

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EDENIZE SODRÉ DOS SANTOS

**CONTROLE POSTURAL COMO UM SISTEMA COMPLEXO:
ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DAS VELOCIDADES DO
CENTRO-DE-PRESSÃO**

Maringá
Novembro/2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

EDENIZE SODRÉ DOS SANTOS

**CONTROLE POSTURAL COMO UM SISTEMA COMPLEXO:
ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DAS VELOCIDADES DO
CENTRO-DE-PRESSÃO**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de doutora em Física, do Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Renio dos Santos Mendes

Co-orientador: Prof. Dr. Sergio de Picoli Junior

Maringá

Novembro/2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

S237c Santos, Edenize Sodré dos
Controle postural como um sistema complexo :
análise da distribui o das velocidades do centro-
de-pressão / Edenize Sodré dos Santos. -- Maringá,
2015.
111 f. : figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Renio Santos Mendes.
Coorientador: Prof. Dr. Sergio de Picoli Junior.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Maringá, Programa de P s-Gradua o em Física, 2015.

1. Postura humana - Controle. 2. Centro-de-
pressão - Trajetória. 3. Equa es de Fokker-Planck.
4. Distribui o das velocidades. 5. Análise de
momentos (Medidas). I. Mendes, Renio Santos, orient.
II. Picoli Junior, Sergio de, coorient. III.
Universidade Estadual de Maringá. Programa de P s-
Gradua o em Física. IV. Título.

CDD 21.ed. 530.13

GV5-002686

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelas oportunidades que tive em minha vida;

À minha família: minha mãe Isael, meu padrasto Rael e meus irmãos, por todo o sacrifício que fizeram para que eu pudesse concluir mais essa etapa na minha vida;

Aos professores Drs. Renio dos Santos Mendes e Sergio de Picoli Junior, por me orientarem sempre com muito respeito e pela amizade;

Aos colegas e amigos do Grupo de Pesquisa Sistemas Complexos do Programa de Pós-Graduação em Física (UEM) pelo acolhimento, conversas descontraídas e, claro, por tornarem tão agradável esse período; sentirei uma profunda e verdadeira saudade de todos;

Ao Haroldo, por compartilhar seu conhecimento com os demais, sempre com bastante humildade. Em particular, também sou grata pela sua ajuda incondicional nessa fase final de doutorado e início de carreira docente;

Aos grandes amigos Denise e Eder, pela amizade e por me apoiarem ao longo de todos os meus anos acadêmicos;

Ao professor Dr. Pedro Paulo Deprá do Departamento de Educação Física (UEM), por ceder o equipamento experimental e tornar possível este trabalho;

Aos bons professores com quem tive aulas e que, agora, serão uma inspiração na minha vida docente;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo suporte financeiro.

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar no sonho que se tem (Renato Russo).

No presente trabalho, investigamos padrões no balanço postural que caracterizam o equilíbrio estático em seres humanos via distribuição das velocidades do centro-depressão (COP). Para medir o balanço postural, dezesseis voluntários jovens e saudáveis realizaram a tarefa de ficar em pé sobre uma plataforma de força em três condições de olhos abertos: posições bipodal, unipodal direita e unipodal esquerda. Coletamos a trajetória do COP para cada ensaio. A partir dessas trajetórias, obtivemos as séries temporais das velocidades do COP. Inicialmente, verificamos que as distribuições das velocidades exibem um comportamento não-Gaussiano e podem ser aproximadas por Gaussianas generalizadas com caudas longas. Também discutimos possíveis implicações na modelagem da velocidade do COP usando equações de Fokker-Planck generalizadas, relacionadas à estatística de Tsallis e difusão anômala de Richardson. Os modelos de distribuições Gaussianas generalizadas foram, no geral, sensíveis em detectar diferenças entre as posições bidodal e unipodal. Utilizando outra base de dados (disponível ao público), repetimos as análises para investigar a distribuição das velocidades do COP em um grupo de jovens em comparação com idosos, na posição bipodal e de olhos fechados. Todos os resultados encontrados apontaram para a existência de um comportamento universal para a distribuição das velocidades.

Palavras-chave: Controle postural humano. Trajetória do centro-depressão. Equações de Fokker-Planck. Distribuição das velocidades.

ABSTRACT

In the present study, we investigated patterns in the postural sway that characterize the static balance in human beings through distribution of center-of-pressure (COP) velocities. To measure the postural sway, sixteen healthy young subjects performed tasks stance upright under force platform in three conditions of open eyes: bipedal, right unipedal and left unipedal stances. We collected the COP trajectory for each trial. From these trajectories, we obtained the COP velocities. Firstly, we verified that the velocity distributions exhibit non-Gaussian behavior and can be approximated by generalized Gaussians with fat tails. We also discussed possible implications of modeling COP velocity by using generalized Fokker-Planck equations related to Tsallis statistics and Richardson anomalous diffusion. The models of generalized Gaussian distributions were, in general, sensitive to detect differences between bipedal and unipedal stances. By using another database (available to the public), we repeated the analysis to investigate the distribution of COP velocities in a group of young in comparison with elderly in the bipedal position and closed eyes. All the results pointed to the existence of a universal behavior for the distribution of velocities.

Keywords: Human postural control. Center-of-pressure trajectory. Fokker-Planck equations. Distribution of velocities.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação das direções do COP.	19
1.2	Exemplos de trajetórias do COP para um indivíduo saudável e outro com doença bipolar.	22
1.3	Amplitude do balanço corporal durante os blocos de imagens perturbadoras, agradáveis e neutras.	22
1.4	Típicos resultados do DFA-1 para séries temporais da velocidade e posição do COP.	26
1.5	Plataforma de força EMG SYSTEM do Brasil.	28
1.6	Configuração experimental das condições bipodal e unipodal esquerda. . .	29
2.1	Representação da trajetória do centro-de-pressão e séries temporais da posição e velocidade.	31
2.2	Aspectos estatísticos das séries da velocidade do COP na direção ântero-posterior.	33
2.3	Aspectos estatísticos das séries da velocidade do COP na direção médio-lateral.	34
2.4	Distribuições das velocidades globais do COP normalizadas nas direções ântero-posterior e médio-lateral.	40
2.5	Distribuição das velocidades do COP normalizada na direção AP para um indivíduo representativo e resultados para a análise individual.	41
2.6	Distribuição das velocidades do COP normalizada na direção ML para um indivíduo representativo e resultados para a análise individual.	42

2.7	Valores médios individuais de q e s na posição bipodal.	43
3.1	Exemplos típicos de trajetórias do COP para as posições bipodal e unipodal e as correspondentes séries temporais da velocidade.	45
3.2	Comparação entre os momentos da distribuição das velocidades global (condições bipodal e unipodal) e momentos Gaussianos nas direções AP e ML.	46
3.3	Momentos (análise individual) na direção médio-lateral.	47
3.4	Momentos (análise individual) na direção ântero-posterior.	48
3.5	Distribuições de probabilidade das velocidades com as aproximações q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada na direção médio-lateral.	51
3.6	Distribuições de probabilidade das velocidades com as aproximações q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada na direção ântero-posterior.	52
3.7	Parâmetros globais estimados das distribuições referentes às Equações 2.12, 2.18 e 3.4 para as condições bipodal e unipodal (direita e esquerda) nas direções AP e ML.	53
3.8	Relação entre os parâmetros globais obtidos da q -Gaussiana Alongada para AP e ML.	54
3.9	Valores médios dos parâmetros estimados (análise individual) das distribuições referentes às distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada para as posições bipodal e unipodal nas direções AP e ML.	55
3.10	Valores médios dos parâmetros das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada relativos à análise individual.	56
4.1	Configuração experimental.	58
4.2	Estabilogramas representativos para um voluntário jovem e um idoso nas condições de controle e estímulo.	59
4.3	Momentos (análise individual) das velocidades de jovens e idosos na direção médio-lateral.	60
4.4	Momentos (análise individual) das velocidades de jovens e idosos na direção ântero-posterior.	61

4.5	Distribuição das velocidades (análise global, situação de controle) para jovens e idosos.	63
4.6	Distribuição das velocidades (análise global, situação de estímulo) para jovens e idosos.	64
4.7	Valores médios dos parâmetros (análise individual) das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada nas condições de controle e estímulo para jovens e idosos.	65
4.8	Valores médios dos parâmetros (análise individual) da distribuição q -Gaussiana Alongada nas condições de controle e estímulo para jovens e idosos.	66
C.1	Exemplos de distribuições q -Gaussianas.	82
C.2	Exemplos de distribuições Gaussianas Alongadas.	84
C.3	Exemplos de distribuições q -Gaussianas Alongadas.	85
E.1	Distribuição das posições do COP normalizada na direção AP e os correspondentes resultados para os casos individuais.	90
E.2	Distribuição das posições do COP normalizada na direção ML e os correspondentes resultados para os casos individuais.	91

LISTA DE TABELAS

3.1	Valores da assimetria e da curtose (análise global) obtidos para as posições bipodal e unipodal.	47
4.1	Valores globais dos parâmetros das distribuições de cauda longa para jovens e idosos nas condições de controle e estímulo.	62
F.1	Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada para a posição bipodal. . . .	92
F.2	Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada para a posição unipodal (direita).	93
F.3	Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada para a posição unipodal (esquerda).	94
G.1	Valores χ^2 do Teste da Razão de Verossimilhança na direção médio-lateral.	98
G.2	Valores χ^2 do Teste da Razão de Verossimilhança na direção ântero-posterior.	99

Resumo	5
Abstract	6
Lista de figuras	9
Lista de tabelas	10
Introdução	14
1 Revisão bibliográfica e metodologia experimental	18
1.1 Medidas tradicionais do COP	18
1.1.1 Deslocamento radial médio	19
1.1.2 Velocidade média	19
1.1.3 Desvios padrões do COP nas direções ML e AP	20
1.1.4 Área de 95% da elipse do COP	20
1.1.5 Desvio padrão do deslocamento radial	21
1.1.6 Análise de correlação	23
1.1.7 Análise de autocorrelação	24
1.2 Metodologia experimental	26
2 Momentos, distribuição das velocidades e Gaussianas generalizadas na condição bipodal	30
2.1 Velocidade do centro-de-pressão	30

2.2	Comportamento não-Gaussiano das velocidades	32
2.3	Modelos não-Gaussianos para a distribuição das velocidades	35
2.4	Distribuição das velocidades e Gaussianas generalizadas	39
3	Momentos e distribuição das velocidades: condição unipodal versus bipodal	44
3.1	Análise dos momentos	44
3.2	Um modelo alternativo para a distribuição das velocidades	49
3.3	Análise das distribuições das velocidades	50
4	Momentos, distribuição das velocidades e envelhecimento	57
4.1	Base de dados e protocolo experimental	57
4.2	Análise dos momentos	60
4.3	Análise da distribuição das velocidades	62
	Considerações finais	68
	Apêndice	71
A	Alguns testes de significância estatística e o método de <i>bootstrap</i>	71
A.1	Testes de Anderson-Darling e Cramér von-Mises	71
A.2	O método de <i>bootstrap</i>	72
B	A equação de Fokker-Planck	74
B.1	A equação de Langevin	74
B.2	A equação de Fokker-Planck	76
C	Algumas Distribuições de Probabilidades	79
C.1	Distribuição Gaussiana ou Normal	79
C.2	Distribuição q -Gaussiana	80
C.3	Distribuição Gaussiana Alongada	83
C.4	Distribuição q -Gaussiana Alongada	84
D	Método da Máxima Verossimilhança	86
E	Distribuição das posições	89
F	Parâmetros individuais estimados	92

G Teste da Razão de Verossimilhança	95
Referências bibliográficas	100

Em nossa vida diária, realizamos diversas tarefas que demandam uma constante manutenção e controle do equilíbrio postural para manter a posição do corpo no espaço, com objetivos de estabilidade e orientação (por exemplo, caminhamos, dançamos e carregamos sacolas de compras). O conjunto de vários processos fisiológicos que conduzem a movimentos de correção postural que nos permitem ficar de pé é um exemplo de um sistema de controle complexo. Esses movimentos de correção corporal refletem algumas características do mecanismo de controle subjacente [1]. Do ponto de vista biológico, a postura parada em pé ou postura em apoio bipodal requer do corpo o controle do Sistema Músculo-Esquelético (SME). Tal controle é possível quando o Sistema Nervoso Central processa as informações visual, vestibular¹ e somatossensorial² e as usa para selecionar e controlar a resposta postural apropriada [4–8].

O estudo do balanço postural³ usando medidas baseadas no centro-de-pressão (*center-of-pressure*) (COP) tem sido útil para caracterizar a dinâmica do sistema de controle postural associada à manutenção do equilíbrio. O COP é definido como a origem do vetor da força resultante de reação do solo sobre a superfície de sustentação. Para o corpo permanecer em equilíbrio estático, a força causada pela gravidade e a força de reação da base devem ser iguais e opostas, e o COP deve estar diretamente abaixo do centro de massa [9]. Há décadas, pesquisadores têm empregado o uso de plataformas de força

¹O sistema ou aparelho vestibular é o conjunto de órgãos do ouvido interno dos vertebrados responsáveis pela manutenção do equilíbrio [2].

²O sistema somatossensorial é a condição que permite ao ser vivo experimentar sensações nas partes distintas do corpo humano. Podem ser sensações de tato, temperatura, da posição das partes do corpo ou da dor [3].

³Definição de balanço postural/corporal: fenômeno de constante deslocamento e correção da posição do centro de gravidade dentro da base de apoio.

em seus protocolos experimentais para a caracterização do controle postural. Esse instrumento registra as trajetórias do centro-de-pressão (COP) em função do tempo, as quais são medidas a partir das forças de reação do solo.

A dinâmica da posição do COP é frequentemente relacionada a uma caminhada aleatória, tem sido investigada usando uma variedade de técnicas [10–20]. Em particular, alguns estudos têm focado as velocidades do COP ao invés das trajetórias. De fato, alguns argumentos corroboram para a concepção de que a velocidade do COP seja realmente mais precisa do que a posição ou aceleração para modular a postura humana bipodal [21–23]. Como demonstrado experimentalmente na Ref. [22], quando uma informação sensorial é removida ou atenuada, o comportamento do balanço postural indica maior degradação nas séries temporais da velocidade do que na posição ou aceleração do COP. Várias características da velocidade do COP, incluindo correlações temporais, têm sido amplamente exploradas [23–29]. No entanto, investigações relacionadas às distribuições das velocidades são raras. Por exemplo, existem testes de significância estatística (tais como os testes de Shapiro–Wilk e Kolmogorov-Smirnov) indicando que as distribuições das velocidades do COP não são Gaussianas [30,31], porém maiores detalhes sobre a forma dessas distribuições não foram estudadas aprofundadamente.

Recentemente, diversos métodos clínicos e laboratoriais têm focado a degeneração do controle postural, especificamente em certas condições patológicas que afetam o equilíbrio, como, por exemplo, lesão no ligamento cruzado anterior, instabilidade crônica no tornozelo, fratura no quadril, dor lombar, déficit mental e doença de Alzheimer [32–36]. Sabemos que a posição sobre um pé (apoio unipodal) é uma tarefa mais exigente e estressante, cujo controle necessita de uma atividade motora mais intensa devido à base de apoio ser mais estreita comparada com a bipodal [37]. Por esse motivo, o equilíbrio sobre apoio unipodal é frequentemente estudado para que se compreenda melhor como a estabilidade postural funciona quando há um déficit no equilíbrio [38–47].

