interface no sentido ar \rightarrow água, semelhante ao realizado por Astrath et al.. Com o laser contínuo, observamos uma expansão da superfície com o tempo, o que atinge uma amplitude máxima após $333 \mu s$, seguida de uma pequena diminuição e, então, alcança um estado estacionário. O laser pulsado também gera a expansão da superfície, no entanto, há uma rápida contração após o pulso, o que leva o sinal ao estado estacionário.

Foram apresentados experimentos com diferentes condições do arranjo experimental. Com a excitação por baixo, água \rightarrow ar, ainda observamos a expansão da superfície. Ao comparar com a excitação por cima, nota-se uma sutil diferença de amplitude nas deformações. A reflexão interna do feixe de excitação deve ser considerada na pressão induzida no volume, o que demonstra a importância da eletrostrição interagindo no meio juntamente com as outras forças. Em líquidos com índices de refração maiores que o da água esse fator será ainda mais relevante.

Com dupla excitação, ar \rightarrow água \rightarrow ar, devido a expansão da superfície ser

independente do sentido da incidência do feixe, conseguimos dobrar a amplitude da deformação com o uso de um espelho no fundo do recipiente com água. Além de dobrar a amplitude, mostramos que é possível aumentar ou diminuir a contribuição da eletrostrição. Ao fazer com que o feixe varie sua dimensão radial ao passar pela coluna de água, focando ou desfocando, observamos que a amplitude da deformação possui grande diferença comparada com o caso em que o diâmetro do feixe é constante. Com o feixe desfocando ao longo da amostra, a deformação induzida é menor que no caso de diâmetro constante, pois o efeito de eletrostrição é menos influente. No caso focando, ocorre o inverso, a densidade energética aumenta ao longo da coluna de água, o que amplifica o efeito de eletrostrição.

Por fim, esse trabalho analisou a evidência experimental da pressão da luz de Abraham, obtida por Zhang et al.. Os autores propuseram condições experimentais que determinaria se o experimento seria capaz de ver a expansão ou a contração da superfície. Após cumprir as condições no arranjo de Espelho Fotomecânico para observar a contração, continuou sendo observado expansão da superfície da água, mesmo ao tentar replicar o experimento dos autores.

Isso posto, em todos os experimentos realizados, a superfície da água apresentou expansão devido à passagem de fótons. A técnica de Espelho Fotomecânico provou ser capaz e suficientemente sensível para as observações de tais deformações, e pode ser amplamente utilizada para diferentes líquidos ou ainda em sólidos.

Apêndices

Apêndice A

Tensor de *stress*

Na seção 3.2.2, foram apresentadas as expressões para o tensor de *stress*

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} = -P_0\delta_{ik} & - \frac{E^2}{8\pi} \left[\epsilon - \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\epsilon}{4\pi} E_i E_k \\ & - \frac{H^2}{8\pi} \left[\mu - \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\mu}{4\pi} H_i H_k, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

e para a força gerada no dielétrico

$$f_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \frac{\partial G_i}{\partial t}, \quad (\text{A.2})$$

com $\vec{G} = \vec{E} \times \vec{H}/(4\pi c)$ sendo a densidade de momento eletromagnético.

Ao substituir a equação A.1 em A.2, obtemos

$$\begin{aligned} f_i = & -\frac{\partial P_0}{\partial x_k} \delta_{ik} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\epsilon E^2}{8\pi} \right) \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{E^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\epsilon}{4\pi} E_i E_k \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu H^2}{8\pi} \right) \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{H^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] \delta_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu}{4\pi} H_i H_k \right) - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

pode-se escrever o segundo, quarto, quinto e o sétimo termos como

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\epsilon E^2}{8\pi} \right) \delta_{ik} & = \frac{\epsilon E_k}{4\pi} \left(\frac{\partial E_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ik} + \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \right) \delta_{ik}, \\ \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\epsilon E_i E_k}{4\pi} \right) & = \frac{E_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\epsilon E_k)}{\partial x_k} \right] + \frac{\epsilon E_k}{4\pi} \left(\frac{\partial E_i}{\partial x_k} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu H^2}{8\pi} \right) \delta_{ik} = \frac{\mu H_k}{4\pi} \left(\frac{\partial H_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ik} + \frac{H^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_k} \right) \delta_{ik},$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu H_i H_k}{4\pi} \right) = \frac{H_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\mu H_k)}{\partial x_k} \right] + \frac{\mu H_k}{4\pi} \left(\frac{\partial H_i}{\partial x_k} \right).$$

Ao utilizar as expressões acima, o fato de que $\delta_{ij} = 1$ quando $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ quando $i \neq j$, temos

$$\begin{aligned} f_i = & - \frac{\partial P_0}{\partial x_i} - \frac{\epsilon E_k}{4\pi} \left(\frac{\partial E_k}{\partial x_i} \right) - \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{E^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] \\ & + \frac{E_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\epsilon E_k)}{\partial x_k} \right] + \frac{\epsilon E_k}{4\pi} \left(\frac{\partial E_i}{\partial x_k} \right) \\ & - \frac{\mu H_k}{4\pi} \left(\frac{\partial H_k}{\partial x_i} \right) - \frac{H^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{H^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] \\ & + \frac{H_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\mu H_k)}{\partial x_k} \right] + \frac{\mu H_k}{4\pi} \left(\frac{\partial H_i}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} f_i = & - \frac{\partial P_0}{\partial x_i} - \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{E^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] + \frac{\epsilon E_k}{4\pi} \left(\frac{\partial E_i}{\partial x_k} - \frac{\partial E_k}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{H^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{H^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] + \frac{\mu H_k}{4\pi} \left(\frac{\partial H_i}{\partial x_k} - \frac{\partial H_k}{\partial x_i} \right) \\ & + \frac{E_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\epsilon E_k)}{\partial x_k} \right] + \frac{H_i}{4\pi} \left[\frac{\partial (\mu H_k)}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Com a relação do cálculo vetorial

$$\begin{aligned} \vec{X} \times \nabla \times \vec{X} &= \epsilon_{ijk} X_j \epsilon_{klm} \nabla_l X_m = (\delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}) X_j \nabla_l X_m \\ &= -X_k (\nabla_k X_i - \nabla_i X_k) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

e já obtendo a força vetorial, $\vec{f} = \sum_i f_i$, temos

$$\begin{aligned} \vec{f} = & - \nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon + \nabla \left[\frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{1}{4\pi} \epsilon \vec{E} \times \nabla \times \vec{E} \\ & - \frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \nabla \mu + \nabla \left[\frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{1}{4\pi} \mu \vec{H} \times \nabla \times \vec{H} \\ & + \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) + \frac{1}{4\pi} \vec{H} \cdot \nabla \cdot (\mu \vec{H}) - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Ao usar as relações $D_k = \epsilon E_k$ e $B_k = \mu H_k$, reescrevemos A.7 como

$$\begin{aligned} \vec{f} = & - \nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon + \nabla \left[\frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{1}{4\pi} \epsilon \vec{E} \times \nabla \times \vec{E} \\ & - \frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \nabla \mu + \nabla \left[\frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{1}{4\pi} \mu \vec{H} \times \nabla \times \vec{H} \\ & + \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \nabla \cdot \vec{D} + \frac{1}{4\pi} \vec{H} \cdot \nabla \cdot \vec{B} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Das equações de Maxwell temos,

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \vec{D} &= 0, \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0. \end{aligned}$$

Ao utilizá-las, obtemos que

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi} \epsilon \vec{E} \times \nabla \times \vec{E} &= \frac{\mu \epsilon}{4\pi c} \vec{E} \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right), \\ -\frac{1}{4\pi} \mu \vec{H} \times \nabla \times \vec{H} &= -\frac{\mu \epsilon}{4\pi c} \vec{H} \times \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

e

$$\frac{\mu \epsilon}{4\pi c} \vec{E} \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) - \frac{\mu \epsilon}{4\pi c} \vec{H} \times \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \frac{\mu \epsilon}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}). \quad (\text{A.9})$$

Com isso, obtemos a expressão para a força gerada no líquido

$$\begin{aligned} \vec{f} = & - \nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon - \frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \nabla \mu + \nabla \left[\frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] \\ & + \nabla \left[\frac{\langle H \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{\mu \epsilon - 1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Ao Considerar um fluido dielétrico cuja permissividade é unitária, $\mu = 1$, a

expressão da força simplifica-se para

$$\vec{f} = -\nabla P_0 - \frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \nabla \epsilon + \nabla \left[\frac{\langle E \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] - \frac{\mu\epsilon - 1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{H}) . \quad (\text{A.11})$$

O primeiro termo da direita considera a pressão preexistente no material mesmo na ausência de qualquer campo. O segundo está relacionado às variações espaciais da permissividade elétrica e atua especialmente em interfaces onde a permissividade possui descontinuidades. O terceiro está relacionado à eletrostrição. O último é a densidade de força de Abraham, o qual tende a zero em frequências ópticas e pode ser desprezado.

Esta é apenas a força atuante no líquido, entretanto, a pressão gerada ainda deve considerar a força eletromagnética gerada no ar que está na interface com o líquido. Nesse caso, $\epsilon_{ar} = 1$, e soma-se no tensor de *stress* apenas o termo $\langle E_{||} \rangle^2 / (8\pi)$, o que contribui apenas para força gerada na superfície. Dessa forma, pode-se distinguir as duas contribuições, uma contribuição atuante na superfície

$$f_s = \nabla_z \left\{ \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T - (\epsilon - 1) \right] \right\} , \quad (\text{A.12})$$

e outra no volume

$$f_v = \nabla_r \left[\frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \right] . \quad (\text{A.13})$$

Dessas forças, obtém-se a pressão superficial

$$P_s = \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T - (\epsilon - 1) \right] , \quad (\text{A.14})$$

e a pressão no volume

$$P_v = \frac{\langle E_{||} \rangle^2}{8\pi} \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T . \quad (\text{A.15})$$

Deve-se lembrar que viemos trabalhando no sistema gaussiano de unidades (CGS). Utilizando $\vec{E} \rightarrow \sqrt{4\pi\epsilon_0}\vec{E}$ e $\epsilon \rightarrow \epsilon_r = \epsilon_m/\epsilon_0$, reescrevemos as pressões no sistema internacional de unidades (MKS), tais como

$$P_s = \frac{\epsilon_0}{2} \langle E_{||} \rangle^2 \left[\rho \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \rho} \right)_T - (\epsilon_r - 1) \right] \quad (\text{A.16})$$

e a pressão no volume

$$P_v = \frac{\epsilon_0}{2} \langle E_{\parallel} \rangle^2 \rho \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \rho} \right)_T. \quad (\text{A.17})$$

Ao considerar a relação de Clausius-Mossoti

$$\rho \left(\frac{\partial \epsilon_r}{\partial \rho} \right)_T = \frac{1}{3} (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2), \quad (\text{A.18})$$

reescrevemos as pressões como

$$P_s = \frac{\epsilon_0}{2} \langle E_{\parallel} \rangle^2 \left[\frac{1}{3} (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2) - (\epsilon_r - 1) \right], \quad (\text{A.19})$$

$$P_v = \frac{\epsilon_0}{2} \langle E_{\parallel} \rangle^2 \frac{1}{3} (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2). \quad (\text{A.20})$$