Um dos testes muito utilizado para diagnosticar doenças relacionadas ao sistema de controle de equilíbrio é o chamado *one-leg stance test* (OLST). O OLST trabalha com o tempo máximo em que um indivíduo mantém a posição unipodal sem qualquer ajuda, implicando, assim, que a melhor estabilidade postural estaria relacionada ao maior intervalo de tempo mantido em pé sobre uma perna [48–56]. Esse teste pode ser uma ferramenta para prever condições debilitantes em centros médicos; entretanto, a informação restrita

apenas ao tempo pode não ser a ideal para quantificar outros aspectos do equilíbrio [36].

Estudos relacionados ao equilíbrio unipodal englobam inúmeras situações experimentais (*i.e.*, olhos abertos versus olhos fechados, diferenças relacionadas à idade e ao gênero, entre outras), diferentes variáveis (posição, velocidade, velocidade angular) e uma ampla variedade de técnicas, desde as mais clássicas (como velocidade média, desvio padrão, análise de frequência e área do COP) até as mais sofisticadas (análise de regressão linear, medidas de tempo limite, análise de flutuação destendenciada (*Detrended Fluctuation Analysis/DFA*), entre outras) [18, 57–64].

No caso da degeneração do sistema de controle postural, é sabido que o desequilíbrio corporal na população idosa pode refletir patologias clínicas que afetam componentes desse sistema e que contribuem para as quedas. O envelhecimento humano é, portanto, associado a uma degradação na dinâmica complexa do equilíbrio postural humano. Intervenções terapêuticas que aumentam a complexidade fisiológica têm sido empregadas com o objetivo de elevar o paciente a um certo status de “saudável”. Nesse sentido, a quantificação de mudanças posturais com a idade pode ser a base de uma abordagem para avaliar o risco e prever a eficácia dessas intervenções clínicas [10, 11, 18]. Desse modo, caracterizar as mudanças relacionadas à idade na estabilidade postural deve nos proporcionar um melhor entendimento sobre como esse sistema está comprometido com o processo de envelhecimento e, ainda, pode nos fornecer uma informação útil na identificação de pessoas idosas com risco de quedas. Por isso, a capacidade adaptativa deteriorada da população idosa na posição bipodal tem sido amplamente estudada (análise de DFA-*Detrended Fluctuation Analysis*, velocidade absoluta média do COP, análise de entropia, análise de dimensão fractal, entre outras [1, 11, 18, 26, 65–71]).

Como deve estar claro, para o indivíduo se manter equilibrado na posição estática, o controle postural necessita de uma série de tarefas e ações que ocorrem de forma integrada e simultânea, exigindo uma grande capacidade coordenativa das informações visual, vestibular e somatossensorial e dos segmentos corporais (SME) [72, 73]. Tais características do controle postural fazem dele um exemplo típico de sistema complexo.

O estudo de sistemas complexos vem se tornando reconhecido nos últimos anos como uma nova vertente científica interdisciplinar. Apesar de se esperar que um sistema complexo tenha várias propriedades típicas, não há uma definição precisa sobre esse tipo de sistema. Em particular, é típico que um sistema complexo refira-se a um grupo composto

de muitas partes interagindo. Essas partes individuais e as interações entre elas muitas vezes conduzem a efeitos coletivos que não são intuitivos se conhecemos apenas as componentes individuais [74–76]. Nesse cenário, investigamos aspectos do equilíbrio humano do ponto de vista dos sistemas complexos. Especificamente nesta tese, estudamos o controle postural a partir das velocidades do centro-de-pressão.

No Capítulo 1, fazemos uma breve revisão bibliográfica, basicamente explanando sobre algumas técnicas estatísticas frequentemente empregadas no estudo das trajetórias do COP. Além disso, apresentamos o procedimento experimental adotado para a coleta das trajetórias do COP e o tratamento empregado nos dados. No Capítulo 2, propomos um método de investigar as séries temporais do COP na condição bipodal. Nesse caso, sugerimos que a distribuição das velocidades do COP seria bem aproximada por distribuições Gaussianas generalizadas com caudas longas (distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada). Nossa principal meta no Capítulo 3 foi investigar se os parâmetros dessas distribuições teóricas para a condição unipodal (direita e esquerda) diferem daqueles obtidos previamente para o experimento de bipodal, ou seja, se esses parâmetros são sensíveis a essas mudanças posturais. Investigamos se tais parâmetros são sensíveis à degradação no equilíbrio e, assim, se poderiam ser úteis na classificação de saudáveis e não-saudáveis como aqueles outros mais tradicionais da literatura.

Como assinalamos previamente, a estabilidade postural é mais frequentemente caracterizada por medidas do COP coletadas por uma plataforma de força. Embora esse aparato experimental seja largamente usado há pelo menos duas décadas, existem maneiras alternativas para investigar a estabilidade postural [66, 68]. Nessa perspectiva, usando uma base de dados de domínio público, obtida sem o uso de plataformas de força, estudamos no Capítulo 4 o efeito do envelhecimento e de estímulos externos sobre as velocidades do COP. Comparamos as distribuições das velocidades de indivíduos idosos saudáveis com as de jovens saudáveis e investigamos o possível efeito do uso de palmilhas vibratórias à base de gel sobre a estabilidade postural dos voluntários. No último capítulo, expomos nossas considerações finais, abordando as principais implicações dos resultados obtidos e suas possíveis perspectivas. Nos apêndices, apresentamos alguns detalhes técnicos empregados ao longo desta tese, além de dados e resultados complementares.

CAPÍTULO 1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Nas últimas décadas, diversas pesquisas têm-se dedicado a explorar as séries temporais do centro-de-pressão (COP) no sentido de quantificá-las. Nesse contexto, várias técnicas estatísticas são frequentemente utilizadas, principalmente com o propósito de desenvolver mais estratégias para facilitar a detecção de instabilidade em populações com maior propensão ao desequilíbrio devido a patologias ou outra causa qualquer. Em vista disso, apresentamos aqui uma breve revisão de algumas medidas usualmente empregadas na trajetória do COP, bem como algumas de suas aplicações no contexto experimental.

Apesar dessas medidas não fazerem parte do foco desta tese, elas ilustram uma gama de possibilidades no estudo e aplicação de séries temporais do COP. Além disso, fornecem uma contextualização para nosso estudo sobre distribuição das velocidades do COP.

1.1 Medidas tradicionais do COP

Inicialmente, consideramos algumas variáveis de interesse no estudo do controle postural largamente utilizadas para caracterizar a dinâmica do COP. Antes, definimos X_i e Y_i para uma amostra com $i = 1, 2, \dots, N$ como os valores das séries temporais do COP nas direções médio-lateral (ML) e ântero-posterior (AP), respectivamente (Figura 1.1).

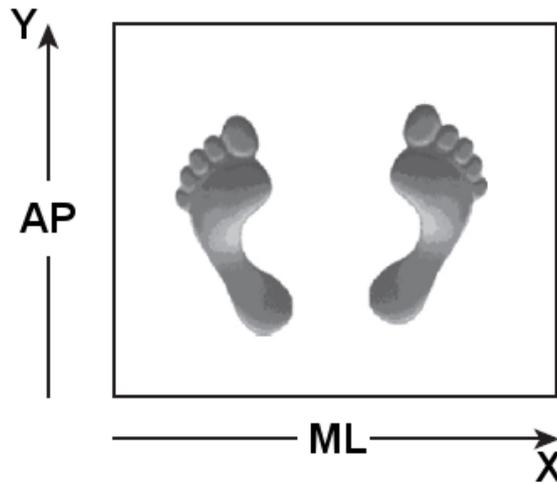


Figura 1.1: Representação das direções ântero-posterior (AP) e médio-lateral (ML) do COP.

1.1.1 Deslocamento radial médio

O deslocamento radial médio do COP R_m é calculado como [77]

$$R_m = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N}, \quad (1.1)$$

sendo

$$r_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \quad (1.2)$$

o deslocamento radial para a i -ésima amostra. Tipicamente, se há alguma perda de equilíbrio, espera-se que R_m seja maior que no caso com mais equilíbrio.

1.1.2 Velocidade média

A velocidade média do COP V_m é calculada como [65, 78]

$$V_m = \frac{L}{N \Delta t}, \quad (1.3)$$

com

$$L = \sum_{i=2}^N \sqrt{(X_i - X_{i-1})^2 + (Y_i - Y_{i-1})^2} \quad (1.4)$$

representando a distância percorrida pelo COP e $\Delta t = 1/f_s$, sendo f_s a frequência de amostragem. Assim como R_m , essa medida é sensível a variações nas condições de equilíbrio.

1.1.3 Desvios padrões do COP nas direções ML e AP

Os desvios padrões medem a dispersão da trajetória do COP nas direções ML e AP e são calculados como [77]

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2} \quad (1.5)$$

e

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i^2}, \quad (1.6)$$

respectivamente, supondo que as médias são nulas. De certa forma, essas duas medidas se assemelham a R_m , porém enfatizando separadamente flutuações em cada uma das direções (ML e AP).

1.1.4 Área de 95% da elipse do COP

A área do deslocamento (elipse 95%) do COP é um método para estimar a área coberta pela trajetória do COP que engloba aproximadamente 95% dos seus pontos. Essa área A é calculada como

$$A = (2\pi F) \sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2 - \sigma_{XY}^2}, \quad (1.7)$$

sendo $F = 3.00$ o valor crítico da distribuição de Fisher (obtido a partir da tabela de estatística F) ao nível de confiança de 95% quando o tamanho da amostra é maior que 120 [65, 79]. Supondo que os valores médios são nulos, o coeficiente de correlação entre X_i e Y_i , σ_{XY} , é dado como

$$\sigma_{XY} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i Y_i. \quad (1.8)$$

Assim como R_m e V_m , essa medida enfoca um aspecto global da trajetória do COP, não tratando separadamente as direções ML e AP.

1.1.5 Desvio padrão do deslocamento radial

Outra medida relacionada ao COP que leva em conta as direções ML e AP simultaneamente é o desvio padrão do deslocamento radial, σ_r , calculado como

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i - R_m)^2}, \quad (1.9)$$

sendo R_m o deslocamento radial médio do COP, Equação 1.1 [78].

Além dessas medidas do COP que acabamos de apresentar, existem várias outras, tais como amplitude de deslocamento do COP, análise de frequência, dimensão fractal, espectro de potência [65, 77, 78, 80]. Apesar dessas medidas convencionais serem consideradas simples, são capazes de fornecer informações importantes sobre o problema estudado, como, por exemplo para testar a hipótese de que há um déficit no controle postural de indivíduos com doença bipolar na presença/ausência da visão em comparação com indivíduos saudáveis [14]. Como mostramos na Figura 1.2, é notável que o grupo bipolar tem sua área do deslocamento do COP aumentada em relação ao de controle, independentemente da condição visual.

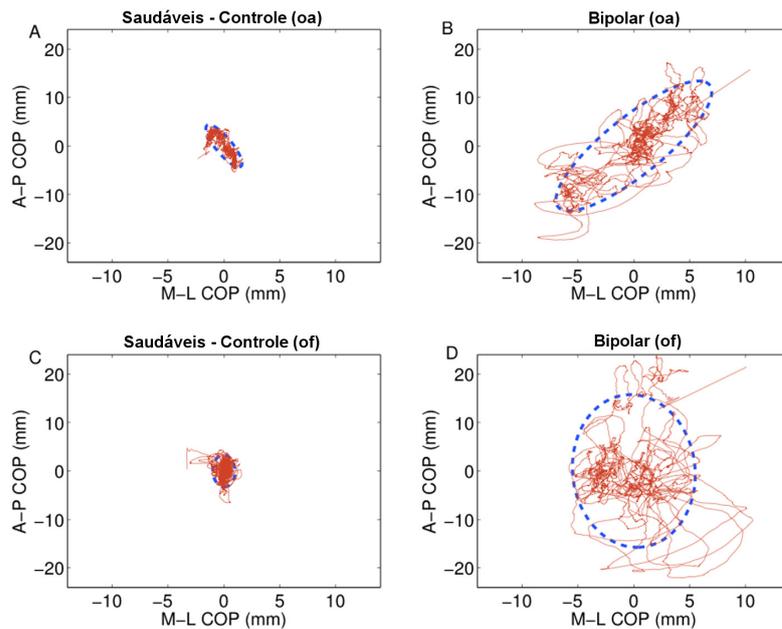


Figura 1.2: Trajetórias do COP (vermelho) e área do deslocamento do COP (azul) para um indivíduo saudável (esquerda) e outro com doença bipolar (direita) nas condições A) e B) olhos abertos (oa) e C) e D) olhos fechados (of). Adaptada de Bolbecker *et al.* [14].

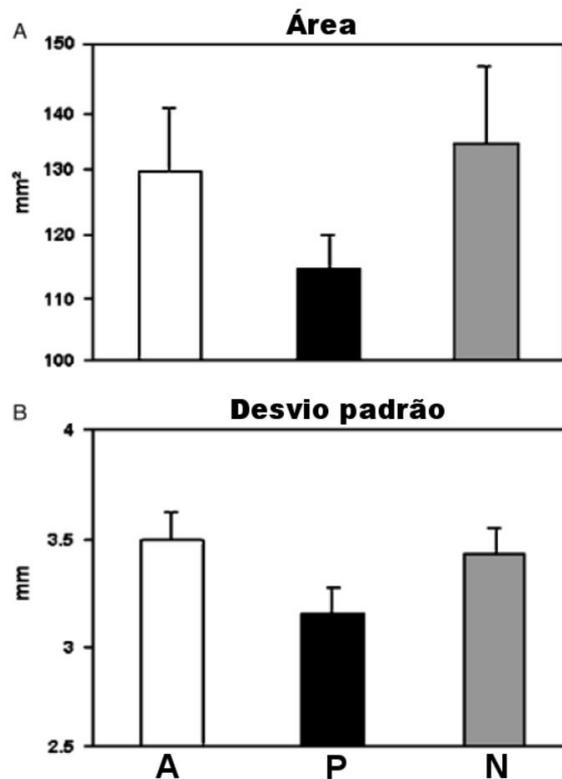


Figura 1.3: Amplitude do balanço corporal durante os blocos de imagens perturbadoras (P), agradáveis (A) e neutras (N). A: Área do deslocamento do COP média. B: Desvio padrão médio na direção médio-lateral. As barras de erro referem-se aos erros padrões. Adaptada de Azevedo *et al.* [81].

Outro exemplo, dentre os vários possíveis, diz respeito à reação de voluntários ao visualizar blocos de imagens perturbadoras (mutilações) em comparação com imagens agradáveis e imagens neutras (objetos) [81]. A visão de figuras de mutilação influenciaram significativamente a amplitude do balanço corporal (Figura 1.3). A análise da área do deslocamento do COP média revelou uma redução durante o bloco de imagens perturbadoras em relação às imagens agradáveis e neutras. O mesmo efeito também foi observado para a análise de desvio padrão médio.

Recentemente, várias análises de sistemas dinâmicos têm sido aplicadas nas séries temporais do COP. Dentre as mais novas ferramentas empregadas nesse campo, destacamos medidas de entropia, as quais têm se mostrado úteis para quantificar a informação contida dentro do sinal (entropia de Shannon e entropia de Rényi) e a complexidade e regularidade do sinal (entropia Aproximada e entropia de Amostra) [82–86].

1.1.6 Análise de correlação

A seguir, consideramos as análises do COP baseadas em correlação. Uma medida de correlação bastante comum é o coeficiente de correlação linear de Pearson, ρ , o qual nos permite medir o quão linear é a relação entre dois conjuntos de variáveis. O coeficiente ρ é definido como [87]

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (1.10)$$

sendo $\bar{X} = (1/N) \sum_{i=1}^N X_i$ e $\bar{Y} = (1/N) \sum_{i=1}^N Y_i$ os valores médios de X_i e Y_i , respectivamente. Se $\rho = 1$ significa uma correlação positiva (função crescente) perfeita, por outro lado, se $\rho = -1$ temos uma correlação negativa (função decrescente) perfeita. Em outros casos há correlação menos acentuada. Em particular, geralmente, quando $\rho = 0$, não há correlação entre as variáveis.

Essa análise de correlação fornece uma abordagem quantitativa útil na comparação da performance de diferentes medidas do COP em diversas condições de estabilidade, e respondem a algumas questões que naturalmente surgem nesse cenário. Uma delas refere-se ao possível efeito da interação das duas direções do COP (ML e AP) nas medi-

das realizadas, visto que elas podem ser e são em muitos casos analisadas como séries temporais independentes [29].

1.1.7 Análise de autocorrelação

O método mais comum para estudar as propriedades de (auto) correlação em séries temporais do COP, se as correlações são de curto ou de longo alcance, é a análise de flutuação destendenciada (*Detrended Fluctuation Analysis*) (DFA) [88,89]. O procedimento básico envolvido no DFA - q é descrito pelos seguintes passos:

- i) Considere a série temporal ξ_t com $t = 1, 2, \dots, N$, e calculamos a série acumulada

$$\Theta(t) = \sum_{u=1}^t (\xi_u - \langle \xi \rangle), \quad (1.11)$$

sendo

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \xi_t \quad (1.12)$$

a média global.

- ii) Dividimos a série acumulada Θ em N_b janelas não sobrepostas e de tamanho τ . Cada janela contém N_τ pontos. Dentro de cada janela, indexada pelo índice k , ajustamos um polinômio de grau q , P_q^k , representando a tendência local. Com isso, a função de flutuação destendenciada em cada janela será

$$\psi^{(k)}(t) = \Theta(t) - P_q^k. \quad (1.13)$$

- iii) Assim, para cada τ definimos a função de flutuação

$$F(\tau) = \left(\frac{1}{N_b} \sum_{k=1}^{N_b} \frac{1}{N_\tau} \sum_{t=1}^{N_\tau} [\psi^{(k)}(t)]^2 \right)^{1/2}. \quad (1.14)$$

Quando a série acumulada exibe autosimilaridade, a função $F(\tau)$ terá uma dependência tipo lei de potência, ou seja,

$$F(\tau) \sim \tau^\alpha, \quad (1.15)$$

sendo α o expoente de escala associado à série temporal, geralmente, conhecido como expoente de Hurst.

O expoente de Hurst fornece informações sobre as propriedades de correlação da série:

- a) Se $\alpha = 0.5$, a série é não-correlacionada (ruído branco) ou é correlacionada de curto alcance;
- b) Se $\alpha < 0.5$, a série apresenta correlações antipersistentes de longo alcance;
- c) Se $\alpha > 0.5$, a série exibe correlações persistentes de longo alcance.

É conhecido na literatura que as séries temporais da posição e da velocidade do COP exibem dois regimes de escala: um comportamento persistente para pequenos intervalos de tempo e outro antipersistente para longos intervalos de tempo [23–25, 29]. A Figura 1.4 exemplifica esse aspecto para séries temporais da velocidade e da posição do COP. Embora não haja um consenso sobre o papel desempenhado pelas séries da posição na caracterização das correlações presentes nas séries temporais do COP, as séries da velocidade têm-se tornado a principal variável de interesse nesse tipo de análise e de tantas outras. De fato, como demonstrado experimentalmente na Ref. [22], quando uma informação sensorial (visão e propriocepção) é removida ou atenuada, o comportamento do balanço postural indica uma maior degradação nas séries temporais da velocidade do que na posição ou aceleração do COP. Na Ref. [90], os expoentes de Hurst correspondentes às séries das velocidades do COP são calculados explicitamente.

As medidas relacionadas a uma série do COP, que apresentamos, ilustram bem a grande variabilidade de aspectos que podemos analisar. De uma maneira geral, tem-se duas grandes vertentes de aspectos de uma série temporal que podemos investigar: aquelas relacionadas a correlações temporais e aquelas vinculadas à distribuição dos dados. Nesta tese, focamos justamente na distribuição dos dados. Mais precisamente, exploramos a distribuição das velocidades do COP. No melhor do nosso entendimento, o material apresentado nos próximos capítulos sobre a distribuição das velocidades do COP compõe

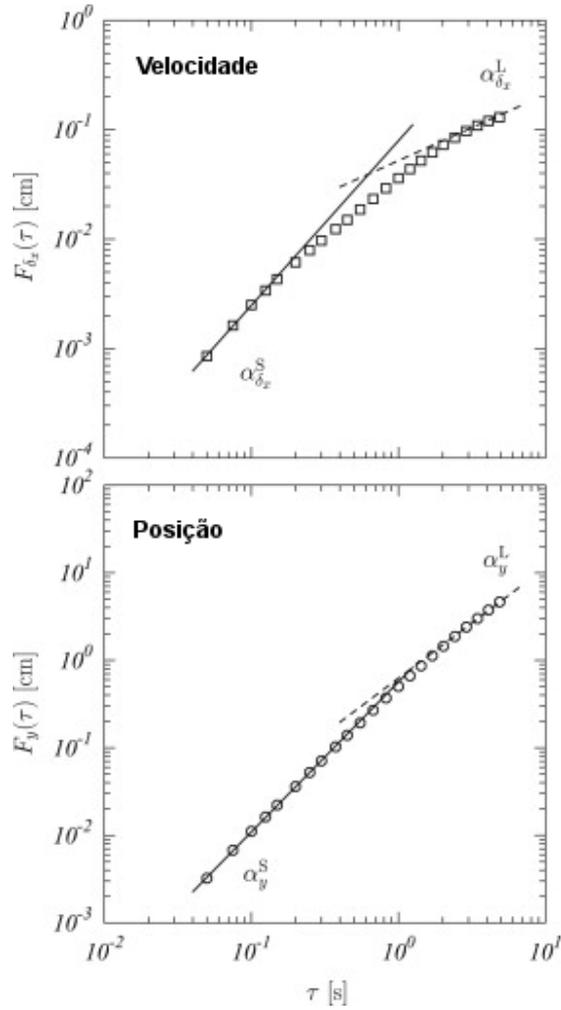


Figura 1.4: Típicos resultados do DFA-1 para séries temporais da velocidade e posição do COP. (Topo) Valores de $F(\tau)$ para a série da velocidade do COP $\delta x(t)$ na direção ML. (base) Valores de $F(\tau)$ para a série da posição do COP $y(t)$ na direção AP. Os índices S e L indicam as regiões com pequenos intervalos de tempo (comportamento persistente) e longos intervalos de tempo (comportamento antipersistente), respectivamente. Adaptada de Blazquez *et al.* [29].

a vertente inédita desta tese. A seguir, expomos a base de dados que empregamos na primeira parte de nossa análise.

1.2 Metodologia experimental

Neste trabalho, dezesseis indivíduos fisicamente ativos, jovens e saudáveis (oito homens e oito mulheres com idade entre vinte e vinte e oito anos) participaram do experimento. Pessoas fisicamente ativas foram definidas como aquelas que mantêm alguma forma de atividade física regular durante a semana, como, por exemplo, caminhar, jogar

bola e dançar. O estudo foi aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual de Maringá (UEM) e foi conduzido de acordo com os princípios da Declaração de Helsinki. Todos os voluntários receberam instruções oral e escrita sobre o protocolo experimental e assinaram um termo de consentimento antes de realizar as tarefas do experimento.

O procedimento experimental ocorreu nas dependências do Departamento de Educação Física da UEM, no Laboratório de Biomecânica e Comportamento Motor - Labicom, durante o período de julho a agosto de 2013, no horário comercial. Os dados foram coletados usando uma plataforma de força (EMG SYSTEM do Brasil) para registrar a trajetória do COP, que é medida a partir das forças de reação do solo, com uma taxa de aquisição de 100 Hz (Figura 1.5).

Coletamos os dados sob três condições posturais: bipodal (B), unipodal direita (UD) e unipodal esquerda (UE). Na primeira delas, os voluntários ficaram descalços e solicitamos que mantivessem uma posição bipodal (em pé parados e apoiados sobre os dois pés) sobre a plataforma de força com os olhos abertos [Figura 1.6 (esquerda)]. Cada um manteve uma distância de cerca de 1.5 metro de um ponto fixo (pedestal) no plano horizontal, na altura relativa de cada voluntário, com as pernas orientadas em paralelo com a largura do quadril. Cada indivíduo foi submetido a essa tarefa por 60s e a mesma foi repetida 10 vezes alternadamente.

A seguir, coletamos 10 medidas (cada uma de 60s) para cada indivíduo nas condições unipodal direita e unipodal esquerda, ou seja, em pé parado e apoiado sobre apenas um pé. Ambas as tarefas foram realizadas com os olhos abertos. Novamente, testamos os voluntários sem os sapatos, olhando para um ponto colocado sobre um pedestal ao nível dos olhos (a 1.5 metro de distância) e nenhuma restrição foi imposta sobre seus braços [Figura 1.6 (direita)].

Realizamos todos os 30 ensaios (10 testes \times 3 situações) para cada voluntário, com um intervalo de 60s de descanso entre os testes. Alternamos as situações experimentais para evitar a fadiga dos envolvidos. No total, coletamos $N = 160$ trajetórias do COP para a posição bipodal, 160 para a unipodal direita e 160 para a unipodal esquerda. Para cada trajetória do COP temos duas séries temporais: uma na direção ântero-posterior (AP), movimento corporal para a frente e para trás, e outra na direção médio-lateral (ML), movimento corporal de direita-esquerda.

As séries temporais referentes às trajetórias do COP coletadas foram filtradas por um

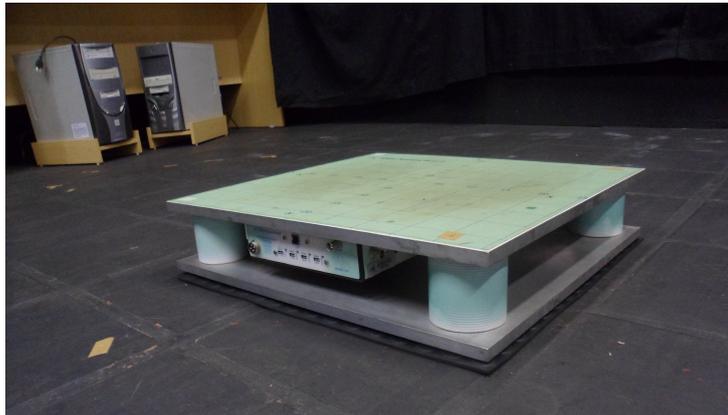
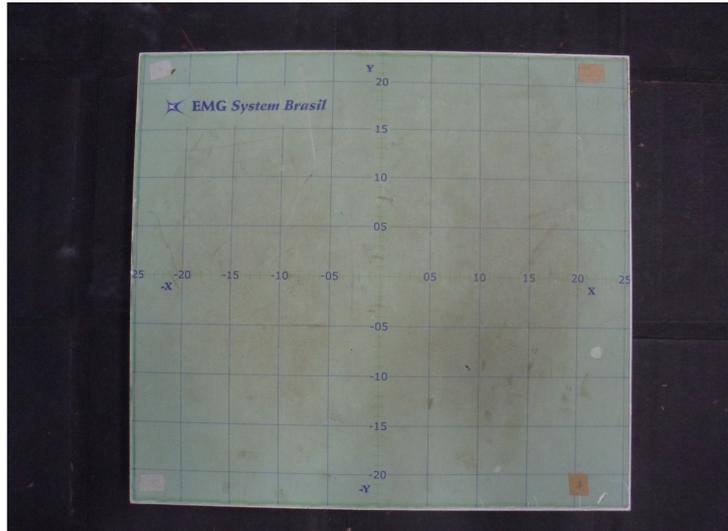


Figura 1.5: Plataforma de força EMG SYSTEM do Brasil, com dimensão de 25×25 cm, vista de cima (topo) e de lado (base).

filtro passa-baixa com uma frequência de corte de 20 Hz para eliminar flutuações de alta frequência. Consideramos, então, uma frequência de amostragem de 50 Hz. A partir das séries das posições do COP obtivemos as séries das velocidades (nas direções AP e ML). Além disso, eliminamos a parte inicial de cada série (1.5s) para evitar anomalias relacionadas à desestabilização do indivíduo no início do experimento.

O número total de dados analisados neste trabalho chega à casa dos 2.88×10^6 (16 indivíduos \times 10 séries temporais \times 3000 dados \times 2 direções (AP e ML) \times 3 condições).

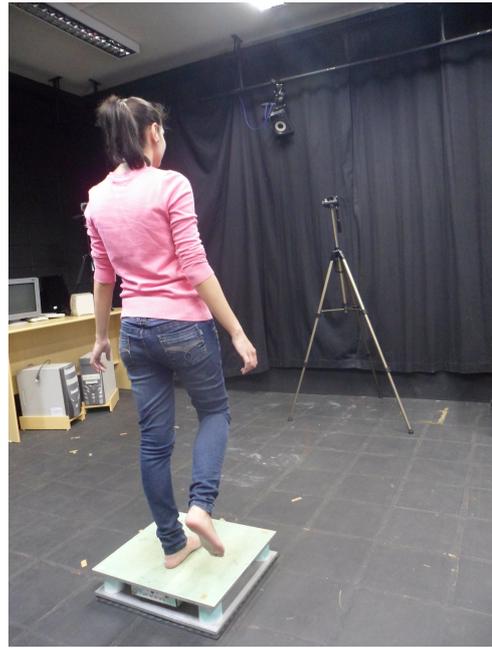
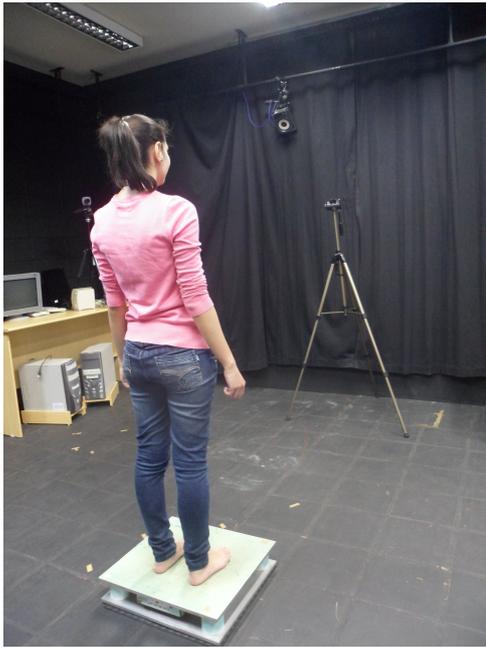


Figura 1.6: Configuração experimental das condições bipodal (esquerda) e unipodal esquerda (direita), realizada no Labicom, Departamento de Educação Física da Universidade Estadual de Maringá.

CAPÍTULO 2

MOMENTOS, DISTRIBUIÇÃO DAS VELOCIDADES E GAUSSIANAS GENERALIZADAS NA CONDIÇÃO BIPODAL

Neste capítulo, apresentamos uma investigação da distribuição das velocidades do centro-depressão na condição bipodal [91]. Verificamos o comportamento não-Gaussiano das velocidades, propomos e analisamos duas distribuições Gaussianas generalizadas com caudas longas como possíveis candidatas a modelos para os dados experimentais.