O valor médio quadrático do campo elétrico é a porção transmitida do feixe incidente, $\langle E_{\parallel} \rangle^2 = T \langle E_{inc} \rangle^2$, com $T = 4n/(n+1)^2$, cuja intensidade é $I(r, t) = \epsilon_0 c n \langle E_{inc} \rangle^2$, temos

$$P_s(r, t) = \frac{I(r, t)}{c} \frac{2}{(n+1)^2} \left[\frac{1}{3} (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2) - (\epsilon_r - 1) \right], \quad (\text{A.21})$$

$$P_v(r, t) = \frac{I(r, t)}{c} \frac{2}{(n+1)^2} \frac{1}{3} (\epsilon_r - 1)(\epsilon_r + 2). \quad (\text{A.22})$$

Por fim, utiliza-se a relação $\epsilon_r = n^2$ e obtém-se

$$P_s(r, t) = I(r, t) \frac{2}{c} \left[\frac{1}{3} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n+1)^2} - \frac{(n-1)}{(n+1)} \right] \quad (\text{A.23})$$

e

$$P_v(r, t) = I(r, t) \frac{2}{3c} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n+1)^2}. \quad (\text{A.24})$$

Apêndice **B**

Utilização do Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos é um procedimento matemático para resolução numérica de sistemas físicos descritos por equações diferenciais. Consiste em discretizar um sistema contínuo, representando-o, de forma aproximada, por um conjunto finito de pequenos elementos de área ou volume, cujas propriedades físicas são mantidas, e resolver equações diferenciais em determinadas condições de contorno. Quanto maior o número de elementos, melhor será a aproximação do sistema real.

Esse método numérico tem sido muito utilizado na solução de problemas de física e engenharia, pois é uma poderosa ferramenta para análise estrutural, geração e transferência de calor, deformações superficiais devido a aquecimento ou pressão mecânica, entre outras análises. Mas também vem sendo empregado em diferentes áreas de pesquisa e da indústria.

Nessa tese utilizou-se o software *Comsol Multiphysics 4.3b* para determinar a deformação superficial da água gerada por forças induzidas por um feixe laser. O software é capaz de resolver problemas de unidimensionais a tridimensionais em diferentes módulos de aplicação, como mecânica estrutural, rádio frequência, eletroquímica, entre outros. A utilização do software segue os seguintes passos:

- escolher a dimensão em que será realizada as análises: 1D, 1D simétrico no eixo, 2D, 2D simétrico no eixo ou 3D;
- selecionar o módulo e sub-módulo que melhor condiz com o problema a ser estudado;

- desenhar a geometria do sistema;
- especificar as condições de contorno e os termos de fonte do problema;
- definir o número de elementos a ser dividido o sistema;
- e, por fim, estabelecer o intervalo de tempo que será analisada a evolução do problema.

A variação do sinal no fotodetector, $I(t)/I(0)$, foi obtida com o cálculo a deformação da superfície da água utilizando o módulo *Fluid Flow* e o sub-módulo *Multiphase Flow* na opção *Laminar Two-Phase Flow, Moving Mesh*. Consideramos o sistema em duas dimensões, com simetria no eixo azimutal, pois todo o sistema pode ser descrito em coordenadas cilíndricas.

As medidas realizadas nesse trabalho utilizaram diferentes geometrias de amostra e cada simulação foi realizada de acordo com a respectiva geometria. A Figura B.1 apresenta uma das geometrias utilizadas, com 3 cm de largura e 1 cm de espessura. O retângulo representa a amostra de água, e toda a área ao redor, partindo de $r = 0$, é definida como sendo ar.

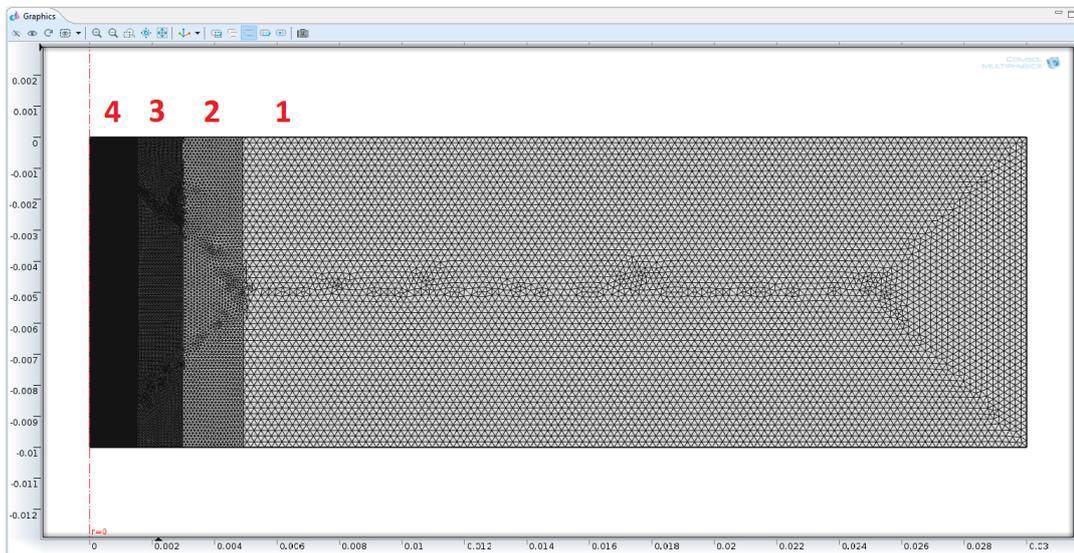


Figura B.1: Representação da geometria do sistema e da malha utilizada no software *Comsol Multiphysics 4.3b*. Girando a figura em torno de $r = 0$ obtém-se o sistema tridimensional.

A Figura B.1 também ilustra a discretização da amostra, denominada por malha. A malha é dividida em seis domínios, sendo quatro apresentados na Figura B.1 e os outros dois apresentados na Figura B.2.

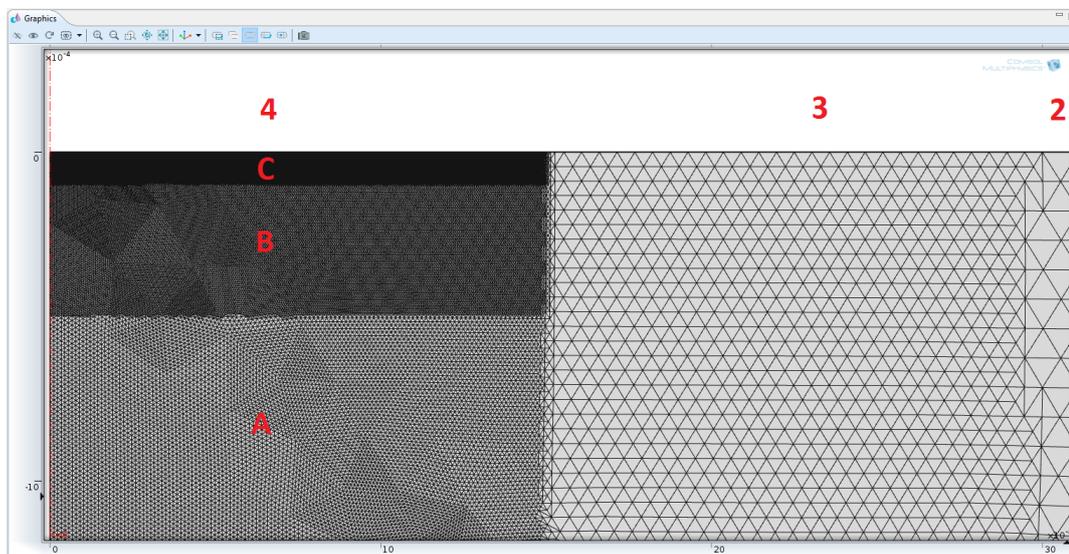


Figura B.2: Detalhe do refinamento aplicado na região mais afetada pelo efeito das forças de radiação. O experimento monitora a deformação da superfície, portanto, o refinamento na superfície é mais sensibilizado.

Os domínios (2, 3, 4-A, 4-B e 4-C) são refinamentos aplicados na malha inicial (1). Esses refinamentos são utilizados para aumentar a representatividade de um sistema real. Essa escolha se deve ao fato do feixe de laser ser centrado em $r = 0$, região onde o efeito investigado tem maior influência, enquanto que em $r = 3 \text{ cm}$ não apresenta influência alguma, o que nos permite discretizar a amostra com elementos maiores. O experimento está envolvido diretamente com a superfície, então utilizamos refinamentos ainda mais sensíveis nas regiões 4-B e 4-C.

O software resolve numericamente a equação de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis,

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}, \quad (\text{B.1})$$

considerando que em $t = 0$ não há forças externas aplicadas na água além da força gravitacional, estando livre de qualquer deformação precedente à de pressão de radiação. Na superfície é considerada a pressão

$$P_s(r) = I_s \frac{2}{c} \left(\frac{1}{3} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n + 1)^2} - \frac{(n - 1)}{(n + 1)} \right) \quad (\text{B.2})$$

e no volume

$$P_v(r) = I_v \frac{2}{3c} \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{(n + 1)^2}. \quad (\text{B.3})$$

A solução da equação de Navier-Stokes fornece a deformação superficial gerada devido à pressão de radiação. Dessa deformação obtém-se a diferença de fase induzida no feixe de prova por meio da equação (4.24), seguido da variação de intensidade no sensor com a equação (4.29).

Publicações

G. V. B. Lukasiewicz, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, **V. S. Zanuto**, L. S. Herculano and S. E. Bialkowski, “A theoretical and experimental study of time-resolved thermal mirror with non-absorbing heat-coupling fluids,” *Appl. Spectrosc.* **66**, 1461 (2012).

V. S. Zanuto, L. S. Herculano, M. L. Baesso, G. V. B. Lukasiewicz, C. Jacinto, L. C. Malacarne and N. G. C. Astrath, “Thermal mirror spectroscopy: an experimental investigation of optical glasses,” *Opt. Materials* **35**, 1129 (2013).

G. V. B. Lukasiewicz, N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, L. S. Herculano, **V. S. Zanuto**, M. L. Baesso and S. E. Bialkowski, “Pulsed-laser time-resolved thermal mirror technique in low-absorbance homogeneous linear elastic materials,” *Appl. Spectrosc.* **67**, 1111 (2013).

L. S. Herculano, L. C. Malacarne, **V. S. Zanuto**, G. V. B. Lukasiewicz, O. A. Capeloto and N. G. C. Astrath, “Investigation of the photobleaching process of eosin Y in aqueous solution by thermal lens spectroscopy,” *J. Phys. Chem. B* **117**, 1932 (2013).