2.1 Velocidade do centro-depressão

A trajetória bidimensional do COP (ou estabilograma) de um indivíduo representativo, em nosso estudo, pode ser vista na Figura 2.1(A). Usando Y_t e Y_{t+1} para representar dois termos consecutivos da série da posição do COP na direção ântero-posterior,

$$\Delta Y_t = Y_{t+1} - Y_t \quad (2.1)$$

é definido como um elemento da série de incrementos sucessivos. Considerando que ΔY é proporcional à velocidade $V_y = \Delta Y / \Delta t$, sendo Δt constante, tratamos neste capítulo como a própria velocidade (ΔY é a velocidade em que a unidade de tempo é Δt). Ademais, as velocidades normalizadas na direção ântero-posterior são escritas como

$$\Delta y = \frac{\Delta Y - \mu_y}{\sigma_y}, \quad (2.2)$$

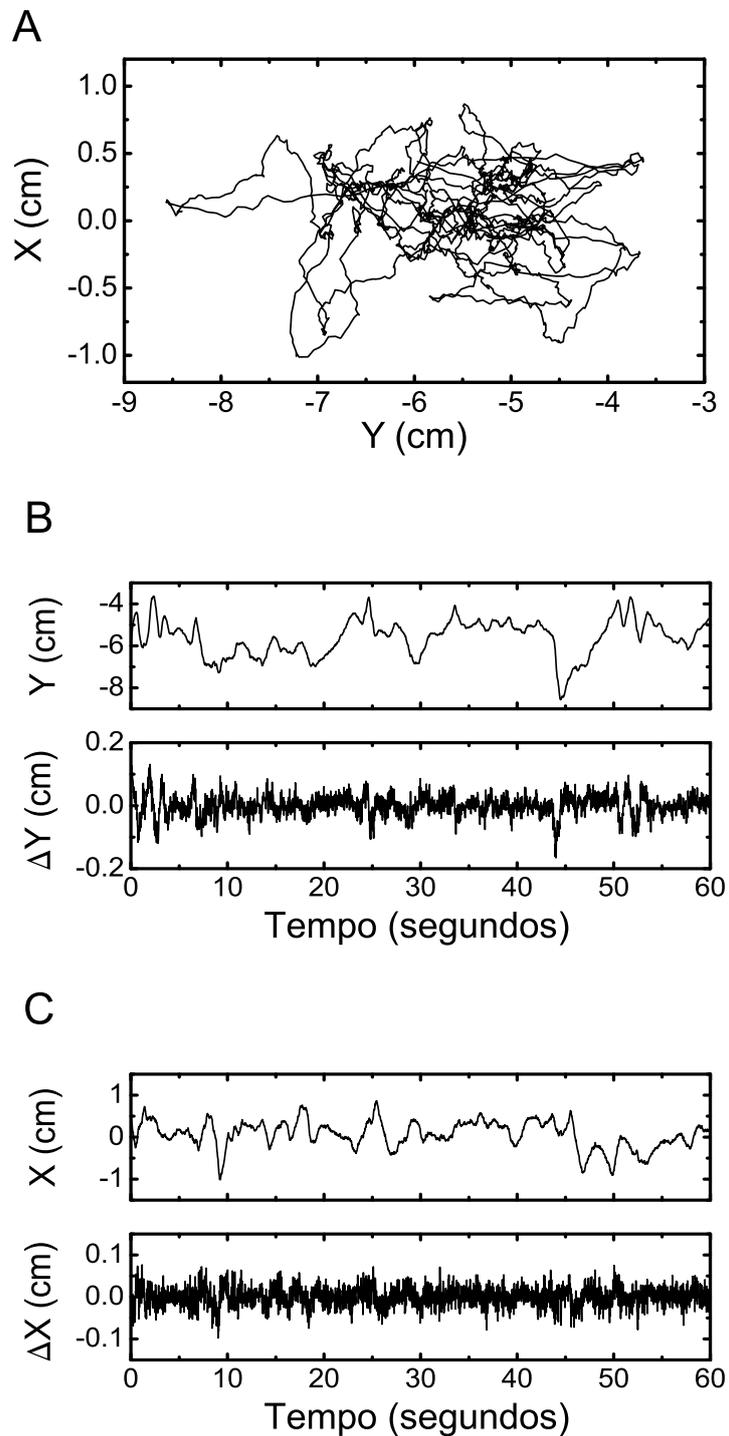


Figura 2.1: A) Uma típica trajetória do centro-depressão (COP) para um intervalo de tempo de $60s$, com X e Y correspondendo às direções médio-lateral e ântero-posterior, respectivamente. B) Série temporal da posição do COP (topo), Y , e a sua correspondente série da velocidade (base), ΔY . C) Série temporal da posição do COP (topo), X , e a sua respectiva série da velocidade (base), ΔX .

sendo μ_y o valor médio e σ_y o desvio padrão de ΔY . Nessa análise, descartamos valores de Δy acima de seis desvios padrões devido ao fato de serem raros e entendermos que tais valores extremos representam estímulos involuntários dos indivíduos [81]. Usando o mesmo tipo de notação, temos

$$\Delta X_t = X_{t+1} - X_t \quad (2.3)$$

e

$$\Delta x = \frac{\Delta X - \mu_x}{\sigma_x}, \quad (2.4)$$

para as velocidades e velocidades normalizadas do COP na direção médio-lateral. As Figuras 2.1(B) e (C) mostram séries típicas das posições e suas correspondentes séries das velocidades nas direções ântero-posterior e médio-lateral.

2.2 Comportamento não-Gaussiano das velocidades

Introduzimos as velocidades normalizadas, 2.2 e 2.4, para superar variabilidades dos desvios padrões. Partindo dessas definições, voltamos nossa atenção para o estudo dos caracteres assimétrico (assimetria) e de “achatamento” (curtose) de cada uma das séries da velocidade do COP, bem como dos momentos de ordem k da distribuição.

Obtivemos os resultados apresentados a seguir depois de agruparmos as dez séries da velocidade de cada um dos indivíduos em um único conjunto de dados. O desvio padrão das velocidades para cada voluntário varia consideravelmente, dependendo das suas características [Figuras 2.2(A) e 2.3(A)]; esse resultado se mostra consistente com a literatura [92]. A medida de assimetria de todas as distribuições das velocidades do COP não indicaram desvios consideráveis quando comparadas com uma distribuição simétrica como a distribuição Normal, ou seja, cada valor da assimetria é aproximadamente igual a 0 [Figuras 2.2(B) e 2.3(B)]. A medida de assimetria empregada aqui é $\langle (\Delta y)^3 \rangle$, e $\langle \cdot \cdot \cdot \rangle$ denota a média sobre as velocidades do COP normalizadas de um indivíduo. Por sua vez, a medida de curtose que empregamos é $\langle (\Delta y)^4 \rangle$. Com isso, todas as medidas de “achatamento” da distribuição de probabilidade indicaram um comportamento não-Gaussiano, uma vez que os valores da curtose são consideravelmente maiores do que 3 [Figuras 2.2(C) e 2.3(C)].

A fim de superarmos a variabilidade dos desvios padrões, como ocorre nos casos das análises da assimetria e curtose, e tentarmos identificar mais padrões relacionados às velocidades do COP, baseamos a próxima análise na velocidade normalizada do COP global, em que para cada série usamos as Equações 2.2 e 2.4. Nessa direção, consideramos os momentos m_k definidos como

$$m_{yk} \equiv \langle |\Delta y|^k \rangle \quad (2.5)$$

para a direção AP e

$$m_{xk} \equiv \langle |\Delta x|^k \rangle, \quad (2.6)$$

para a direção ML. As Figuras 2.2(D) e 2.3(D) indicam que os momentos da distribuição

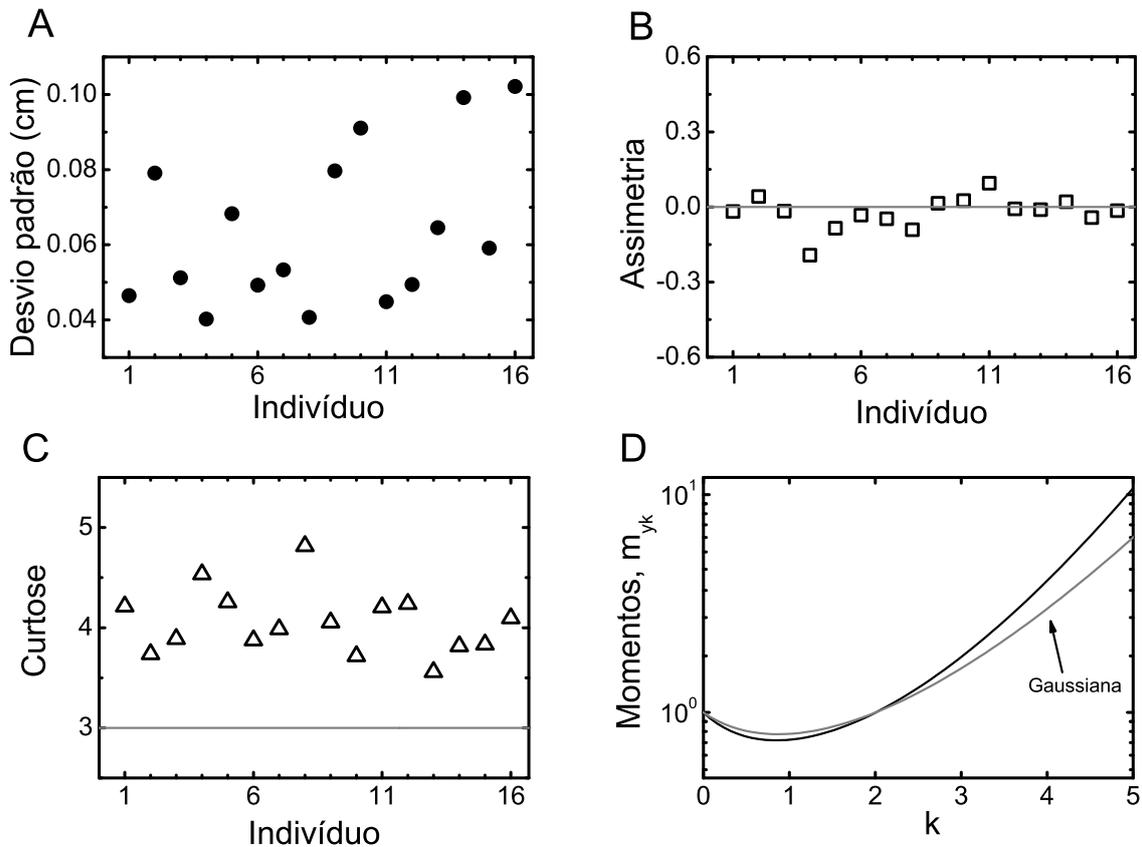


Figura 2.2: Aspectos estatísticos das séries da velocidade do COP na direção ântero-posterior. Valores de A) desvio padrão, B) assimetria e C) curtose da velocidade do COP para cada indivíduo. As linhas pontilhadas representam o valor esperado para uma distribuição Normal. D) Os momentos da distribuição das velocidades do COP normalizada (preto) em comparação aos momentos de uma Gaussiana (cinza).

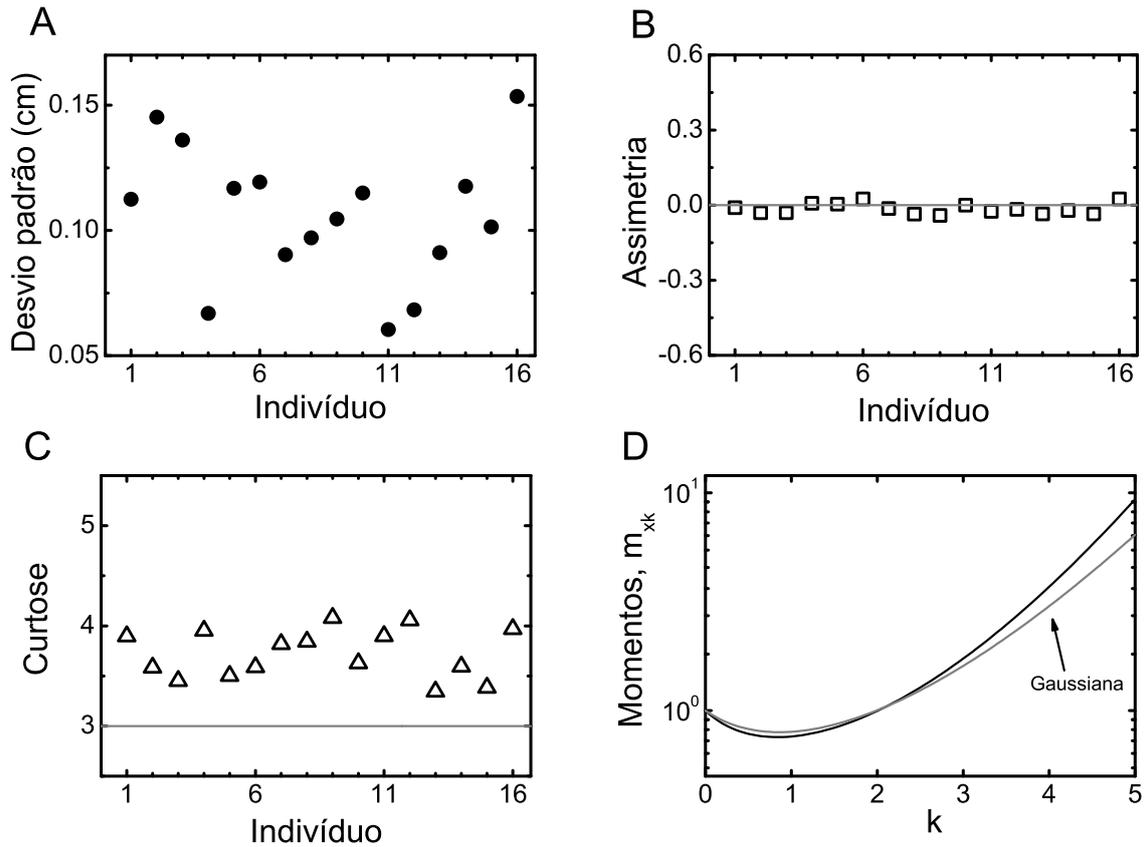


Figura 2.3: Aspectos estatísticos das séries da velocidade do COP na direção médio-lateral. Valores de A) desvio padrão, B) assimetria e C) curtose da velocidade do COP para cada indivíduo. As linhas pontilhadas representam o valor esperado para uma distribuição Normal. D) Os momentos da distribuição das velocidades do COP normalizada (preto) em comparação aos momentos de uma Gaussiana (cinza).

das velocidades desviam do caso Gaussiano, e esse efeito é mais visível à medida que k cresce. Esse resultado estende a análise de curtose para os dados globais, visto que m_4 é a curtose.

Em adição às análises, realizamos alguns testes de significância estatística para os dados de cada indivíduo, tanto para a direção ântero-posterior quanto médio-lateral. A hipótese nula de que os dados são distribuídos de acordo com uma distribuição Gaussiana foi rejeitado ao nível de 1%, com base nos testes de Anderson-Darling e Cramér-von Mises (veja o Apêndice A). Essa análise é consistente com estudos prévios, os quais também indicaram que a distribuição das velocidades do COP são significativamente diferentes de Gaussianas [30,31].

2.3 Modelos não-Gaussianos para a distribuição das velocidades

Na direção de sugerir candidatos para modelar as distribuições das velocidades do COP, consideramos duas famílias de não-Gaussianas com caudas longas relacionadas a equações de Fokker-Planck generalizadas.

Como os movimentos do COP podem ser vistos como caminhadas aleatórias, candidatos para a distribuições das velocidades do COP podem ser relacionados a equações de Fokker-Planck. No caso usual de um movimento de uma partícula livre em uma dimensão, a equação de Fokker-Planck para a velocidade v é dada por (para mais detalhes, veja o Apêndice B)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left(D \frac{\partial P}{\partial v} \right) + \gamma \frac{\partial}{\partial v} (vP), \quad (2.7)$$

sendo D uma constante relacionada ao ruído, γ o coeficiente de fricção constante e $P(v, t)$ a distribuição de probabilidade da velocidade no tempo t .

No caso estacionário ($\partial P/\partial t = 0$), com $P(v) \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$, a Equação 2.7 é reduzida a

$$D \frac{dP}{dv} + \gamma v P = 0. \quad (2.8)$$

A solução dessa última equação é a distribuição das velocidades de Maxwell em uma dimensão, ou seja, a Gaussiana (brevemente discutida no Apêndice C)

$$P(v) = N' \exp \left(-\frac{\gamma v^2}{2D} \right), \quad (2.9)$$

com N' sendo a constante de normalização

$$N' = \sqrt{\frac{\gamma}{2D\pi}}. \quad (2.10)$$

Verificamos que a distribuição das velocidades do COP exibe um comportamento não-Gaussiano; assim, candidatas às distribuições das velocidades do COP (distribuições das velocidades de Maxwell generalizadas) poderiam ser investigadas a partir de soluções estacionárias de equações de Fokker-Planck generalizadas. Dois casos de equações de Fokker-Planck generalizadas que, como tratamos na próxima seção, conduzem a uma melhora na descrição da distribuição das velocidades do COP quando comparadas com uma Gaussiana são focadas a seguir.

Em uma primeira generalização, consideramos

$$D = D_q P^{1-q} \quad (2.11)$$

com D_q constante. Isso conduz a uma equação de Fokker-Planck não-linear [93, 94] que recupera o caso usual quando $q = 1$. Nesse caso, a correspondente solução da Equação 2.8, com $q > 1$, é

$$P_q(v) = N_q \left[1 - (1 - q) b v^2 \right]^{\frac{1}{1-q}}, \quad (2.12)$$

sendo N_q uma constante de normalização escrita como

$$N_q = \left[\frac{b(q-1)}{\pi} \right]^{1/2} \frac{\Gamma \left[\frac{1}{q-1} \right]}{\Gamma \left[\frac{3-q}{2(q-1)} \right]} \quad (2.13)$$

e b um parâmetro de escala dado por

$$b = \frac{\gamma N_q^{q-1}}{2 D_q}. \quad (2.14)$$

Devemos notar que a distribuição Gaussiana corresponde a $P_q(v)$ no limite $q \rightarrow 1$. Para $q > 1$, $P_q(v)$ tem caudas longas, já que

$$P_q(v) \propto |v|^{2/(1-q)} \quad (2.15)$$

para grandes valores de $|v|$. Além disso,

$$P_q(v) \approx N_q (1 - b v^2) \quad (2.16)$$

para $v^2 \ll 1/b$. Consequentemente, a Equação (2.12) tem sua parte central semelhante a uma Gaussiana. Uma discussão extra sobre a distribuição de probabilidade (2.12) está no Apêndice C.

A Equação 2.12 tem sido empregada em muitos contextos, desde Física e Engenharia até Economia e Biologia [95, 96]. Ela foi aplicada com sucesso para modelar a distribuição das velocidades não-Gaussiana da *Hydra viridissima* em dois tipos de agregados celulares [97]. Devido à conexão da Equação 2.12 com a mecânica estatística generalizada de Tsallis, é usualmente referida como q -Gaussiana. Essa estatística tem sido uma ferramenta teórica útil para discutir comportamentos anômalos, em particular quando relacionados a distribuições não-Gaussianas [95, 96], como, por exemplo, quando a distribuição de Maxwell usual é substituída pela Equação 2.12. Nesse cenário, muitos aspectos relacionados à mecânica estatística usual (Boltzmann-Gibbs) têm sido generalizados. Um exemplo é o uso das equações de Fokker-Planck não-lineares [93, 94, 98–100] substituindo as usuais.

A exemplo da equação de Fokker-Planck não-linear que foi introduzida em conexão com uma equação de difusão anômala não-linear (equação para meios porosos) [93], podemos relacionar outra equação de Fokker-Planck generalizada com mais uma difusão anômala. Nessa direção, a mesma forma funcional da equação de difusão anômala de Richardson [101] é empregada aqui, mas substituindo r pela velocidade v . Essa proposta corresponde a usar

$$D = D_s |v|^{2-s} \quad (2.17)$$

na Equação 2.7, com D_s e s sendo constantes. Nesse caso, a solução da Equação 2.8, uma distribuição de Maxwell generalizada, torna-se (veja também o Apêndice C)

$$P_s(v) = N_s \exp(-a |v|^s), \quad (2.18)$$

com N_s uma constante de normalização dada por

$$N_s = \frac{a^{1/s}}{2 \Gamma [1 + 1/s]} \quad (2.19)$$

e

$$a = \frac{\gamma}{s D_s}. \quad (2.20)$$

A Equação 2.18 é referida, então, como *Stretched Gaussian* ou *Gaussiana Alongada*. Analogamente à q -Gaussiana, a *Gaussiana Alongada* é comum em muitos cenários, tais como difusão em fractais [102], turbulência bidimensional [103], encontros predador-presa [104], deposição de átomo em um substrato poroso [105], distribuição da amplitude de som em música [106] e quebra de ergodicidade em processos de difusão heterogêneos [107, 108].

Se o desvio padrão de v for igual a um (se for uma velocidade normalizada), os parâmetros b e a das distribuições q -Gaussiana e *Gaussiana Alongada* normalizadas devem ser consistentes com

$$\int_{-\infty}^{\infty} v^2 P(v) dv = 1. \quad (2.21)$$

Como consequência, temos que

$$b = \frac{1}{5 - 3q} \quad (2.22)$$

(com $q < 5/3$) na Equação 2.12, assim como

$$a = \left[\frac{\Gamma(3/s)}{s \Gamma(1 + 1/s)} \right]^{2/s} \quad (2.23)$$

na Equação 2.18, com $\Gamma(x)$ sendo a função Gama.

2.4 Distribuição das velocidades e Gaussianas generalizadas

Inicialmente, obtivemos as distribuições das velocidades do COP, isto é, $P(\Delta y)$ e $P(\Delta x)$ usando todas as $N = 160$ séries para cada direção (AP) como um único conjunto de dados normalizados. A partir da Figura 2.4, podemos verificar que a distribuição das velocidades (nas direções AP e ML) lembra a distribuição Gaussiana para $|\Delta y| \lesssim 3$ e $|\Delta x| \lesssim 3$. Em contrapartida, para velocidades normalizadas maiores que aproximadamente 3, identificamos um comportamento que desvia-se do Gaussiano. Uma implicação prática direta desse achado é a de que velocidades grandes ocorrem com uma maior probabilidade do que o esperado para um processo Gaussiano.

Usando o método de máxima verossimilhança [Apêndice D], a distribuição das velocidades do COP para nossos dados globais foi ajustada por uma q -Gaussiana e uma Gaussiana Alongada. A Figura 2.4 indica que o uso de q -Gaussianas e Gaussianas Alongadas melhora consideravelmente o ajuste das velocidades do COP em comparação com uma Gaussiana.

O mesmo procedimento foi repetido para analisar a distribuição das velocidades para cada indivíduo, isto é, $P^{(i)}(\Delta y)$, com $i = 1, 2, \dots, 16$. Nesse caso, como mencionamos previamente, as dez séries de cada voluntário foram agrupadas em uma série e, cada $P^{(i)}(\Delta y)$ foi aproximada por distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada. Uma ilustração de distribuição das velocidades do COP para um indivíduo representativo é apresentada na Figura 2.5(A) para o caso AP. Mostramos os resultados da análise individual na Figura 2.5(B) ($1.165 \leq q \leq 1.309$ e $1.179 \leq s \leq 1.488$), indicando que o parâmetro q permanece maior do que 1 e o parâmetro s é menor do que 2. Além disso, esses parâmetros são próximos aos seus respectivos valores globais obtidos na análise anterior, $q = 1.244$ e $s = 1.301$. Os testes de significância estatística (Anderson-Darling e Cramér-von Mises) indicaram que mais de 70% (80%) das 160 séries da velocidade do COP na direção ântero-posterior não são rejeitadas ao nível de 1% para q -Gaussianas (Gaussianas Alongadas).

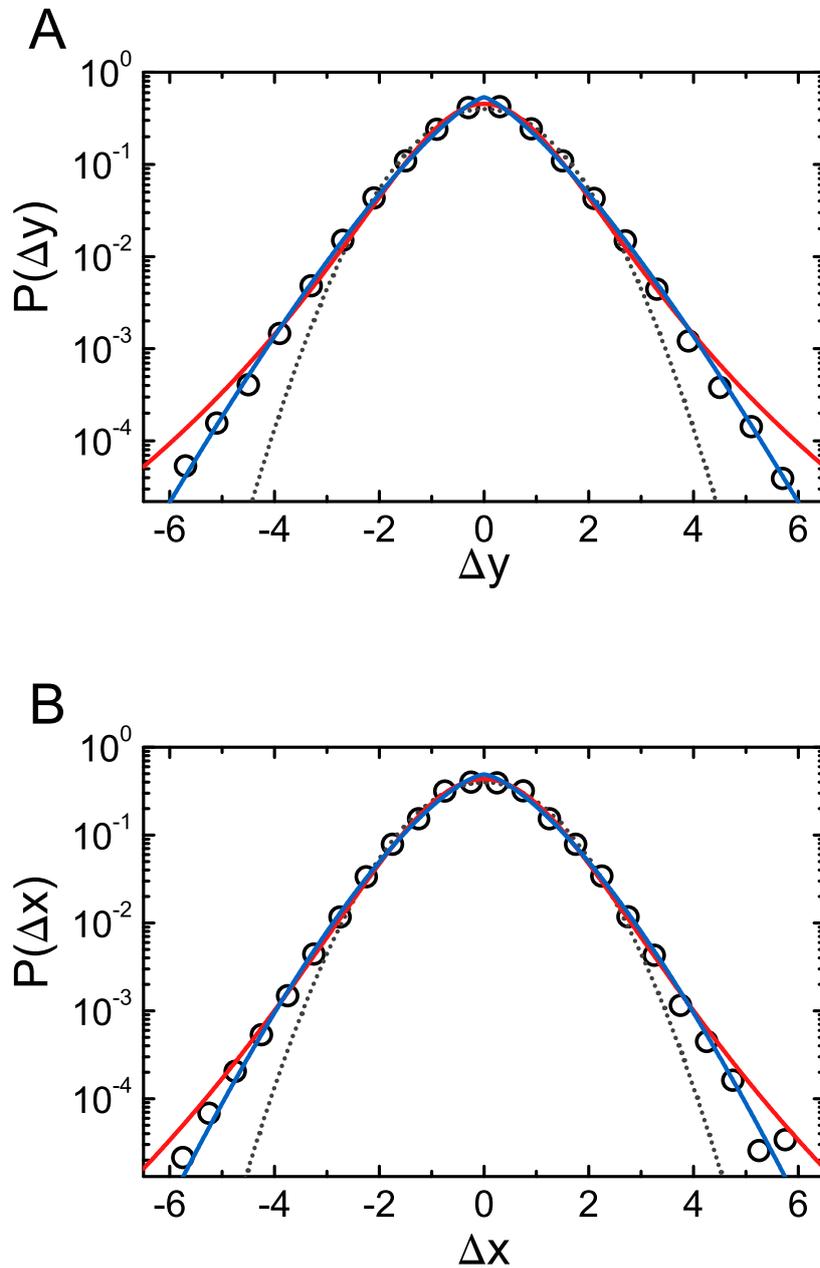


Figura 2.4: Distribuições das velocidades globais do COP normalizadas nas direções A) ântero-posterior e B) médio-lateral. As linhas contínuas referem-se a uma q -Gaussiana [Eq. 2.12] (vermelho) e uma Gaussiana Alongada [Eq. 2.18] (azul). A linha pontilhada representa uma Gaussiana com média igual a zero e desvio padrão unitário. Para $P(\Delta y)$ foram obtidos os valores $q = 1.244$ e $s = 1.301$ e para $P(\Delta x)$, $q = 1.177$ e $s = 1.443$. Os valores dos parâmetros foram estimados a partir do método de máxima verossimilhança.

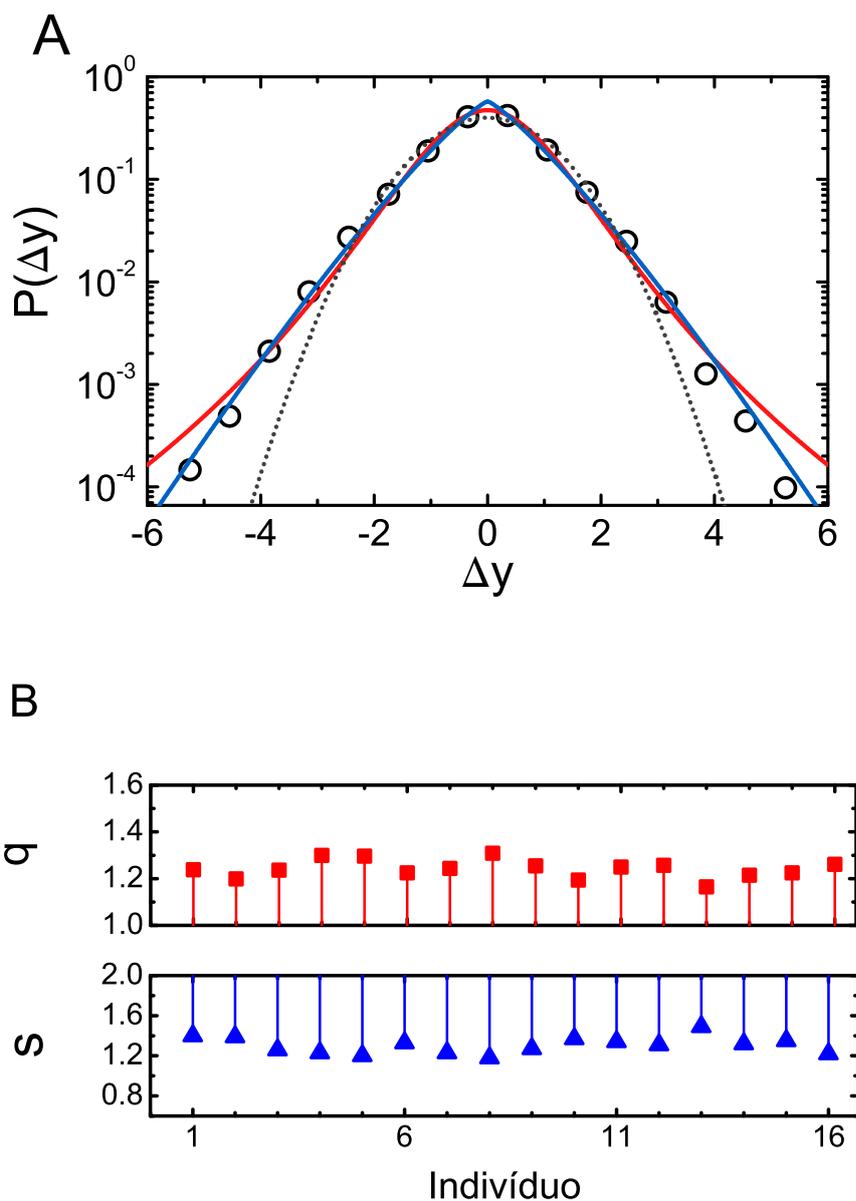


Figura 2.5: A) Distribuição das velocidades do COP normalizada na direção ântero-posterior, $P(\Delta y)$, para um indivíduo representativo. As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média igual a zero e desvio padrão unitário. As linhas contínuas referem-se a uma q -Gaussiana com $q = 1.296$ (vermelho) e uma Gaussiana Alongada com $s = 1.196$ (azul). B) Valores dos parâmetros q (topo) e s (base) obtidos para cada indivíduo. As linhas verticais sólidas são as distâncias entre os valores experimentais e aqueles obtidos a partir de uma Gaussiana.