G. S. Bianchi, **V. S. Zanuto**, F. B. G. Astrath, L. C. Malacarne, I. A. A. Terra, T. Catunda, L. A. O. Nunes, C. Jacinto, L. H. C. Andrade, S. M. Lima, M. L. Baesso and N. G. C. Astrath, “Resonant excited state absorption and relaxation mechanisms in Tb^{3+} -doped calcium aluminosilicate glasses: an investigation by thermal mirror spectroscopy,” *Opt. Lett.* **38**, 4667 (2013).

T. P. Rodrigues, **V. S. Zanuto**, R. A. Cruz, T. Catunda, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath and L. C. Malacarne, “Discriminating the role of sample length in thermal lensing of solids,” *Opt. Lett.* **39**, 4013 (2014).

O. A. Capeloto, G. V. B. Lukasiewicz, **V. S. Zanuto**, L. S. Herculano, N. E. Souza Filho, A. Novatski, L. C. Malacarne, S. E. Bialkowski, M. L. Baesso and N. G. C. Astrath, "Pulsed photothermal mirror technique: characterization of opaque materials," *Appl. Optics* **53**, 7985 (2014).

V. S. Zanuto, O. A. Capeloto, G. V. B. Lukasiewicz, L. S. Herculano, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath and S. E. Bialkowski, "Application of photoreactive barium titanate ($BaTiO_3$) beam fanning to the photothermal mirror technique: an experimental analysis," *Appl. Spectrosc.* **69**, 794 (2015).

O. A. Capeloto, **V. S. Zanuto**, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, G. V. B. Lukasiewicz, S. E. Bialkowski and N. G. C. Astrath, "Quantitative assessment force effect at the dielectric air-liquid interface," *Sci. Rep.* **6**, 20515 (2016).

A Theoretical and Experimental Study of Time-Resolved Thermal Mirror with Non-Absorbing Heat-Coupling Fluids

Gustavo V. B. Lukaszewicz,^{a-c} Luis C. Malacarne,^{a,*} Nelson G. C. Astrath,^a Vitor S. Zanuto,^a Leandro S. Herculano,^a Stephen E. Bialkowski^c

^a Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil

^b CAPES Foundation, Ministry of Education of Brazil, Brasília, DF 70040-020, Brazil

^c Department of Chemistry and Biochemistry, Utah State University, Logan, UT 84322-0300, USA

A theoretical and experimental study taking sample-fluid heat coupling into account in time-resolved photothermal mirror experiments is presented. Thermoelastic equations were solved to obtain a semi-analytical solution to the phase shift induced by the sample and the surrounding fluid. The solution was used to model the thermal mirror effects and found to be in excellent agreement with the finite element method analysis and experiment. Heat transferred to the air-coupling fluid did not introduce important effects in the phase shift when compared with the solution obtained, without considering heat flux. However, when using water as the fluid, heat coupling led to a significant effect in fluid phase shift. Experimental results using stainless steel in air and water were used to demonstrate the potentiality of the thermal mirror technique to determine the thermal properties of both the sample and the fluid.

Index Headings: Photothermal; Thermal mirror; Thermal lens; Heat transfer; Finite element method; FEM.

INTRODUCTION

The basis of photothermal effect is the change in the thermal state of the sample induced by electromagnetic radiation. Optical energy absorbed and not emitted increases the heat within the sample. Deformation and a temperature increase in the sample and surrounding fluid occur as a consequence of this heating.¹ Photothermal techniques—mirage,²⁻⁴ optothermal radiometry,⁵ thermal lens (TL),⁶⁻⁸ and thermal mirror (TM)⁹⁻¹¹—have this as the foundation to determine thermal, optical, and mechanical properties of materials. Recently, we have shown that TL and TM spectroscopies can be used to study the sample-fluid heat-coupling problem in the case of low-optical-absorbing material by using continuous¹² or pulsed excitation.¹³ Similar to the mirage method, the TM technique can be used to (1) determine thermal and optical properties of transparent fluids by using a reference solid material as absorber medium, and (2) determine thermal and mechanics properties of solid material, knowing the transparent fluids.

This work extends previous studies by presenting an analytical theoretical description of the mode-mismatched TM effect in opaque materials. It accounts for heat transfer both within the sample and out to the surrounding fluid under continuous excitation. Our analytical results are compared with finite element method analysis (FEM) solutions. The analytical time- and space-dependent heat transfer and thermoelastic displacement are in excellent agreement with FEM models. Finally, experimental results with stainless steel as the solid

sample and with air or water as the surrounding fluid are described and compared with the model results.

THEORY

The mode-mismatched thermal mirror scheme is presented in Fig. 1. A continuous-wave TEM₀₀ Gaussian laser beam irradiates a high-absorption sample, causing localized deformation. The absorbed energy also heats the fluid in contact with the sample surface, inducing a TL effect in the fluid. A second, low-power TEM₀₀ Gaussian laser beam, almost collinear with the excitation beam, probes the TM on the sample surface and the TL in the fluid. The radii of the excitation and probe beams on the sample surface are ω_{0e} and ω_{1p} , respectively. After the reflection from the sample surface, the probe beam propagates to the photodetector at a distance of Z_2 . The distance between the probe beam waist and the sample is Z_1 .

The theoretical analysis of this problem involves determining the temperature rise in the sample caused by laser heating, heat coupling to the fluid, and the calculation of the phase shift and intensity of the probe beam at the detector plane. The temperature change is used as the source term for the thermoelastic equation. It is assumed that the sample dimensions are large compared with the excitation beam radius to avoid edge effects. Probe beam sample heating is negligible compared with the excitation beam and has no contribution to the generation of the TM effect. Finally, a non-absorbing fluid is assumed so that the TL effect is only because of heat transfer from the sample.

Temperature Gradient. The temperature changes are generally small in these TM experiments. The fluid density change induced by surface heating is similarly small. Subsequently, convection effects can be safely neglected without affecting the accuracy of the results.¹

The temperature change distributions $T_i(r, z, t)$, inside two semi-infinite media with boundary boundaries at $z = 0$, with the opaque sample in the $0 \leq z < \infty$ region and the convection-free fluid in the $-\infty < z < 0$ region, are given by the solution of the heat-conduction differential equations:

$$\frac{\partial T_s(r, z, t)}{\partial t} - D_s \nabla^2 T_s(r, z, t) = Q(r, z) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_f(r, z, t)}{\partial t} - D_f \nabla^2 T_f(r, z, t) = 0 \quad (2)$$

where $D_i = k_i / \rho_i c_i$ is the thermal diffusivity ($i = s$ for sample and $i = f$ for fluid). c_i , ρ_i , and k_i are the specific heat, mass

Received 23 May 2012; accepted 7 September 2012.

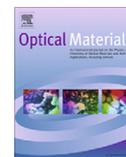
* Author to whom correspondence should be sent. E-mail: lmalma@dfi.uem.br.

DOI: 10.1366/12-06743



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Optical Materials

journal homepage: www.elsevier.com/locate/optmat

Thermal mirror spectrometry: An experimental investigation of optical glasses

V.S. Zanuto^a, L.S. Herculano^a, M.L. Baesso^a, G.V.B. Lukaszewicz^{a,b}, C. Jacinto^c, L.C. Malacarne^a, N.G.C. Astrath^{a,*}^aDepartamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil^bCAPES Foundation, Ministry of Education of Brazil, Brasília, DF 70040-020, Brazil^cInstituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL 57072-970, Brazil

ARTICLE INFO

Article history:

Received 31 October 2012

Received in revised form 31 December 2012

Accepted 2 January 2013

Available online 8 February 2013

Keywords:

Thermal mirror
Thermo-optical properties
Optical materials

ABSTRACT

The Thermal mirror technique relies on measuring laser-induced nanoscale surface deformation of a solid sample. The amplitude of the effect is directly dependent on the optical absorption and linear thermal expansion coefficients, and the time evolution depends on the heat diffusion properties of the sample. Measurement of transient signals provide direct access to thermal, optical and mechanical properties of the material. The theoretical models describing this effect can be formulated for very low optical absorbing and for absorbing materials. In addition, the theories describing the effect apply for semi-infinite and finite samples. In this work, we apply the Thermal mirror technique to measure physical properties of optical glasses. The semi-infinite and finite models are used to investigate very low optical absorbing glasses. The thickness limit for which the semi-infinite model retrieves the correct values of the thermal diffusivity and amplitude of the transient is obtained using the finite description. This procedure is also employed on absorbing glasses, and the semi-infinite Beer–Lambert law model is used to analyze the experimental data. The experimental data show the need to use the finite model for samples with very low bulk absorption coefficients and thicknesses $L < 1.5$ mm. This analysis helped to establish limit values of thickness for which the semi-infinite model for absorbing materials could be used, $L > 1.0$ mm in this case. In addition, the physical properties of the samples were calculated and absolute values derived.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Laser induced surface deformation has been explored in many photothermal (PT) techniques [1–4]. These techniques are characterized as fast, non-contacting and highly sensitive spectroscopic tools for material characterization. The reason is that there are many different experimental configurations that are important in many research aspects, such as nondestructive evaluation of solids and surfaces, from multilayered and thin films to biological systems [5–13]. The amplitude of the deformation is directly related to the optical absorption and linear thermal expansion coefficients, and the time evolution of the deformation depends on the heat diffusion properties. Thus, measuring the transient effect implies direct quantitative access to thermal, optical and mechanical properties of the material [10–16].

Surface deformation can be generated by modulated [5–11] or pulsed [12–14] excitation lasers. Briefly, the principle of detection of these PT methods consists of measuring the surface displacement of the sample by pump–probe methods. For instance, this deformation can be detected by analyzing the focusing/defocusing

of the probe beam reflected off of the sample surface in the far field region. In this configuration, namely Thermal Mirror (TM) spectrometry, the method has been recently introduced under cw Gaussian [15–18] and Top-hat [19,20] laser excitations for measurement of thermal diffusivity and thermo-optical properties of semi-transparent and opaque solids. TM is attractive in that it can also be used concurrently with the Thermal Lens method to determine physical properties of fluorescent materials [19].

Recent theoretical and experimental works for Gaussian excitation have been developed assuming the sample either as a semi-infinite [17] or as a finite [18] media. Under the semi-infinite approximation, the sample is treated as an infinite medium along the z axis with its surface placed at $z = 0$. For the finite approach, the sample surfaces are at $z = 0, L$. The thermoelastic equations describing the laser induced surface displacement were solved according to these assumptions and experimental investigations of very low bulk absorbing materials were compared to the theories. It was shown that for samples with thicknesses under certain values the finite model should be considered. However, the finite description allows only solutions for materials with low optical absorption coefficient (A_0), where the attenuation of light intensity is considerably negligible along the sample thickness. For absorbing samples, in which the light intensity attenuation follows the

* Corresponding author.

E-mail address: astrathngc@pq.cnpq.br (N.G.C. Astrath).