Também realizamos uma análise similar para a direção médio-lateral, como vemos na Figura 2.6. Nessa situação, encontramos $q = 1.177$ e $s = 1.443$ para a distribuição das velocidades global. Para os casos individuais, obtivemos $1.104 \leq q \leq 1.226$ e $1.296 \leq s \leq 1.619$. Os mesmos testes de significância estatística (Anderson-Darling e Cramér-von

Mises) apontaram que mais de 50% (60%) das 160 séries da velocidade não são rejeitadas ao nível de 1% para q -Gaussianas (Gaussianas Alongadas).

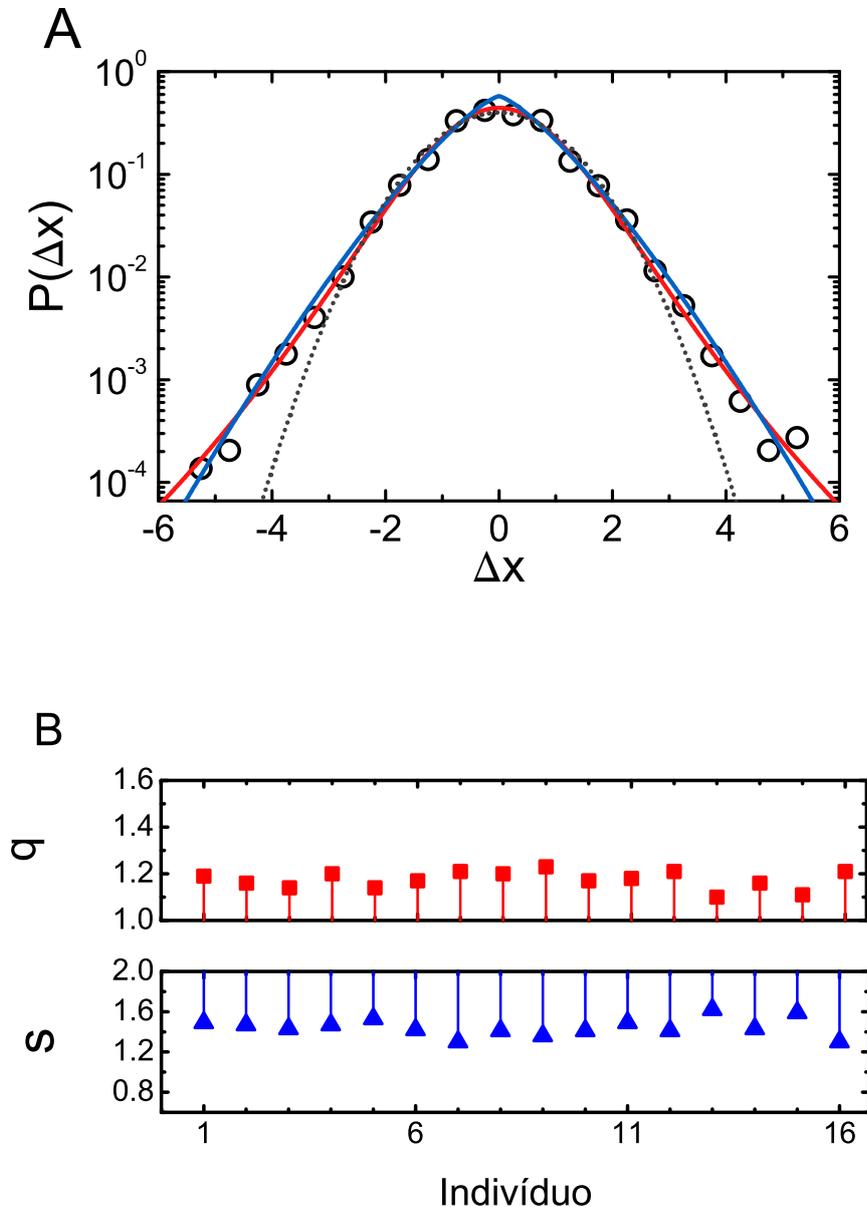


Figura 2.6: A) Distribuição das velocidades do COP normalizada, $P(\Delta x)$, na direção médio-lateral para um indivíduo representativo. As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média igual a zero e desvio padrão unitário. As linhas contínuas referem-se a uma q -Gaussiana (vermelho) e uma Gaussiana Alongada (azul), cujos valores obtidos foram $q = 1.21$ e $s = 1.3$, respectivamente. B) Valores dos parâmetros q e s obtidos para cada indivíduo na direção médio-lateral. As linhas verticais sólidas são as distâncias entre os valores experimentais e aqueles obtidos a partir de uma Gaussiana.

Por fim, ilustramos os parâmetros individuais das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada, para as direções AP e ML, na Figura 2.7. Os valores de q e s encontrados

indicam um maior desvio do comportamento Gaussiano na direção AP. Obtivemos intervalos de confiança de 95% pelo método de *bootstrap* [Apêndice A].

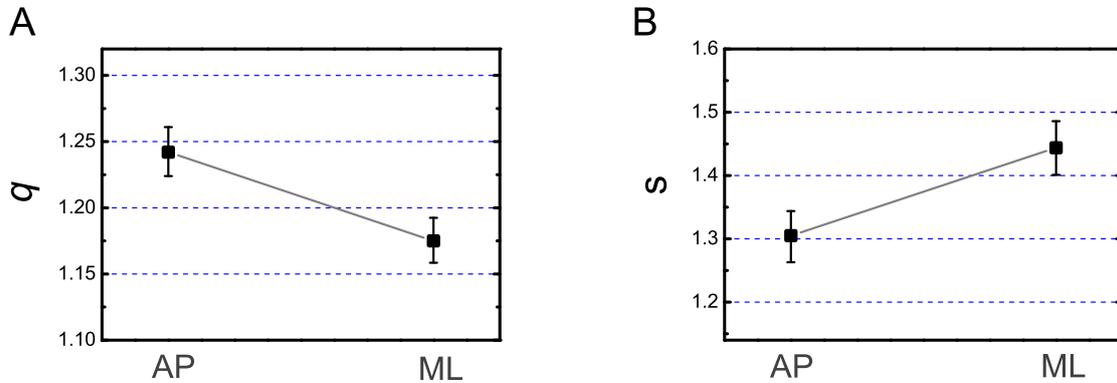


Figura 2.7: Valores médios de A) q e B) s obtidos para cada voluntário nas direções AP e ML. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

Consideramos que utilizamos duas distribuições de probabilidade, podemos nos perguntar qual delas fornece o melhor ajuste aos dados empíricos. O ajuste por máxima verossimilhança nos permite selecionar o modelo de melhor ajuste a partir de um grupo de modelos que podem diferir no número de parâmetros. Quando comparamos modelos com o mesmo número de parâmetros, um indicativo para o melhor poderia ser o próprio valor de verossimilhança. Nesse sentido, a distribuição Gaussiana Alongada, quando comparada à distribuição q -Gaussiana, fornece um melhor ajuste para descrever a distribuição das velocidades empírica, visto que sua verossimilhança é maior.

O fato de termos usado variáveis normalizadas, como assinalamos no início deste capítulo, permite que não nos preocupemos com o desvio padrão das amostras. Dito de outra forma, o que fizemos neste capítulo foi basicamente investigar o quão não-Gaussianos são os dados analisados. Retornamos a essa questão no final do próximo capítulo.

Antes de concluir este capítulo, tecemos uma rápida observação sobre as distribuições de probabilidades das posições, apesar de não ser o foco central desta tese. Basicamente, verificamos que essas distribuições de probabilidades são bem descritas por Gaussianas. Uma discussão desse aspecto encontra-se no Apêndice E.

CAPÍTULO 3

MOMENTOS E DISTRIBUIÇÃO DAS VELOCIDADES: CONDIÇÃO UNIPODAL VERSUS BIPODAL

Neste capítulo, apresentamos uma aplicação dos métodos discutidos no capítulo anterior para o estudo da condição unipodal (posição sobre um pé) em comparação com a condição bipodal. Além disso, incorporamos um modelo alternativo para a distribuição de velocidades, que interpola q -Gaussianas e Gaussianas Alongadas.

3.1 Análise dos momentos

A Figura 3.1 (topo) mostra exemplos representativos da trajetória do COP para um indivíduo nas condições unipodal e bipodal. Em cada painel, as origens das direções médio-lateral (X) e ântero-posterior (Y) foram transladadas pelos seus valores médios com o propósito de compará-las. As correspondentes séries temporais da velocidade, $V_x = \Delta X/\Delta t$ e $V_y = \Delta Y/\Delta t$, nas direções ML e AP, respectivamente, podem ser vistas nas Figuras 3.1(C) e (D) para um indivíduo representativo. Vemos claramente que a área de deslocamento do COP na posição unipodal é consideravelmente maior que na bipodal. De forma similar ao capítulo anterior, as velocidades normalizadas são definidas como:

$$v_x = \frac{V_x - \mu_x}{\sigma_x} \quad (3.1)$$

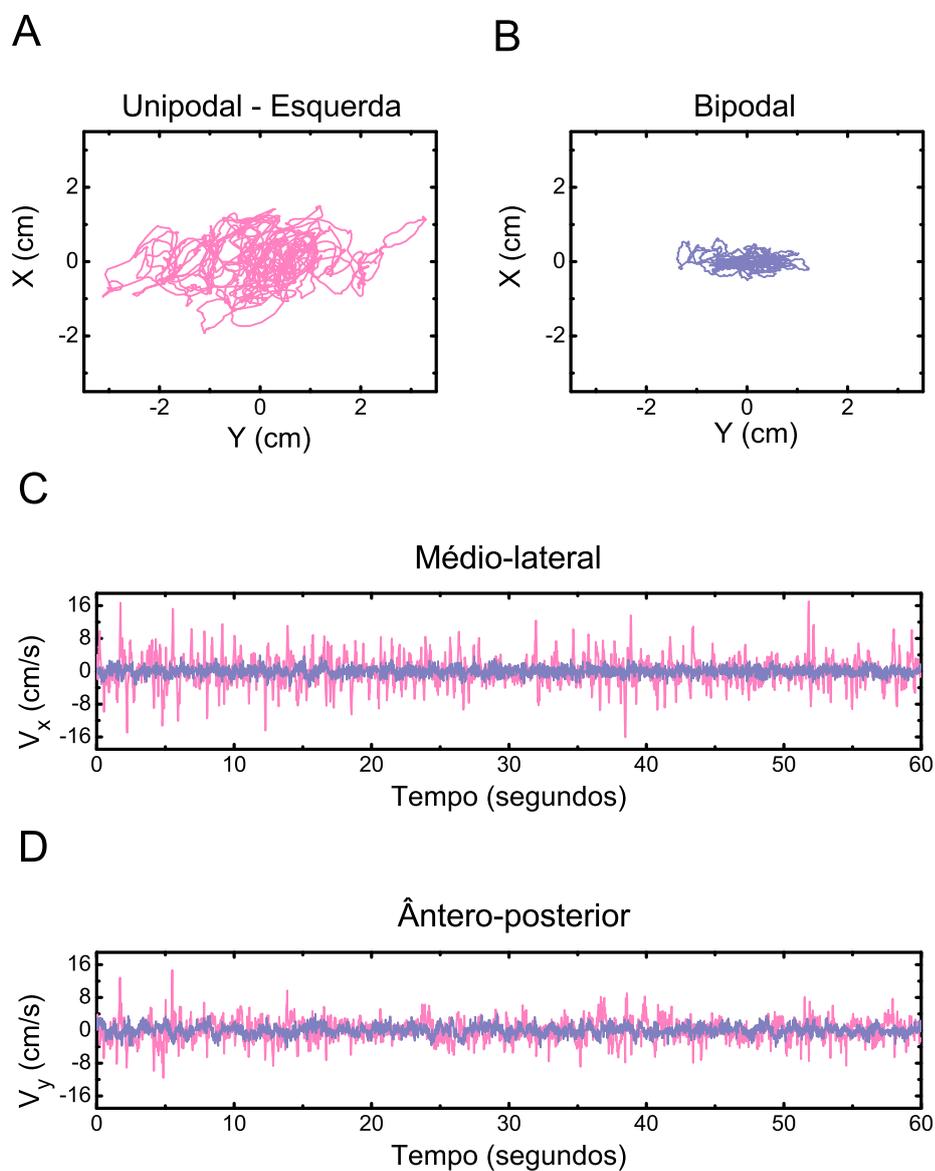


Figura 3.1: Exemplos típicos de trajetórias do centro-de-pressão para um ensaio (60s) de um indivíduo nas condições A) unipodal (esquerda) e B) bipodal. Séries temporais das velocidades V_x e V_y para o mesmo indivíduo: direções C) médio-lateral e D) ântero-posterior. Em cada painel, as origens das direções médio-lateral (X) e ântero-posterior (Y) foram transladadas pelos seus respectivos valores médios.

e

$$v_y = \frac{V_y - \mu_y}{\sigma_y}, \quad (3.2)$$

sendo μ denotado como o valor médio e σ como o desvio padrão das velocidades calculadas nas suas respectivas direções x e y . A partir deste capítulo, utilizamos as velocidades V_x e V_y ao invés de ΔX e ΔY . No que diz respeito às velocidades normalizadas, tem-se $v_x = \Delta x$ e $v_y = \Delta y$, pois os fatores Δt se cancelam nas Equações 3.1 e 3.2. Essa mudança, que não afeta a forma da distribuição das velocidades, facilita a comparação com outros trabalhos sobre o tema.

Os momentos m_k da distribuição das velocidades do COP normalizada (análise global) são mostrados da Figura 3.2. Os momentos de ambas as condições unipodal (direita e esquerda) têm características visivelmente não-Gaussianas e desviam-se mais do comportamento Gaussiano do que os momentos da condição bipodal. Em particular, a Tabela 3.1 mostra os resultados para as análises de curtose e assimetria em comparação com aqueles valores obtidos para a bipodal. De acordo com a tabela, embora os valores da assimetria permaneçam próximos a zero, os valores da curtose são maiores do que 3. Mais especificamente, os valores da curtose nesta análise global são maiores para a condição unipodal em comparação com a bipodal.

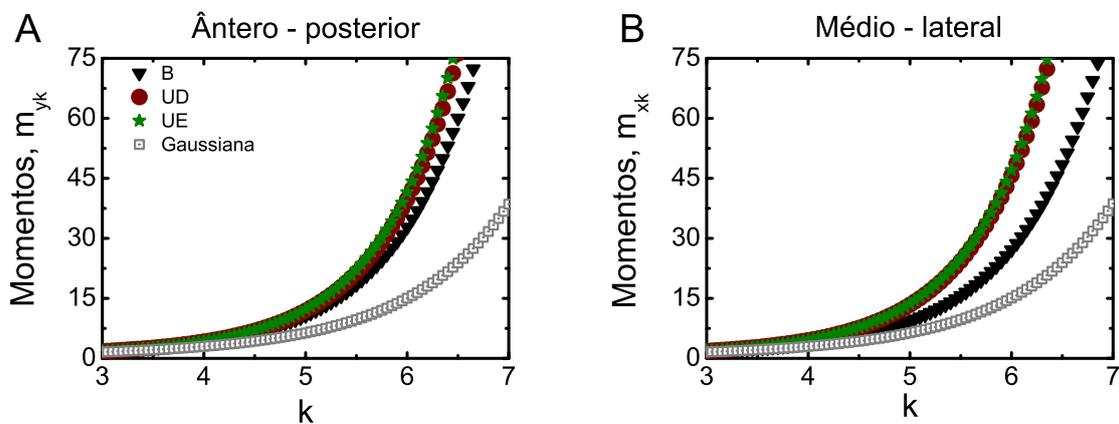


Figura 3.2: Momentos m_k da distribuição das velocidades (análise global), calculados no intervalo $3 \leq k \leq 7$ para as direções A) ântero-posterior e B) médio-lateral. Comparação entre bipodal (B), unipodal direita (UD), unipodal esquerda (UE) e momentos Gaussianos.