Pulsed-Laser Time-Resolved Thermal Mirror Technique in Low-Absorbance Homogeneous Linear Elastic Materials

Gustavo V. B. Lukaszewicz,^{a,b,c} Nelson G. C. Astrath,^{a,b,c} Luis C. Malacarne,^b Leandro S. Herculano,^b Vitor S. Zanuto,^b Mauro L. Baesso,^b Stephen E. Bialkowski^{a,*}

^a Department of Chemistry and Biochemistry, Utah State University, Logan, Utah 84322-0300 USA

^b Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900 Brazil

^c CAPES Foundation, Ministry of Education of Brazil, Brasília, DF 70040-020 Brazil

A theoretical model for a time-resolved photothermal mirror technique using pulsed-laser excitation was developed for low absorption samples. Analytical solutions to the temperature and thermoelastic deformation equations are found for three characteristic pulse profiles and are compared to finite element analysis methods results for finite samples. An analytical expression for the intensity of the center of a continuous probe laser at the detector plane is derived using the Fresnel diffraction theory, which allows modeling of experimental results. Experiments are performed in optical glasses, and the models are fitted to the data. The parameters of the fit are in good agreement with previous literature data for absorption, thermal diffusion, and thermal expansion of the materials tested. The combined modeling and experimental techniques are shown to be useful for quantitative determination of the physical properties of low absorption homogeneous linear elastic material samples.

Index Headings: Thermal Mirror; Pulsed excitation; Thermoelastic displacement; Thermo-optical properties.

INTRODUCTION

Photothermal techniques are useful for materials characterization. They are powerful and accurate noncontact methods used to determine thermophysical properties.¹⁻³ In particular, photothermal displacement⁴⁻⁹ and thermal mirror (TM)¹⁰⁻¹⁷ techniques have been used to determine the structural, thermal, and optical properties of materials by exploiting the laser surface deformation that occurs upon laser-induced sample heating. Focusing an excitation laser on a solid material induces the effect. Optical energy absorbed and not emitted increases the heat within the sample. The subsequent temperature increase causes thermal expansion or contraction that is detected at the surface.

The basic difference between these two techniques is the detection of the probe beam. In the photothermal displacement technique, the surface slope is detected by monitoring the deflection of the probe beam reflected from the sample surface. The focus of the probe laser must be offset relative to that of the excitation by a known distance. In addition, the spot size of the probe laser beam should be much smaller than the pump beam. The resulting signals depend on both the excitation to probe laser offset and the focus spot size of both laser beams. These experimental conditions are often difficult to measure and control. The thermal mirror technique is relatively simple. The two beams are concentric, and the probe beam may even have a larger beam radius than that of the excitation laser. In

this case, the surface deformation acts as a convex or concave mirror, defocusing or focusing the probe beam reflected from the sample surface. It is also possible to simultaneously measure both the thermal mirror in reflection and thermal lens in transmission. It is straightforward to determine thermophysical properties of the sample by monitoring the center of the probe beam as a function of time and fitting the data with the theoretical model.

The TM experiment has been described for continuous (cw) Gaussian¹⁰⁻¹⁵ and top-hat^{16,17} excitation laser profiles. In this work we present a theoretical analysis of the surface deformation produced using a Gaussian (TEM₀₀) laser with different pulse profiles. Dirac delta, rectangular, and Gaussian functions are used to model the time-dependent laser pulse. The analytical solutions for temperature and thermoelastic displacement are compared to and found to be in excellent agreement with finite element method (FEM) analysis. Experimental results using optical glasses with low optical absorption coefficient ($A_e < 200 \text{ m}^{-1}$) are performed and fitted with the model to obtain the thermophysical parameter properties.

THEORY

The theoretical analysis involves solving the heat conduction equation to determine the temperature rise caused by the pulsed laser. The surface displacement is subsequently found using the thermoelastic equation based on this temperature change. Finally, the intensity change for the probe beam center at the detector plane is found using Fresnel diffraction theory. This intensity change is the analytical signal. The so-called "mode-mismatched"¹⁸ thermal mirror scheme is presented in Fig. 1.

The temperature change within the sample is given by the solution of the heat conduction equation,

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} - D \nabla^2 T(r, z, t) = Q_0 \exp(-2r^2/\omega_0^2) Q(t), \quad (1)$$

where D is the thermal diffusivity of the sample given by $D = k/c\rho$, and k , c , and ρ are the thermal conductivity, specific heat, and mass density, respectively. It is assumed that the sample is radially infinite ($T(\infty, z, t) = 0$), that the temperature change is unaffected by expansion, and that there is no heat conduction from the sample to the surrounding fluid ($\partial T(r, z, t)/\partial z|_{z=0} = 0$). The latter is a good approximation when air is the surrounding fluid.¹⁹ The initial temperature change is assumed to be zero, $T(r, z, 0) = 0$. Here $Q_0 = 2E_0A_e(1 - R)\phi/c\rho\pi\omega_0^2$, E_0 is the pulse laser energy, A_e is the optical absorption coefficient at the

Received 4 March 2013; accepted 13 May 2013.

* Author to whom correspondence should be sent. E-mail: stephen.bialkowski@usu.edu.

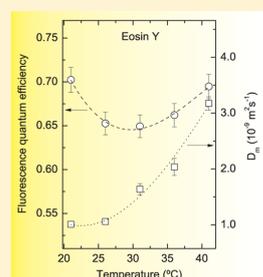
DOI: 10.1366/13-07068

Investigation of the Photobleaching Process of Eosin Y in Aqueous Solution by Thermal Lens Spectroscopy

L. S. Herculano,* L. C. Malacarne, V. S. Zanuto, G. V. B. Lukasiewicz, O. A. Capeloto, and N. G. C. Astrath*

Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Av. Colombo 5790, Maringá - PR, 87020-900, Brazil

ABSTRACT: Eosin Y is known to be a powerful probe of biological molecules and an efficient photosensitizing agent for the production of singlet molecular oxygen. Under continuous laser excitation, degradation through photobleaching is observed in aqueous solutions of eosin Y; this process is driven by the production of singlet oxygen. Optical bleaching in aqueous solutions is known to yield anomalous thermal lens transient signals, which can be evaluated by modeling the relaxation processes that give rise to the generation of heat in the solution. A model describing photobleaching in the thermal lens transient signal is derived and is applied to investigate eosin Y in aqueous solutions at different temperatures. Using this model, quantitative information regarding the molecular diffusion rate, optical bleaching, and fluorescence quantum efficiency is obtained.



INTRODUCTION

Eosin Y is a halogenated derivative of the xanthen dye fluorescein. Its fluorescent properties are highly dependent on variations in its environment,^{1–5} such as solvent polarity and the presence of cationic surfactants; the environment-dependent fluorescence makes this organic dye a powerful probe of biological molecules. The applications of eosin Y include detection of submicrogram quantities of a wide range of proteins,^{6,7} use in dye-sensitized solar cells,^{8–11} photodynamic inactivation of viruses and cells and phototherapy for cancer,^{12–14} in which eosin Y is used as an efficient photosensitizing agent to produce singlet molecular oxygen^{5,15–17}—ground state molecular oxygen.

Numerous studies have been published over the past few decades on singlet oxygen.^{1,13,14,18,19} Of particular importance to singlet oxygen's photochemical and photobiological processes, the resistance of dyes toward photodegradation has been systematically studied.^{18,19} Although the role of singlet oxygen in photochemical reaction kinetics is mostly inferred from the photoproducts, the mechanisms of reactions with singlet oxygen are often unknown¹⁹ or not easily identified.

There are several methods for detecting the kinetics of the reactions of singlet oxygen in solutions and the photobleaching-based degradation effects of singlet oxygen on fluorescein molecules. One of these methods, emission spectroscopy, measures the emission of singlet oxygen at 1270 nm^{20–22}—this wavelength has a very low emission quantum yield, which reduces the sensitivity of this method. Alternatively, indirect methods, such as flash photolysis and reactive solutions, have been used.²⁰ In addition, time-resolved thermal lens spectroscopy has been very successful in determining the absolute quantum yield for production of singlet molecular oxygen^{23–25} as well as the quantum yields of fluorescence from different

sensitizers.²⁶ This method has very high sensitivity and detects the kinetics of reactions in very dilute solutions.^{27–29} Furthermore, thermal lens spectroscopy has been applied to investigate the optical bleaching and nonlinear absorption photophysics of organic dyes. These characteristics make this technique an attractive candidate for use in studying the effects of optical degradation on the thermal, optical, and molecular properties of eosin Y during photobleaching.

The thermal lens signal results from changes in the refractive index of the sample; these changes are generated by the heating produced from the optical absorption of a laser beam. The signal is proportional to the optical absorption coefficient of the sample; therefore, the signal is sensitive to changes in the concentration of the absorbing species. Recently, we applied this method to investigate photoinduced chemical reactions in aqueous solutions^{30–33} and hydrocarbon fuels.³⁴ The theoretical description of the thermal lens effect employed in those studies relied on the time dependence of the optical absorption coefficient from changes in the concentration of the absorbing species within the excited volume of the sample. Here, we report a theoretical analysis and experimental measurements that consider signals from thermal, optical bleaching and mass diffusion effects during laser-induced local heating in aqueous solutions.

In this work, we investigate the temperature dependence of molecular diffusion and the kinetics of the reactions of aqueous solutions of eosin Y using time-resolved thermal lens spectroscopy. A theoretical model is used to describe the different contributions to the convoluted thermal lens signal,

Received: December 4, 2012

Revised: January 15, 2013

Published: January 17, 2013



Resonant excited state absorption and relaxation mechanisms in Tb³⁺-doped calcium aluminosilicate glasses: an investigation by thermal mirror spectroscopy

G. S. Bianchi,¹ V. S. Zanuto,¹ F. B. G. Astrath,¹ L. C. Malacarne,¹ I. A. A. Terra,² T. Catunda,² L. A. O. Nunes,² C. Jacinto,³ L. H. C. Andrade,⁴ S. M. Lima,⁴ M. L. Baesso,¹ and N. G. C. Astrath^{1,*}

¹Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil

²Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP 13560-970, Brazil

³Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL 57072-970, Brazil

⁴Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados, MS 79804-970, Brazil

*Corresponding author: astrathngc@pq.cnpq.br

Received August 7, 2013; revised October 1, 2013; accepted October 2, 2013;
posted October 7, 2013 (Doc. ID 195398); published November 8, 2013

Resonant excited state absorption (ESA) and relaxation processes in Tb³⁺-doped aluminosilicate glasses are quantitatively evaluated. A model describing the excitation steps and upconversion emission is developed and applied to interpret the results from laser-induced surface deformation using thermal mirror spectroscopy. The fluorescence quantum efficiency of level ⁵D₄ was found to be close to unity and concentration independent while, for the level ⁵D₃, it decreases with Tb³⁺ concentration. Emission spectroscopy measurements supported these results. ESA cross sections are found to be more than three orders of magnitude higher than the ground state absorption cross section. © 2013 Optical Society of America

OCIS codes: (300.6430) Spectroscopy, photothermal; (350.5340) Photothermal effects.
<http://dx.doi.org/10.1364/OL.38.004667>

Trivalent Tb-doped glasses exhibit strong visible light emission and particularly intense green emission is observed, corresponding to the transition ⁵D₄ → ⁷F₅, in addition to the violet/blue emissions from the transition ⁵D₃ → ⁷F_j. Under 488 nm excitation, energy upconversion in this system is achieved by two-photon absorption and/or energy transfer upconversion. When several photons are involved in the excitation, excited state absorption (ESA) from the long-lived populated excited state ⁵D₄ promotes the system to a higher energy state, ⁵K₈, following emission at shorter wavelengths from ⁵D₃ [1].