Tabela 3.1: Valores da assimetria e da curtose globais obtidos para as posições bipodal (B) e unipodal direita (UD) e unipodal esquerda (UE) nas direções ântero-posterior (AP) (vermelho) e médio-lateral (ML) (azul)

	ML	B	UD	UE
AP				
Assimetria		-0.015	0.011	0.072
		-0.022	-0.076	-0.104
Curtose		3.722	4.623	4.660
		4.049	4.267	4.387

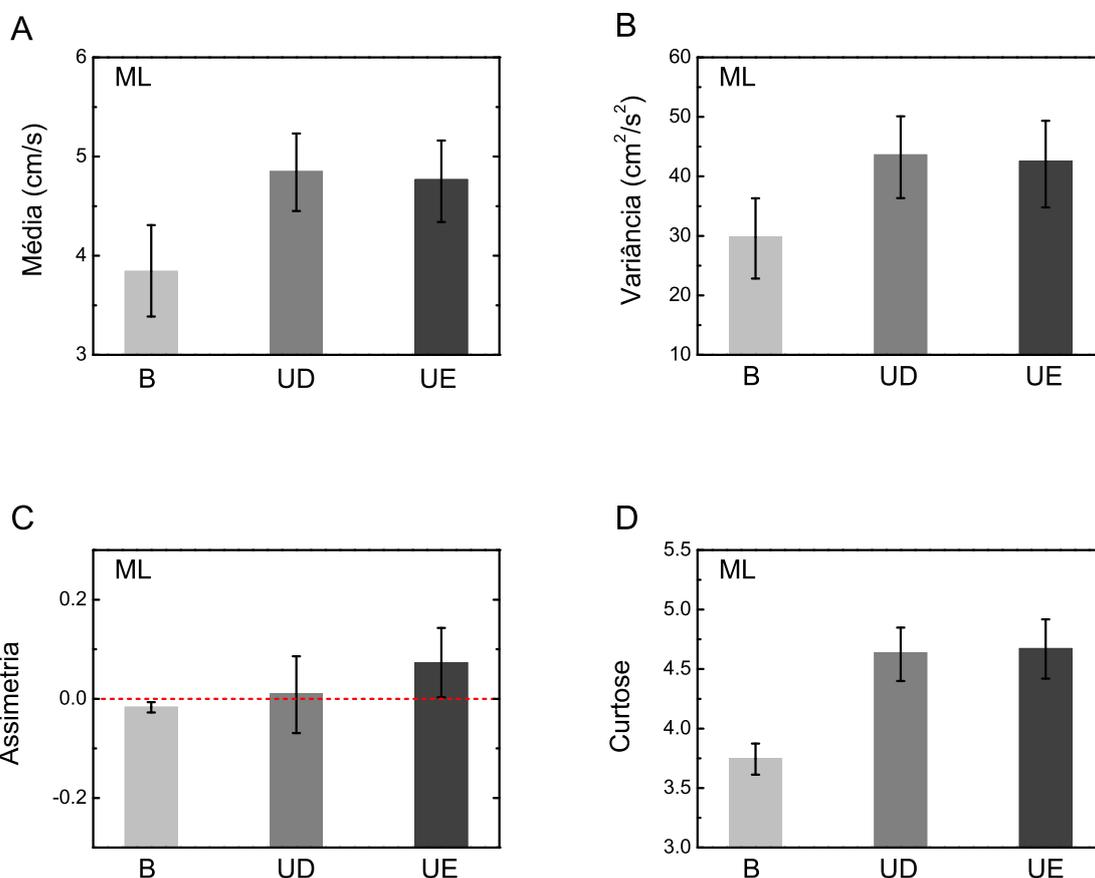


Figura 3.3: Momentos (análise individual) na direção médio-lateral. Valor médio das A) velocidades absolutas médias, B) variâncias, C) assimetrias e D) curtoses. As médias são feitas sobre os 16 indivíduos nas condições bipodal (B), unipodal direita (UD) e unipodal esquerda (UE). As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

As Figuras 3.3 e 3.4 mostram os valores médios individuais das velocidades absolutas médias (não normalizadas, $\langle |V| \rangle$), da variância das velocidades (não normalizadas, $\langle V^2 \rangle$), bem como da assimetria ($\langle v^3 \rangle$) e da curtose ($\langle v^4 \rangle$) das velocidades normalizadas. Essas

médias foram feitas sobre os 16 indivíduos, considerando as 10 séries das velocidades de cada um como um único pacote. As Figuras 3.3(A) e (B) e 3.4(A) e (B) mostram que a média das velocidades absolutas médias e a variância foram sensíveis em detectar diferenças entre as duas condições posturais, sendo notável o seu aumento na condição unipodal. Esses aumentos sugerem um maior balanço do corpo na condição unipodal, indicando a necessidade de um controle mais intenso do Sistema Nervoso para a manutenção do equilíbrio.

Os resultados da assimetria [Figuras 3.3(C) e 3.4(C)] não indicaram uma diferença considerável entre as duas condições, permanecendo aproximadamente ao redor de zero. Esse resultado sugere que a distribuição das velocidades se mantém aproximadamente simétrica no caso de apoio unipodal. Por outro lado, os resultados da curtose [Figuras 3.3(D) e 3.4(D)] nessas séries apontaram uma diferença considerável entre as condições

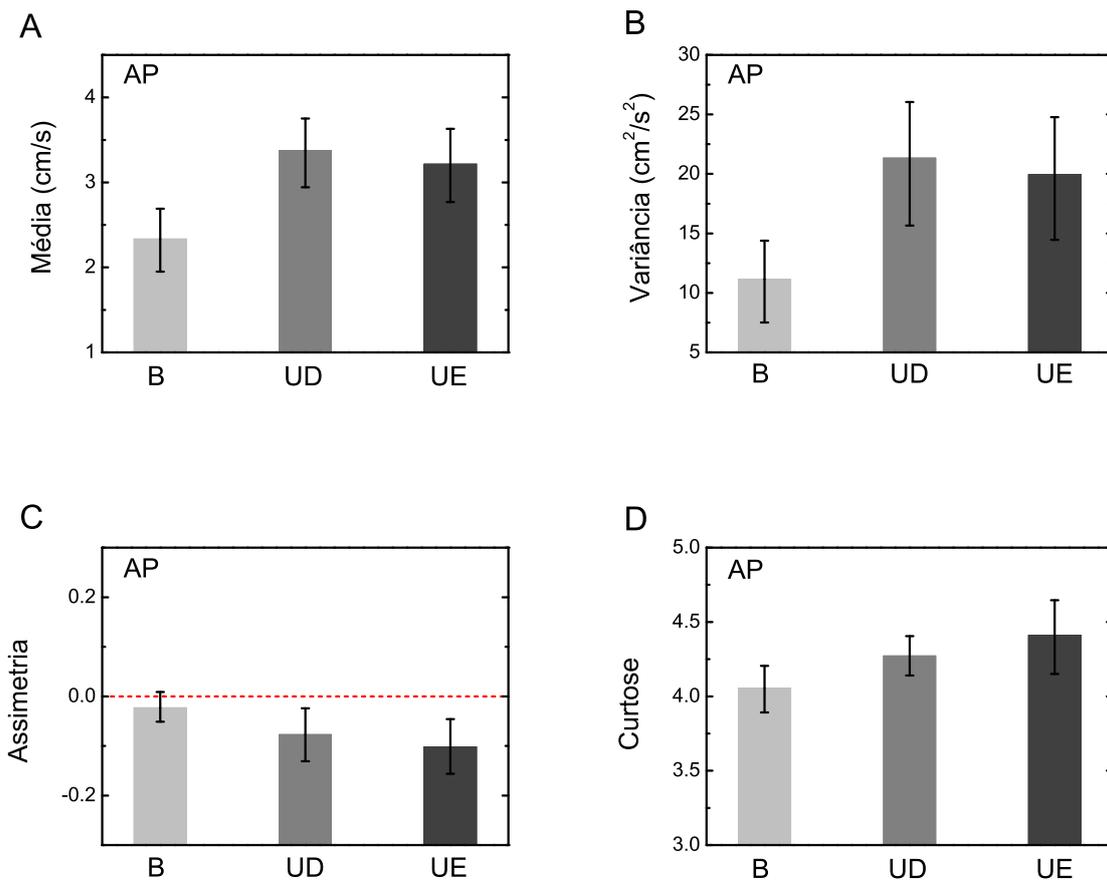


Figura 3.4: Momentos (análise individual) na direção ântero-posterior. Valor médio das A) velocidades absolutas médias, B) variâncias, C) assimetrias e D) curtoses. As médias são feitas sobre os 16 indivíduos nas condições bipodal (B), unipodal direita (UD) e unipodal esquerda (UE). As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

bipodal e unipodal nas duas direções AP e ML. Esse resultado reforça que as velocidades na condição unipodal desviam-se mais do comportamento Gaussiano (caracterizado pela curtose igual a 3).

3.2 Um modelo alternativo para a distribuição das velocidades

Antes de utilizarmos as distribuições Gaussianas generalizadas discutidas no capítulo anterior para analisar a condição unipodal em comparação com a bipodal, introduzimos um modelo alternativo para a distribuição das velocidades.

Uma possível rota para fornecer um modelo alternativo para a distribuição das velocidades do COP é considerarmos uma interpolação de uma q -Gaussiana e uma Gaussiana Alongada. Tal opção vai na direção de possibilitar um ajuste maior aos dados, já que pode incorporar características da q -Gaussiana e da Gaussiana Alongada. Seguindo a referência [109], isso pode ser alcançado se empregarmos

$$D = D_{qs} P^{1-q} |v|^{2-s} \quad (3.3)$$

em vez de $D = D_q P^{1-q}$ ou $D = D_s |v|^{2-s}$ nas Equações 2.7 e 2.8. Nesse caso, a distribuição generalizada de Maxwell será dada por (veja também o Apêndice C)

$$P_{qs}(v) = N_{qs} [1 - (1 - q) c |v|^s]^{1/(1-q)}, \quad (3.4)$$

a qual é geralmente chamada de q -Gaussiana Alongada, com N_{qs} sendo uma constante de normalização,

$$N_{qs} = \frac{[c(q-1)]^{1/s} s \Gamma\left[\frac{1}{q-1}\right]}{2 \Gamma\left[\frac{1}{q-1} - \frac{1}{s}\right] \Gamma\left[\frac{1}{s}\right]} \quad (3.5)$$

com

$$c = \frac{\gamma N_{qs}^{q-1}}{s D_{qs}} \quad (3.6)$$

e supondo $1 < q < s + 1$. No limite $s \rightarrow 2$, o parâmetro c recupera a forma do parâmetro b da distribuição q -Gaussiana (Equação 2.14). Por outro lado, no limite $q \rightarrow 1$, c retoma a forma do parâmetro a da distribuição Gaussiana Alongada (Equação 2.20). No caso particular em que $q \rightarrow 1$ e $s \rightarrow 2$, o parâmetro c se reduz a

$$\frac{\gamma}{2D}, \quad (3.7)$$

que é o parâmetro de escala da distribuição Gaussiana (Equação 2.9).

Como em nosso estudo o desvio padrão de v é igual a um, temos que

$$\int_{-\infty}^{\infty} v^2 P_{qs} dv = 1, \quad (3.8)$$

conduzindo a

$$c = \frac{1}{q-1} \left\{ \frac{\Gamma\left[\frac{3}{s}\right] \Gamma\left[\frac{1}{q-1} - \frac{3}{s}\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{q-1} - \frac{1}{s}\right] \Gamma\left[\frac{1}{s}\right]} \right\}^{s/2} \quad (3.9)$$

para $1 < q < (s+3)/3$.

3.3 Análise das distribuições das velocidades

As Figuras 3.5 e 3.6 mostram as distribuições das velocidades empíricas (análise global) nas condições bipodal e unipodal (direita e esquerda) em comparação com as distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada. Em todos os casos, as distribuições generalizadas são visivelmente melhores que a distribuição Gaussiana e descrevem relativamente bem as velocidades em todo o intervalo considerado. Como esperado, observamos pequenos desvios na cauda da distribuição onde os dados são mais

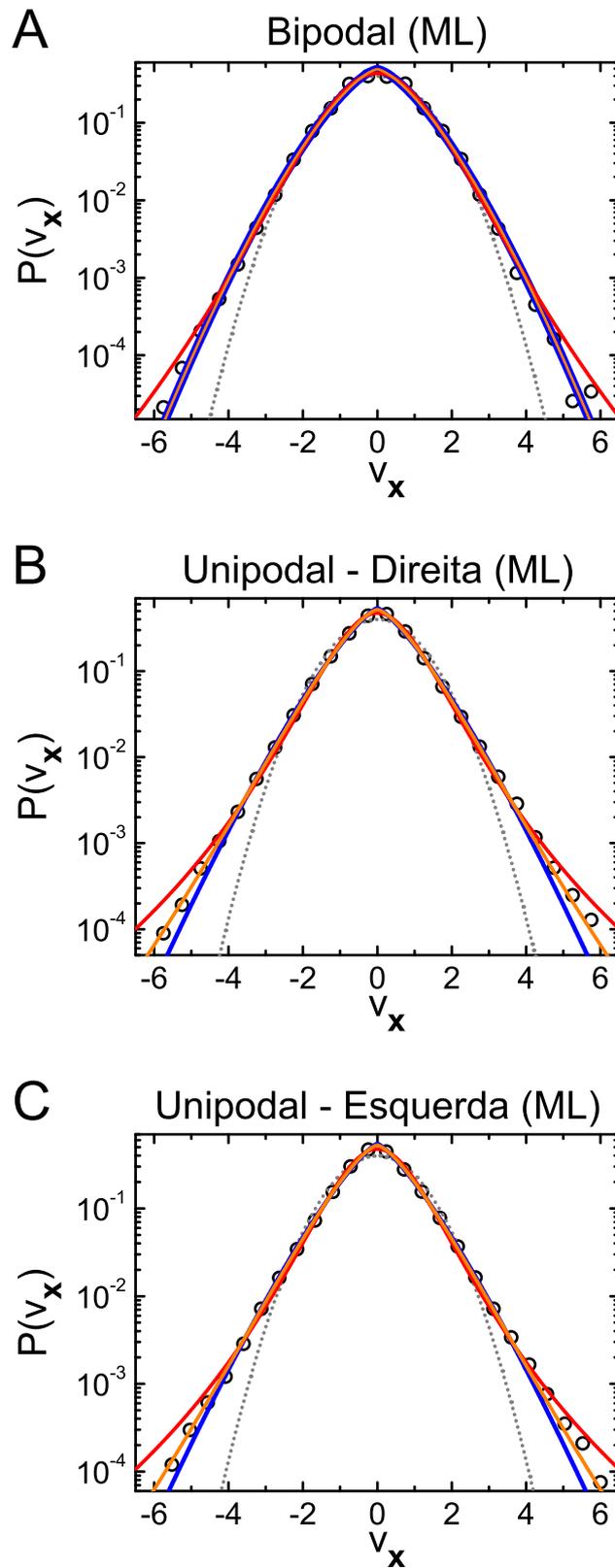


Figura 3.5: Distribuições de probabilidade das velocidades do COP (círculos abertos) para as condições A) bipodal, B) unipodal direita e C) esquerda na direção médio-lateral (ML). As distribuições ajustadas por máxima verossimilhança q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada são representadas pelas linhas sólidas vermelho, azul e alaranjado, respectivamente. As linhas pontilhadas retratam uma Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário.