Recent advances have made possible signal amplification of the ⁵D₄ → ⁷F₅ transition at 540 nm from Tb³⁺-doped fluoride fibers [1,2]. Indeed, the sensitization of Tb³⁺ ions can be achieved through sensitizer ions in codoped glasses, favoring strong emission in the visible region. The spectroscopy of Yb³⁺/Tb³⁺ codoped glass materials has been thoroughly investigated [1,3–5]. However, the ESA leads the system to a major heat loss mechanism by populating levels within the 4f⁷5d electron configuration with potential for nonradiative de-excitation. Additionally, the upconversion emissions from the ⁵D₃ level are dependent on the ESA and, thus, on the ESA cross section. For this reason, it is highly desirable to identify and quantify the heat being generated in a Tb-doped system during blue laser excitation.

Rare-earth-doped OH⁻ free low silica calcium aluminosilicate (LSCAS) glasses have been extensively investigated in the past few years, and considerable advances have been made toward the application of these glasses in laser and optoelectronic devices [3,6–8]. LSCAS has phonon energy around 850 cm⁻¹, high luminescence quantum efficiency (close to unity for some dopants), superior thermomechanical properties when compared

to other glass systems, and the absence of OH⁻ molecules in the structure. Here, we investigate the spectroscopic properties and heat generation of Tb³⁺-doped LSCAS glasses.

In this Letter, we report on the quantitative evaluation of resonant ESA and relaxation processes in LSCAS:Tb³⁺ glasses under 488 nm excitation. We model the ESA processes, and the rate equations are solved in the steady state in terms of the relaxation rates. The model is successfully applied to describe the laser-induced nanoscale surface displacement using the thermal mirror spectroscopy [9]. The analysis allows for the quantification of heat release in the excitation process. Resonant ESA cross sections are found to be more than three orders of magnitude higher than the ground state absorption cross section. The fluorescence quantum efficiency of the ⁵D₄ → ⁷F_j radiative transition is close to unity, and for the ⁵D₃ → ⁷F_j transition it decreases with Tb³⁺ concentration.

The LSCAS:Tb³⁺ samples were prepared as described in [3,6–8]. To remove OH⁻, the samples are melted under vacuum conditions at 1650°C. The compositions of the samples are, in weight percent, (47.4 – 0.5x)CaO-(41.5 – 0.5x)Al₂O₃-7.0SiO₂-4.1MgO-xTb₄O₇, with x = 0, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0, 15.0 (LSCAS:x Tb), corresponding to an ion concentration varying from 0.16 × 10²⁶ ions/m³ for x = 0.2 wt.% to 14.5 × 10²⁶ ions/m³ for x = 15.0 wt.%.

Figure 1 shows the absorption and emission spectra of 5.0 wt.% LSCAS:Tb³⁺ glass. Emission was obtained under 325 nm excitation. Details of the measurement conditions are described in [3]. The main electron transitions are labeled. At 488 nm, the absorption was linear with Tb³⁺ concentration, and the ground state absorption cross section was calculated as σ₀₂ = (0.96 ± 0.01) × 10⁻²² cm².

Discriminating the role of sample length in thermal lensing of solids

T. P. Rodrigues,¹ V. S. Zanuto,¹ R. A. Cruz,^{2,3} T. Catunda,² M. L. Baesso,¹ N. G. C. Astrath,^{1,4} and L. C. Malacarne^{1,5}

¹Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil

²Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP 13560-970, Brazil

³Currently at Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo—Campus Avaré, Avaré, SP 18708-150, Brazil

⁴e-mail: astrathng@pq.cnpq.br

⁵e-mail: lcmala@pq.cnpq.br

Received March 31, 2014; revised April 29, 2014; accepted May 25, 2014;

posted May 27, 2014 (Doc. ID 209164); published June 30, 2014

Thermal lens (TL) is a key effect in laser engineering and photothermal spectroscopy. The amplitude of the TL signal or its dioptric power is proportional to the optical path difference (OPD) between the center and border of the beam, which is proportional to the heat power (Ph). Due to thermally induced mechanical stress and bulging of end faces of the sample, OPD depends critically on the geometry of the sample. In this investigation, TL measurements were performed as a function of the sample length keeping the same Ph. It is experimentally demonstrated that for materials with positive $\partial n/\partial T$ OPD increases typically 30 to 50% with the decrease of sample length (from long rod to thin-disk geometry). For materials with negative $\partial n/\partial T$, this variation is much larger due to the cancellation of the different contributions to OPD with opposite signs. Furthermore, the experimental investigation presented here validates a recently proposed unified theoretical description of the TL effect. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (300.6430) Spectroscopy, photothermal; (350.5340) Photothermal effects.

<http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.004013>

The description of wavefront distortion induced by laser absorption in optical elements is fundamental in the design and evaluation of solid state lasers, optical windows, and other passive optical components for high power laser systems [1–5]. Thermal lensing is the dominant effect for beam quality and power scaling of solid state lasers. The calculation and experimental determination of the dioptric power of the thermal lens (TL) effect is very important in several applications. Much effort has been made on the study of diode pumped solid state lasers (DPSSL), especially when operating in an end-pumping configuration due to the highly localized heat deposition achieved in this configuration [1]. For instance, compensation of TL effects is a key issue for the performance of interferometric gravitational-wave detectors [2]. Monitoring the dynamic process of optical path difference (OPD) with photothermal methods enables direct quantitative access to many physical properties of a large class of materials. In general, pump-probe photothermal techniques are attractive as highly sensitive, fast, non-contacting, and nondestructive methodologies [6].

In liquids the TL effect is governed by the temperature coefficient of the refractive index, $\partial n/\partial T$. However, for solids the problem is more complex because the OPD is strongly affected by thermal expansion that leads to elongation and bulging of the end faces in addition to the mechanical stress. The relative magnitude of these three different contributions to OPD depends critically on the geometry of the sample and its physical properties. Sometimes, the TL effect is diminished due to the negative sign of these terms, usually $\partial n/\partial T$ [7]. Analytical expressions for OPD calculation, and consequently the effective value of TL focal length, f_{th} , or dioptric power, \mathcal{D}_{th} ($f_{th} = \mathcal{D}_{th}^{-1}$), are available only in the limiting cases of the so called “thin-disk” or “long-rod” using the plane-stress and plane-strain approximations, respectively [4,5]. Consequently, numerical methods (mostly finite

element analysis) are required for an in-depth analysis of many problems. Recently, Malacarne and co-workers [8,9] obtained an analytical expression for OPD calculation for samples with arbitrary thickness. This proposed “unified theoretical model” is an important step toward the understanding of OPD in optical materials, according to an OSA Spotlight comment [10].

The dual-beam mode-mismatched thermal lens (MMTL) spectrometry was developed to improve the sensitivity of TL measurements. It is a very sensitive, accurate, and simple method for the determination of TL induced phase-shifts and thermo-optical properties of laser materials, such as thermal diffusivity and the fluorescence quantum efficiency (η) of laser media, without requiring complicated setups or calibration procedures [11]. This method was used to determine the temperature coefficient of the optical path of several laser and optical materials [12]. It was also applied to determine f_{th} and the thermal load of a diode end-pumped Nd:YAG laser (oscillating at 1.06 and 1.34 μm) [13]. In this study, the MMTL method was used to determine the evolution of the f_{th} with the sample length in order to discriminate the effect of thermal stress. The experiments were performed in four different materials: calcium aluminosilicate (CAS), Q98 from Kigre Inc., and BK7 borosilicate and Zerodur glass from Schott. These materials were selected for their thermo-optical properties (Table 1). CAS is typical oxide glass with positive $\partial n/\partial T$ and positive linear thermal expansion coefficient [14,15]. Q98 is a Nd^{3+} doped phosphate glass with negative $\partial n/\partial T$, which was designed to be an athermal optical material. BK7 is a typical highly transparent borosilicate glass. Zerodur is a glass ceramic with an extremely low coefficient of thermal expansion. It was observed that the TL signals, and consequently f_{th} , are in complete agreement with the theoretical predictions of the recently developed theory [8,9]. Although, the results reach the expected “thin-disk”

Pulsed photothermal mirror technique: characterization of opaque materials

O. A. Capeloto,¹ G. V. B. Lukasiewicz,^{1,2} V. S. Zanuto,^{1,2} L. S. Herculano,¹
N. E. Souza Filho,³ A. Novatski,⁴ L. C. Malacarne,¹ S. E. Bialkowski,²
M. L. Baesso,¹ and N. G. C. Astrath^{1,2,*}

¹Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil

²Department of Chemistry and Biochemistry, Utah State University, Logan, Utah 84322-0300, USA

³Departamento de Engenharia Acústica, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS 97105-900, Brazil

⁴Departamento de Física, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, PR 84030-900, Brazil

*Corresponding author: astrathngc@pq.cnpq.br

Received 13 August 2014; revised 29 October 2014; accepted 29 October 2014;
posted 30 October 2014 (Doc. ID 220847); published 18 November 2014

The time-resolved thermal mirror technique is developed under pulsed laser excitation for quantitative measurement of thermal and mechanical properties of opaque materials. Heat diffusion and thermoelastic equations are solved analytically for pulsed excitation assuming surface absorption and an instantaneous pulse. Analytical results for the temperature change and surface displacement in the sample are compared to all-numerical solutions using finite element method analysis accounting for the laser pulse width and sample geometry. Experiments are performed that validate the theoretical model and regression fitting is performed to obtain the thermal diffusivity and the linear thermal expansion coefficient of the samples. The values obtained for these properties are in agreement with literature data. The technique is shown to be useful for quantitative determinations of the physics properties of metals with high thermal diffusivity. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (350.5340) Photothermal effects; (300.6430) Spectroscopy, photothermal.
<http://dx.doi.org/10.1364/AO.53.007985>

1. Introduction

Photothermal (PT) methods were extensively used over the past several decades as highly sensitive tools to determine thermal, optical, and mechanical properties of solid samples [1–10]. Essentially, the PT effect is generated by light-induced heating of a sample. This heating may cause a number of different effects in solid samples, for example as acoustic waves inside the sample, which propagate out to the surroundings [1]; increasing infrared emission [1,11–13]; changing the refractive index of the sample [14,15]; and surface deformation [16–21].

Especially interesting for opaque materials, PT mirror spectrometry has been developed both experimentally and theoretically over the past few years. The thermoelastic effect has been known and used for material characterization for decades, and more recently used to investigate transparent and opaque materials under continuous [17,18,20,22] and pulsed laser excitations [23]. Theoretical advances in the complex dynamic thermoelastic problems predict the effects of heat coupling between the sample and the surrounding fluid [24] while accounting for different time-distribution pulses [23]. In most cases, theoretical description accuracy has been validated with all-numerical modeling by comparing the analytical solutions under various assumptions with finite element analysis.

Application of Photoreactive Barium Titanate (BaTiO₃) Beam Fanning to the Photothermal Mirror Technique: An Experimental Analysis

Vitor Santaella Zanuto,^{a,b,c} Otávio Augusto Capeloto,^b
Gustavo Vinicius Bassi Lukasiewicz,^d Leandro Silva Herculano,^e Luis Carlos Malacarne,^b
Nelson Guilherme Castelli Astrath,^{a,b,c} Stephen Edward Bialkowski^{a,*}

^a Department of Chemistry and Biochemistry, Utah State University, Logan, UT 84322 USA

^b Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR 87020-900, Brazil

^c CAPES Foundation, Ministry of Education of Brazil, Brasília, DF 70040-020, Brazil

^d Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, PR 85902-490, Brazil

^e Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Santa Helena, PR 85892-000, Brazil

An adaptive spatial filter is used as an optical novelty filter to detect photothermal mirror (PM) signals in high absorbing materials using continuous wave laser excitation. The optical novelty filter uses an optical beam-fanning limiter based on single domain barium titanate (BaTiO₃), cut and poled 45° relative to the *c*-axis. The optical novelty filter approach relaxes the requirement for high sample surface smoothness because the effect aperture adapts to the surface, reducing the stationary background from the optical signal and provides a means of developing the photothermal mirror signal. Time-dependent probe laser phase shifts due to photothermal surface deformation pass through the optical novelty filter and are detected as an intensity increase over the stationary or “mundane” signal. Experimental studies are performed using four well-characterized metals using both the conventional photothermal mirror and optical novelty filter apparatuses in order to understand the complicated signal behavior. Signal behavior is analyzed in different excitation intervals using pseudo-chopped sample excitation with different duty cycles. Optical novelty filter signals show fast response for changes in the spatial beam profile followed by long relaxation time. Reasons for the optical novelty filter response are described.

Index Headings: Photothermal mirror; Photorefractive effect; Barium titanate; BaTiO₃; Beam fanning.

INTRODUCTION

It is well known that photothermal methods are powerful and ultrasensitive techniques for material characterization. Most of these have the advantage of being noncontact and nondestructive techniques.^{1,2} Of these methods, the photothermal mirror (PM)^{3–5} has more recently been used to obtain thermal, optical, and mechanical properties of solid materials.

The PM technique measures the thermal-induced surface displacements that result from the optical energy absorbed from a focused laser beam. The PM technique is based on two mode-mismatched laser beams, an excitation laser is focused on the sample, and a probe laser with a radius larger than the excitation beam. The heat induced using the probe is negligible in comparison

with the excitation beam. The probe beam is reflected off the surface. The surface displacement caused by excitation laser heating acts as an optical element inducing a phase shift on the wavefront of the reflected probe laser beam. The central portion of the reflected beam is monitored in far field. In this fashion, a surface displacement causes a phase shift in the probe laser beam. This phase shift is seen as an intensity change in far field.

The photothermal mirror method has been primarily applied to the analysis of transparent glass materials^{6–9} and polymers¹⁰ because it is easy to obtain a scratch-free surface. This PM method is sensitive to the spatial quality of the reflected beam. The polishing of the material surface is critical to obtain accurate experimental results. The technique is subsequently applicable only on solids with a very good polished surface, precluding a wide variety of materials.

An alternative solution is to use the optical signal processing technique of an optical beam-fanning limiter or optical novelty filtering.¹¹ Photorefractive materials that have a high electro-optic coefficient develop a photo-induced light scattering effect called asymmetric self-defocusing, or beam fanning. This effect consists of a refractive index change caused using an optically induced electric field.¹² A laser beam induces charge migration and redistribution inside the ferroelectric photorefractive crystal. This creates a strong asymmetric electric field that induces a refractive index gradient. The refractive index gradient fans a portion of the beam out of the normal ray path.^{11–13}

Materials that exhibit this quality can be used to construct an optical novelty filter (ONF).^{14–17} A period of time is required to “record” the charge density pattern. The recording time depends on the intensity of the laser beam incident on the photorefractive material. After sufficient time, beam fanning produces the maximum steady-state scattering. Changes in time-dependent spatial beam profile occurring on time scales shorter than the recording time will be transmitted through the crystal along the normal path. If the new profile persists for a long enough time, the crystal will develop a new charge density pattern, reaching a new steady state. Because of this spatial-temporal behavior, the optical

Received 19 September 2014; accepted 16 January 2015.

* Author to whom correspondence should be sent. E-mail: stephen.bialkowski@usu.edu.
DOI: 10.1366/14-07733

SCIENTIFIC REPORTS

OPEN

Quantitative assessment of radiation force effect at the dielectric air-liquid interface

Received: 03 November 2015
Accepted: 07 January 2016
Published: 09 February 2016

Otávio Augusto Capeloto¹, Vitor Santaella Zanuto¹, Luis Carlos Malacarne¹,
Mauro Luciano Baesso¹, Gustavo Vinicius Bassi Lukasiewicz², Stephen Edward Bialkowski³ &
Nelson Guilherme Castelli Astrath¹

We induce nanometer-scale surface deformation by exploiting momentum conservation of the interaction between laser light and dielectric liquids. The effect of radiation force at the air-liquid interface is quantitatively assessed for fluids with different density, viscosity and surface tension. The imparted pressure on the liquids by continuous or pulsed laser light excitation is fully described by the Helmholtz electromagnetic force density.

The correct form of the momentum of light within dielectric materials and the effects caused by the radiation forces when light passes through adjacent media have been extensively debated for over a century^{1–9}. Although the radiation pressure effects were predicted in 1871¹⁰, and experimentally observed in 1900¹¹, a dilemma was created by controversial interpretations of the theories proposed by Minkowski in 1908¹² and Abraham in 1909¹³ to explain the energy-momentum tensor of light. The history of the Abraham-Minkowski dilemma is intimately linked to the difficulties in sensing and interpreting the effects produced by radiation forces, which led to erroneous interpretations favoring one of the theories. This is based on the fact that both momentum descriptions have simple forms when light is incident from free space on a transparent and non-dispersive dielectric medium; Minkowski predicts a momentum in the medium proportional to its refractive index (n) and the photon momentum in the vacuum (p_0) as $p_M = np_0$, while Abraham predictions is in the form $p_A = p_0/n$. $p_0 = U/c$, U is the energy of light and c is the speed of light. The Minkowski-Abraham controversy has theoretically been resolved by the correct division of momentum between field and medium¹.

Early experimental investigations pursued answers to the dilemma, and continued to shed light on to this controversy. A number of reviews discuss these early experiments in details^{1–9}, although the conclusions derived favor either theory. For instance, Jones and coauthors¹⁴ showed that a mirror submerged in a medium experiences a force consistent with each photon having the Minkowski momentum. Ashkin and Dziedzic¹⁵ demonstrated that focused laser pulses created deformations of the water-air interface; the surface of the liquid experienced a net force outward from the water as predicted by Minkowski. Although, it was later assessed that the bulging of the liquid was also influenced by radial electrostriction forces^{5,16}. Walker and coauthors¹⁷ measured the torque exerted on a disk suspended on a torsion pendulum. The experiments provide evidence in favor of the Abraham form. Zhang and coauthors¹⁸ performed experiments based on Ashkin and Dziedzic¹⁵ scheme. They show the interplay between Minkowski and Abraham forces illuminating water or mineral oil. On initial inspection, experimental results may appear to be in favor of one of the formulations. However, detailed analysis demonstrates explicitly and directly the equivalence of a number of different energy momentum tensors, provided the accompanying material tensor is taken into account^{1,6}. Yet there has been so far only limited qualitative experimental tests of our understanding of radiative transfer between electromagnetic radiation and dielectric media. Quantitative measurements of the effects of radiation forces on dielectric media have attracted large interest with the advent of optical manipulation of micro-particles in fluid media and its potential application in biological systems.

Recently, Astrath and coauthors¹⁹ measured surface deformation at the interface air-water generated by continuous and pulsed laser excitations using the photomechanical mirror (PM) method. The displacement caused by radiation forces was quantitatively described by the theory using the Helmholtz force density. The former

¹Universidade Estadual de Maringá, Departamento de Física, Maringá, PR 87020-900, Brazil. ²Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento de Física, Medianeira, PR 85884-000, Brazil. ³Utah State University, Department of Chemistry and Biochemistry, Logan, UT 84322-0300, USA. Correspondence and requests for materials should be addressed to N.G.C.A. (email: astrathngc@pq.cnpq.br)

Referências Bibliográficas

- [1] J. Kepler, *De cometis libelli tres* (Augustae Vindelicorum, Augsburg, 1916). [Do latim: *Sobre cometas, livro três*.]¹
- [2] T. Heidarzadeh, *A History of Physical Theories of Comets, From Aristotle to Whipple* (Springer Netherlands, 2008).
- [3] R. Grant, *History of Physical Astronomy from the Earliest Ages to the Middle of the Nineteenth Century* (London: Henry G. Bohn, 1852).
- [4] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Vol. 2, (Clarendon Press, Oxford, 1873).
- [5] J. H. Poynting, “On the transfer of energy in the electromagnetic field,” *Trans. Roy. Soc. London* **175**, 343 (1884).
- [6] J. H. Poynting, “Radiation pressure,” *Proc. Camb. Phil. Soc.* **19**, 475 (1903).
- [7] J. H. Poynting, “Note on the tangential stress due to light incident obliquely on an absorbing surface,” *Phil. Mag.* **9**, 165 (1905).
- [8] J. H. Poynting, “Radiation pressure,” *Phil. Mag.* **9**, 393 (1905).
- [9] J. H. Poynting, “The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circular polarised light,” *Proc. Roy. Soc. London A* **82**, 560 (1909).

¹Algumas das referências estão em idiomas diferentes do português ou do inglês. Para tais referências, foi dada uma tradução livre para o português.

- [10] J. H. Poynting, G. Barlow, “The pressure of light against the source: the recoil from light,” Proc. Roy. Soc. London A **83**, 534 (1910).
- [11] J. J. Thomson, “On the illustration of the properties of the electric field by means of tubes of electrostatic induction,” Phil. Mag. **31**, 149 (1891).
- [12] J. J. Thomson, “On momentum in the electric field,” Phil. Mag. **8**, 331 (1904).
- [13] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory*, Vol. 1 (Electrician Publishing, 1893).
- [14] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory*, Vol. 3 (Electrician Publishing, 1912).
- [15] H. A. Lorentz, *La Théorie Électromagnétique Maxwell et Son Application aux Corps Mouvants*, (Brill, Leiden, 1892). [Do francês: *Teoria Eletromagnética de Maxwell e suas aplicações a Corpos em Movimento*.]
- [16] A. Einstein, J. Laub, “Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper,” Ann. Phys. **26**, 532 (1908). [Do alemão: “Sobre as equações eletromagnéticas fundamentais para corpos em movimento”].]
- [17] A. Einstein, J. Laub, “Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte,” Ann. Phys. **26**, 541 (1908). [Do alemão: “Sobre as forças ponderomotivas exercidas sobre corpos em repouso por campos eletromagnéticos”].]
- [18] H. Minkowski, “Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern,” Nachr. Königl. Ges. Wiss. Götting **1**, 53–111 (1908). [Do alemão: “As equações básicas para processos eletromagnéticos em corpos em movimento”].]
- [19] M. Abraham, “Zur Elektrodynamik bewegten Körper,” Rend. Circ. Mat. Palermo **28**, 1–28 (1909). [Do alemão: “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”].]
- [20] P. Lebedew, “Untersuchungen über die Druckkräfte des Lichtes,” Ann. Phys. **6**, 433 (1901). [Do alemão: “Estudos sobre as forças de compressão da luz”].]
- [21] E. F. Nichols, G. F. Hull, “A preliminary communication on the pressure of heat and light radiation,” Phys. Rev. **13**, 307 (1901).

-
- [22] G. Barlow, "On a new method of measuring the torque produced by a beam of light in oblique refraction through a glass plate," *Proc. Roy. Soc. London A* **88**, 100 (1913).
- [23] R. V. Jones, "Radiation pressure in a refracting medium," *Nature* **167**, 439 (1951).
- [24] R. V. Jones, "Pressure of radiation," *Nature* **171**, 1089 (1953).
- [25] A. Ashkin, "Acceleration and trapping of particles by radiation pressure," *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156 (1970).
- [26] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, "Radiation pressure on a free liquid surface," *Phys. Rev. Lett.* **30**, 139 (1973).
- [27] D. G. Lahoz, G. Walker, "An experimental analysis of electromagnetic forces in liquids," *J. Phys. D: Appl. Phys.* **8**, 1994 (1975).
- [28] G. B. Walker, D. G. Lahoz, "Experimental observation of Abraham force in a dielectric," *Nature* **253**, 339 (1975).
- [29] G. B. Walker, D. G. Lahoz, G. Walker, "Measurement of the Abraham force in a barium titanate specimen," *Can. J. Phys.* **53**, 2577 (1975).
- [30] W. She, J. Yu, R. Feng, "Observation of a push force on the end face of a nanometer silica filament exerted by outgoing light," *Phys. Rev. Lett.* **101**, 243601 (2008).
- [31] G. L. J. A. Rikken, B. A. van Tiggelen, "Measurement of the Abraham force and its predicted QED corrections in crossed electric and magnetic fields," *Phys. Rev. Lett.* **107**, 170401 (2011).
- [32] I. Brevik, S. Å. Ellingsen, "Detection of the Abraham force with a succession of short optical pulses," *Phys. Rev. A* **86**, 025801 (2012).
- [33] G. L. J. A. Rikken, B. A. van Tiggelen, "Observation of the intrinsic Abraham force in time-varying magnetic and electric fields," *Phys. Rev. Lett.* **108**, 230402 (2012).

- [34] W.-Z. Zhang, P. Zhang, R.-Q. Wang, W.-M. Liu, “Testing the equivalence between the canonical and Minkowski momentum of light with ultracold atoms,” *Phys. Rev. A* **85**, 053604 (2012).
- [35] N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, G. V. B. Lukasiewicz, S. E. Bialkowski, “Unravelling the effects of radiation forces in water,” *Nat. Commun.* **5**, 4363 (2014).
- [36] L. Zhang, W. She, N. Peng, U. Leonhardt, “Experimental evidence for Abraham pressure of light,” *New J. Phys.* **17**, 053035 (2015).
- [37] G. Galilei, H. Grassi, M. Guiducci, J. Kepler, *The Controversy on the Comets of 1618*. [Traduzido e editado por S. Drake e C. D. O’Malley, (Philadelphia: University of Pennsylvania Press, 1960).]
- [38] B. Carazza, H. Kragh, “Adolfo Bartoli and the problem of radiant heat,” *Annals of Science* **46**, 183 (1989).
- [39] P. W. Milonni, R. W. Boyd, “Momentum of light in a dielectric medium,” *Adv. Opt. Photonics* **2**, 519 (2010).
- [40] W. Crookes, “On attraction and repulsion resulting from radiation,” *Phil. Trans. Roy. Soc. London* **164**, 501 (1874).
- [41] Figura disponível em: <http://www.geocities.ws/saladefisica7/funciona/radiometro.html> (20 de outubro, 2015).
- [42] O. Reynolds, “On the forces caused by the communication of heat between a surface and a gas; and on a new photometer,” *Phil. Trans. Roy. Soc. London* **166**, 725 (1876).
- [43] A. Schuster, “On the nature of the force producing the motion of a body exposed to rays of heat and light,” *Phil. Trans. Roy. Soc. London* **166**, 715 (1876).
- [44] *Rauner Special Collections Library*, fotografia do experimento de Nichols e Hull. Disponível em: http://raunerlibrary.blogspot.com.br/2011_08_14_archive.html (26 de setembro, 2015).
- [45] *The Collected Papers of Albert Einstein*, Vol. 8 (Princeton university Press, Princeton, NJ, 1989).

- [46] R. P. James, “A “simplest case” experiment resolving the Abraham-Minkowski controversy on electromagnetic momentum in matter,” Proc. Natl. Acad. Sci. **61**, 1149 (1986).
- [47] R. A. Grot, A. C. Eringen, “Relativistic continuum mechanics part II - Electromagnetic interactions with matter,” int. J. Eng. Sci. **4**, 639 (1966).
- [48] S. R. de Groot, L. G. Suttorp, “The relativistic energy-momentum tensor in polarized media: I. The atomic energy-momentum conservation laws,” Physica **37**, 284 (1967).
- [49] S. R. de Groot, L. G. Suttorp, “The relativistic energy-momentum tensor in polarized media: II. The angular momentum laws and the symmetry of the energy-momentum tensor,” Physica **37**, 297 (1967).
- [50] S. R. de Groot, L. G. Suttorp, “The relativistic energy-momentum tensor in polarized media: III. Statistical theory of the energy-momentum laws,” Physica **39**, 28 (1968).
- [51] S. R. de Groot, L. G. Suttorp, “The relativistic energy-momentum tensor in polarized media: IV. The macroscopic material energy-momentum tensor,” Physica **39**, 41 (1968).
- [52] S. R. de Groot, L. G. Suttorp, “The relativistic energy-momentum tensor in polarized media: VI. The difference between the energy-momentum tensors in the presence and in the absence of external fields,” Physica **39**, 77 (1968).
- [53] J. Vlieger, “On the relativistic dynamics of polarized systems,” Physica **37**, 165 (1967).
- [54] P. Penfield, H. A. Haus, *Electrodynamics of Moving Media*, (MIT, Cambridge-MA, 1967).
- [55] J. P. Gordon, “Radiation forces and momenta in dielectric media,” Phys. Rev. A **8**, 14 (1973).
- [56] R. N. C. Pfeifer, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, “Colloquium: Momentum of an electromagnetic wave in dielectric media,” Rev. Mod. Phys. **79**, 1197 (2007).

- [57] S. M. Barnett, R. Loudon, “The enigma of optical momentum in a medium,” *Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A* **368**, 927 (2010).
- [58] B. A. Kemp, “Resolution of the Abraham-Minkowski debate: Implications for the electromagnetic wave theory of light in matter,” *J. Appl. Phys.* **109**, 111101 (2011).
- [59] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford, Pergamon Press, 1984).
- [60] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Oxford, Pergamon Press, 1987).
- [61] A. Mandelis, *Progress in Photoacoustic and Photothermal Science and Technology* (Elsevier, New York, 1991).
- [62] S. E. Bialkowski, *Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis* (Wiley, New York, 1996).
- [63] D. P. Almond, P. Patel, *Photothermal Science and Techniques* (Chapman & Hall, London, 1996).
- [64] M. Terazima, N. Hirota, S. E. Braslavsky, A. Mandelis, S. E. Bialkowski, G. J. Diebold, R. J. D. Miller, D. Fournier, R. A. Palmer, A. Tam, *Pure Applied Chemistry* **76**, 1083 (2004).
- [65] N. G. C. Astrath, J. H. Rohling, A. N. Medina, A. C. Bento, M. L. Baesso, C. Jacinto, T. Catunda, S. M. Lima, F. G. Gandra, M. J. V. Bell, V. Anjos, “Time-resolved thermal lens measurements of the thermo-optical properties of glasses at low temperature down to 20 K,” *Phys. Rev. B* **71**, 214202 (2005).
- [66] J. R. Silva, L. H. C. Andrade, S. M. Lima, M. P. Hehlen, Y. Guyot, A. N. Medina, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, “Laser-induced lensing effects in solid-state optical refrigerators,” *Appl. Phys. Lett.* **102**, 141910 (2013).
- [67] L. S. Herculano, L. C. Malacarne, V. S. Zanuto, G. V. B. Lukasiewicz, O. A. Capeloto, N. G. C. Astrath, “Investigation of the photobleaching process of eosin Y in aqueous solution by thermal lens spectroscopy,” *J. Phys. Chem. B* **117**, 1932–1937 (2013).

- [68] J. R. Silva, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, A. A. Andrade, C. Jacinto, M. P. Hehlen, N. G. C. Astrath, "Modeling the population lens effect in thermal lens spectrometry," *Opt. Lett.* **38**, 422–424 (2013).
- [69] G. S. Bianchi, V. S. Zanuto, F. B. G. Astrath, L. C. Malacarne, I. A. A. Terra, T. Catunda, L. A. O. Nunes, C. Jacinto, L. H. C. Andrade, S. M. Lima, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, "Resonant excited state absorption and relaxation mechanisms in Tb^{3+} -doped calcium aluminosilicate glasses: an investigation by thermal mirror spectroscopy," *Opt. Lett.* **38**, 4667–4670 (2013).
- [70] E. L. Savi, L. C. Malacarne, P. T. M. Pintro, C. Croge, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, "Investigation into photostability of soybean oils by thermal lens spectroscopy," *Spectrochim. Acta Mol. Biomol. Spectrosc.* **145**, 125–129 (2015).
- [71] E. C. Ximendes, W. F. Silva, M. V. D. Vermelho, N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, T. Catunda, C. Jacinto, "Modeling population and thermal lenses in the presence of Auger Upconversion for Nd^{3+} -doped materials," *Opt. Express* **23**, 15983 (2015).
- [72] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. Moore, S. P. S. Porto, J. R. Whinnery, "Long-transient effects in lasers with inserted liquid samples," *J. Appl. Phys.* **36**, 3 (1965)
- [73] R. C. C. Leite, R. S. Moore, J. R. Whinnery, "Low absorption measurements by means of the thermal lens effect using an He-Ne laser," *Appl. Phys. Lett.* **5**, 141 (1964).
- [74] K. E. Rieckhoff, "Self-induced divergence of cw laser beams in liquids - a new nonlinear effect in the propagation of light," *Appl. Phys. Lett.* **9**, 87 (1966).
- [75] C. Hu, J. R. Whinnery, "New thermo-optical measurement method and a comparison with other methods," *Appl. Opt.* **12**, 72 (1972).
- [76] S. J. Sheldon, L. V. Knight, J. M. Throne, "Laser-induced thermal lens effect: a new theoretical model," *Appl. Opt.* **21**, 1663 (1982).
- [77] G. R. Long, S. E. Bialkowski, "Pulsed infrared laser thermal lens spectrophotometric determination of trace-level gas-phase analytes: quantitation of parts per billion dichlorodifluoromethane," *Anal. Chem.* **56**, 2806 (1984).

- [78] S. E. Bialkowski, "Photothermal lens aberration effects in two laser thermal lens spectrophotometry," *Appl. Opt.* **24**, 2792 (1985).
- [79] J. Shen, R. D. Lowe, R. D. Snook, "A model for cw laser induced mode-mismatched dual-beam thermal lens spectrometry," *Chem. Phys.* **165**, 385 (1992).
- [80] M. L. Baesso, J. Shen, R. D. Snook, "Time-resolved thermal lens measurement of thermal diffusivity of soda-lime glass," *Chem. Phys. Lett.* **197**, 255 (1992).
- [81] L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, P. R. B. Pedreira, R. S. Mendes, M. L. Baesso, P. R. Joshi, S. E. Bialkowski, "Analytical solution for mode-mismatched thermal lens spectroscopy with sample-fluid heat coupling," *J. Appl. Phys.* **107**, 053104 (2010).
- [82] L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, M. L. Baesso, "Unified theoretical model for calculating laser-induced wavefront distortion in optical materials," *J. Opt. Soc. Am. B* **29**, 1772 (2012).
- [83] L. C. Malacarne, E. L. Savi, M. L. Baesso, E. K. Lenzi, N. G. C. Astrath, "Role of photophysics processes in thermal lens spectroscopy of fluids: a theoretical study," *J. Phys. Chem. A* **118**, 5983 (2014).
- [84] T. P. Rodrigues, V. S. Zanuto, R. A. Cruz, T. Catunda, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, "Discriminating the role of sample length in thermal lensing of solids," *Opt. Lett.* **39**, 4013 (2014).
- [85] J. H. Rohling, *Lente térmica diferencial: um novo método para a análise de transição vítrea de polímeros*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2001).
- [86] P. R. B. Pedreira, *Desenvolvimento de um protótipo de lente térmica resolvida no tempo para estudos de líquidos em condições transitórias em tempo real*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2005).
- [87] F. Sato, *Estudo da bebida de café utilizando a espectroscopia de lente térmica e a interferometria óptica*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2005).

- [88] R. Constantino, *Aplicação de espectroscopia de lente térmica e de técnicas convencionais no estudo do biodiesel de mamona em função da temperatura*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2006).
- [89] R. Constantino, *Espectroscopia de lente térmica: um novo método para a avaliação da oxidação e da eficiência da reação de transesterificação durante a produção de biodiesel*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [90] L. S. Herculano, *Espectroscopia de lente térmica para a investigação da reação fotoquímica do composto ferrosotripiridina em meio aquoso*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [91] L. S. Herculano, *Teoria unificada para a variação do caminho óptico em sólidos isotrópicos: aplicação na espectroscopia de lente térmica*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2013).
- [92] E. L. Savi, *Aplicação da espectroscopia de lente térmica para a avaliação da fotoestabilidade de óleos vegetais*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2013).
- [93] N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento, M. L. Basso, J. Shen, "Time-resolved thermal mirror for nanoscale surface displacement detection in low absorbing solids," *Appl. Phys. Lett.* **91**, 191908 (2007).
- [94] P. K. Kuo, M. Munidasa, "Single-beam interferometry of a thermal bump," *Appl. Opt.* **29**, 5326 (1990).
- [95] J. C. Cheng, S. Y. Zhang, "Three-dimensional theory to study photothermal phenomena of semiconductors. I. Modulated optical reflectance," *J. Appl. Phys.* **70**, 6999 (1991).
- [96] B. C. Li, "Three-dimensional theory of pulsed photothermal deformation," *J. Appl. Phys.* **68**, 482 (1990).
- [97] B. C. Li, Z. Zhen, S. He, "Modulated photothermal deformation in solids," *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24**, 2196 (1991).
- [98] H. Saito, M. Irikura, M. Haraguchi, M. Fukuo, "New type of photothermal spectroscopic technique," *Appl. Opt.* **31**, 2047 (1992).

- [99] G. V. B. Lukasiewicz, *Modelo teórico das técnicas de lente térmica e espelho térmico com acoplamento térmico amostra-fluido*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [100] L. C. Malacarne, F. Sato, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento, R. S. Mendes, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, J. Shen, "Nanoscale surface displacement detection in high absorbing solids by time-resolved thermal mirror," *Appl. Phys. Lett* **92**, 131903 (2008).
- [101] F. Sato, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, M. P. Belancon, R. S. Mendes, M. L. Baesso, "Time-resolved thermal mirror method: a theoretical study," *J. Appl. Phys.* **104**, 053520 (2008).
- [102] F. Sato, *Desenvolvimento da técnica de espelho térmico*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [103] M. P. Belançon, *Análise das técnicas de espelho térmico e de lente térmica para os estudos de materiais semitransparentes e opacos*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [104] N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, V. S. Zanuto, M. P. Belancon, R. S. Mendes, M. L. Baesso, C. Jacinto, "Finite-size effect on the surface deformation thermal mirror method," *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, 1735 (2011).
- [105] V. S. Zanuto, L. S. Herculano, M. L. Baesso, G. V. B. Lukasiewicz, C. Jacinto, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, "Thermal mirror spectroscopy: an experimental investigation of optical glasses," *Opt. Materials* **35**, 1129 (2013).
- [106] V. S. Zanuto, *Efeito de amostra finita na espectroscopia de espelho térmico*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2012).
- [107] L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, G. V. B. Lukasiewicz, E. K. Lenzi, M. L. Baesso, S. E. Bialkowski, "Time-resolved thermal lens and thermal mirror spectroscopy with sample-fluid heat coupling: a complete model for material characterization," *Appl. Spectrosc.* **65**, 99 (2011).
- [108] G. V. B. Lukasiewicz, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, V. S. Zanuto, L. S. Herculano, S. E. Bialkowski, "A theoretical and experimental study of time-resolved thermal mirror with non-absorbing heat-coupling fluids," *Appl. Spectrosc.* **66**, 1461 (2012).

- [109] G. V. B. Lukasiewicz, *Efeitos de acoplamento térmico nas técnicas de lente térmica e espelho térmico*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2014).
- [110] G. V. B. Lukasiewicz, N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, L. S. Herculano, V. S. Zanuto, M. L. Baesso, S. E. Bialkowski, "Pulsed-laser time-resolved thermal mirror technique in low-absorbance homogeneous linear elastic materials," *Appl. Spectrosc.* **67**, 1111 (2013).
- [111] O. A. Capeloto, G. V. B. Lukasiewicz, V. S. Zanuto, L. S. Herculano, N. E. Souza Filho, A. Novatski, L. C. Malacarne, S. E. Bialkowski, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, "Pulsed photothermal mirror technique: characterization of opaque materials," *Appl. Optics* **53**, 7985 (2014).
- [112] O. A. Capeloto, *Espectroscopia de espelho térmico com excitação pulsada: caracterização de materiais opacos*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2014).
- [113] F. B. G. Astrath, N. G. C. Astrath, J. Shen, J. Zhou, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, M. L. Baesso, "Time-resolved thermal mirror technique with top-hat cw laser excitation," *Opt. Express* **16**, 12214 (2008).
- [114] N. G. C. Astrath, F. B. G. Astrath, J. shen, J. Zhou, C. E. Gu, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento, M. L. Baesso, "Top-hat cw laser induced thermal mirror: a complete model for material characterization," *Appl. Phys. B* **94**, 473 (2009).
- [115] G. S. Bianchi, *Aplicação da técnica de espelho térmico na análise do aço inoxidável*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [116] O. A. Sierra, *Caracterização termo-óptica de polímeros em função da temperatura via espectroscopia de lente térmica e espelho térmico*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [117] R. R. Pezarini, *Aplicação de técnicas fototérmicas para o estudo da transição de fase de primeira ordem na liga NiTi*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).

- [118] D. Alanis, *Investigação dos processos de absorção de estado excitado em vidros dopados com Tb^{3+} por espectroscopia de espelho térmico*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2014).
- [119] G. S. Bianchi, *Estado excitado ressonante e mecanismo de relaxação no vidro aluminossilicato de cálcio dopado com Tb^{3+} e co-dopado com Tb^{3+} e Yb^{3+} : estudo com a espectroscopia de espelho térmico*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2014).
- [120] O. S. Aréstegui, P. Y. N. Poma, L. S. Herculano, G. V. B. Lukasiewicz, F. B. Guimarães, L. C. Malacarne, M. L. Baesso, S. E. Bialkowski, N. G. C. Astrath, “Combined photothermal lens and photothermal mirror characterization of polymers,” *Appl. Spec.* **68**, 777–783 (2014).
- [121] S. T. Souza, E. J. S. Fonseca, C. Jacinto, N. G. C. Astrath, T. P. Rodrigues, L. C. Malacarne, “Direct measurement of photo-induced nanoscale surface displacement in solids using atomic force microscopy,” *J. Opt. Mat.* **48**, 71 (2015).
- [122] R. R. Pezarini, H. S. Bernabé, F. Sato, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, J. H. Rohling, A. N. Medina, R. D. dos Reis, F. C. G. Gandra, “On the use of photothermal techniques to study NiTi phase transitions,” *Mater. Res. Express* **1**, 026502 (2014)
- [123] V. S. Zanuto, O. A. Capeloto, G. V. B. Lukasiewicz, L. S. Herculano, L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, S. E. Bialkowski, “Application of photoreactive barium titanate ($BaTiO_3$) beam fanning to the photothermal mirror technique: an experimental analysis,” *Appl. Spectrosc.* **69**, 794 (2015).
- [124] H. S. Carslaw, J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids* (Clarendon, Oxford, 1959).
- [125] B. D. Guenther, *Modern Optics* (Wiley, New York, 1990).
- [126] L. Debnath, D. Bhatta, *Integral Transforms and Their Applications* (2nd ed., Taylor & Francis Group, 2007).
- [127] E. Butkov, *Mathematical Physics* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., United States of America, 1968)

-
- [128] S. Timoshenko, J. N. Goodier, *Theory of Elasticity* (Mcgraw-Hill Book Company, 1951).
- [129] W. Nowacki, *Thermoelasticity* (Pergamon, Oxford, 1982).
- [130] Y. Suzaki, A. Tachibana, "Measurement of the μm sized radius of Gaussian laser beam using the scanning knife-edge," *Appl. Opt.* **14**, 2809 (1975).