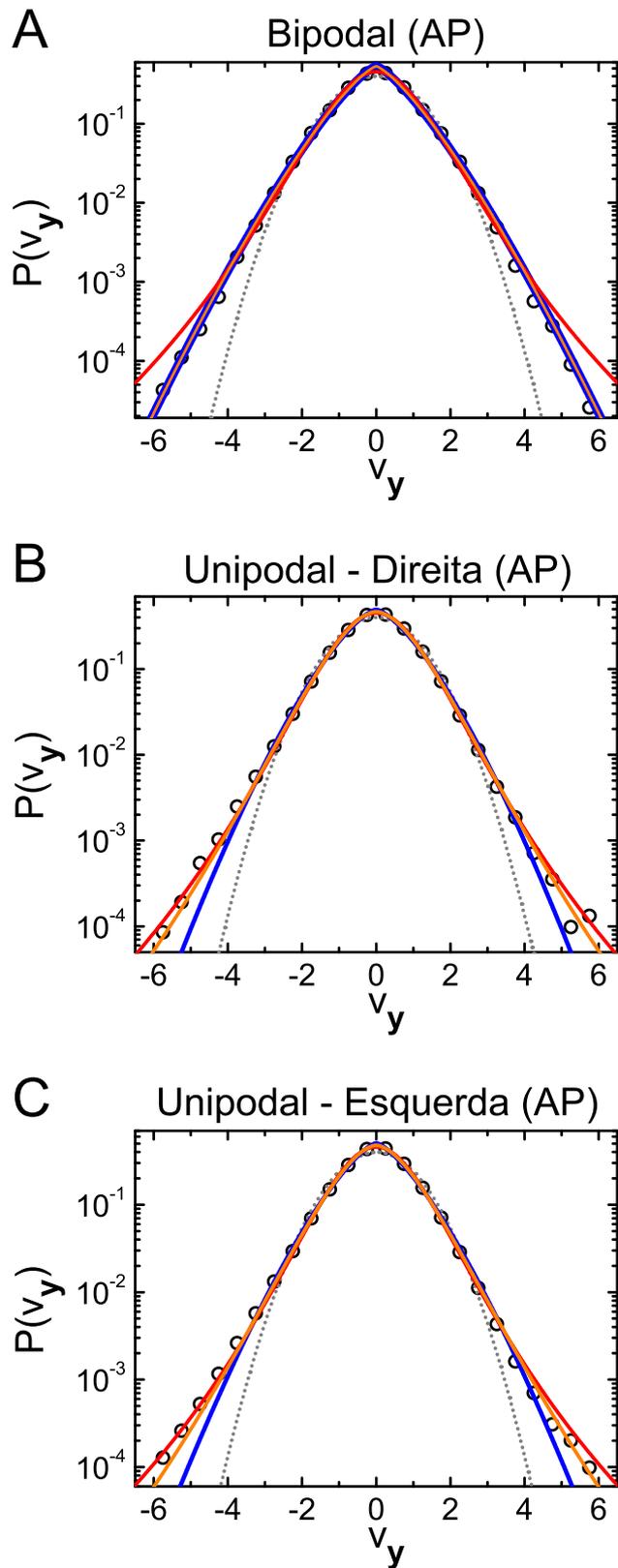


Figura 3.6: Distribuições de probabilidade das velocidades do COP (círculos abertos) para as condições A) bipodal, B) unipodal direita e C) esquerda na direção ântero-posterior (AP). As distribuições ajustadas por máxima verossimilhança q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada são representadas pelas linhas sólidas vermelho, azul e alaranjado. As linhas pontilhadas retratam uma Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário.

raros.

Na Figura 3.7, temos uma visão geral dos parâmetros estimados para as distribuições q -Gaussiana [Figura 3.7(A)], Gaussiana Alongada [Figura 3.7(B)] e q -Gaussiana Alongada [Figura 3.7(C) e (D)] para esta análise global. Para facilitar a visualização dos resultados das Figuras 3.7(C) e (D), utilizamos uma representação bidimensional dos parâmetros q e s da q -Gaussiana Alongada (Equação 3.4) na Figura 3.8. Ao visualizar os resultados, é bom lembrar que o ponto $q = 1$ e $s = 2$ (indicado na figura) representa os parâmetros que recaem em uma distribuição Gaussiana.

Além disso, os resultados que acabamos de obter, em particular os representados na

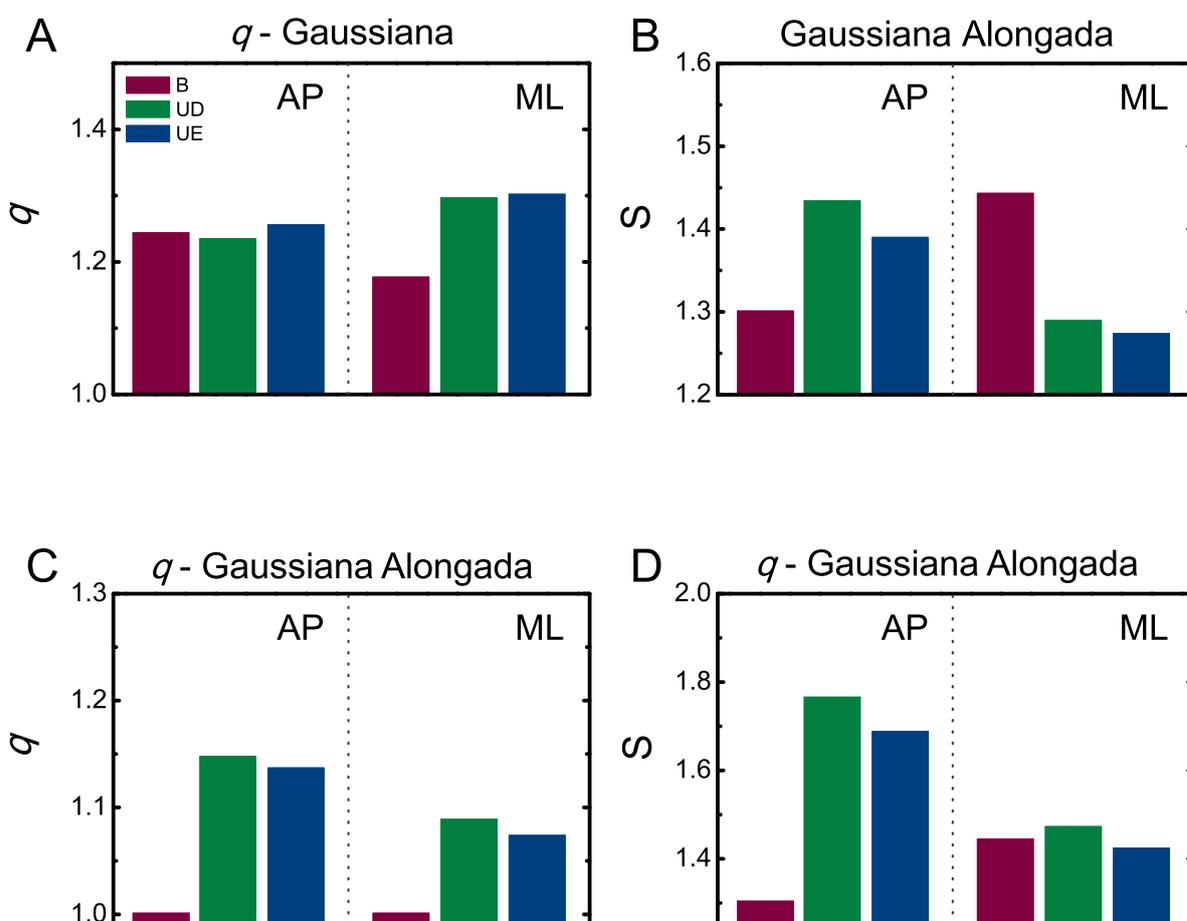


Figura 3.7: Parâmetros estimados das distribuições referentes às Equações 2.12, 2.18 e 3.4 para as condições bipodal e unipodal (direita e esquerda), nas direções AP e ML. A) Parâmetro q da q -Gaussiana. B) Parâmetro s da Gaussiana Alongada. Parâmetros C) q e D) s da q -Gaussiana Alongada. Estes valores se referem à análise global, em que todas as velocidades normalizadas para os 16 indivíduos são consideradas num só pacote. Os ajustes foram feitos por máxima verossimilhança.

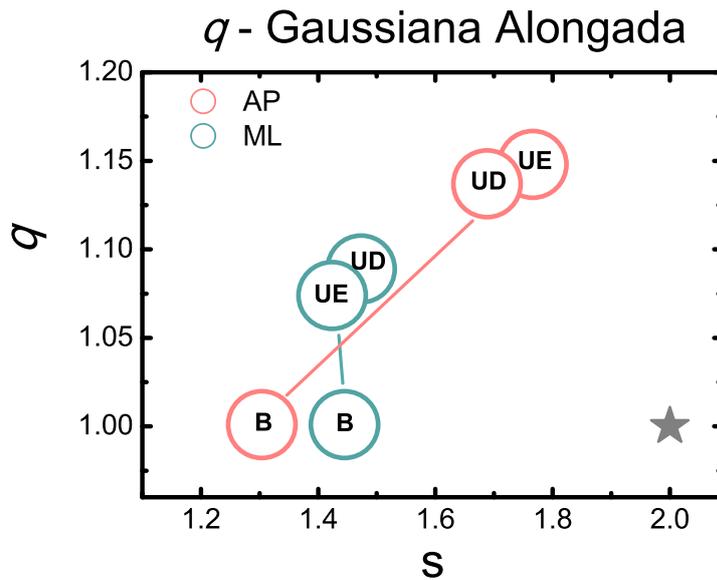


Figura 3.8: Relação entre os parâmetros obtidos para a q -Gaussiana Alongada para todas as condições experimentais (B, UD e UE) nas direções AP e ML. O símbolo ★ representa os parâmetros esperados para uma distribuição Gaussiana.

Figura 3.8, sugerem que usar a distribuição de probabilidade interpolante, a q -Gaussiana Alongada, pode ser útil para apontar para um dos três modelos utilizados. Por exemplo, no caso bipodal, vemos da Figura 3.8 que $q \approx 1$ e $s < 2$, apontando para o uso de uma Gaussiana Alongada para representar a distribuição das velocidades.

Na Figura 3.9, comparamos os parâmetros estimados para cada uma das distribuições na análise individual, com seus respectivos intervalos de confiança. No Apêndice F, mostramos explicitamente os valores globais e individuais obtidos das distribuições Gaussianas generalizadas. Na Figura 3.10, mostramos os valores médios dos parâmetros individuais q e s para a condição unipodal direita e esquerda nas duas direções estudadas. Vemos, em geral, que as velocidades na direção ML desviam-se mais do comportamento Gaussiano.

Discutimos, agora, a questão da escolha do modelo que melhor descreve os dados da velocidade do COP, uma vez que temos três candidatos. Pensando nisso, comparamos esses modelos de distribuições usando o Teste da Razão de Verossimilhança (TRV) para determinar o modelo de melhor ajuste para nossos conjuntos de dados [110, 111] (Apêndice G). Basicamente, verificamos que para a condição bipodal (AP e ML) a distribuição q -Gaussiana Alongada não traz uma melhora significativa sobre a Gaussiana Alongada. Sendo assim, o TRV aponta para a Gaussiana Alongada como sendo o melhor dos três modelos para descrever a distribuição das velocidades do centro-de-pressão na condição

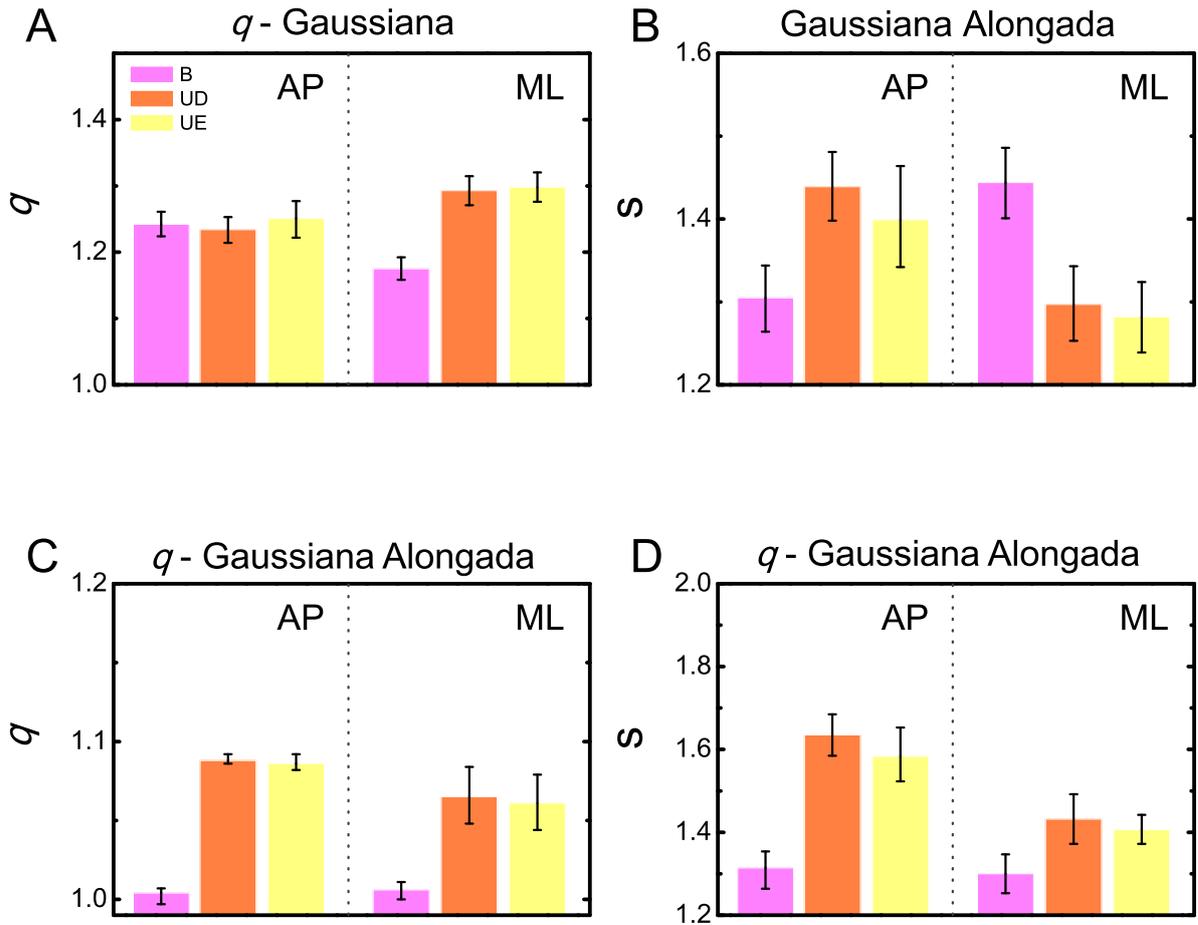


Figura 3.9: Valores médios dos parâmetros estimados das distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada para as posições bipodal e unipodal, nas direções AP e ML, referentes à análise individual. A) Parâmetro q da q -Gaussiana. B) Parâmetro s da Gaussiana Alongada, parâmetros C) q e D) s da q -Gaussiana Alongada. Os ajustes foram feitos por máxima verossimilhança. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%. Os valores médios são calculados sobre os 16 indivíduos.

bipodal. No caso da condição unipodal (direita e esquerda), verificamos que a distribuição q -Gaussiana Alongada ajusta os dados experimentais significativamente melhor do que a q -Gaussiana e a Gaussiana Alongada. A q -Gaussiana Alongada seria o modelo mais indicado para as distribuições das velocidades na condição unipodal. Esses resultados foram obtidos para o caso global e permanecem robustos para os casos individuais, embora algumas exceções sejam observadas.

A análise da distribuição das velocidades do COP nas condições bipodal versus unipodal indicou mudanças consideráveis nos parâmetros das distribuições utilizadas. Esse fato é notável, visto que as séries são normalizadas e considerando que as diferenças entre as condições bipodal (B) e unipodal (U) tipicamente são quantificadas pelas médias e variân-

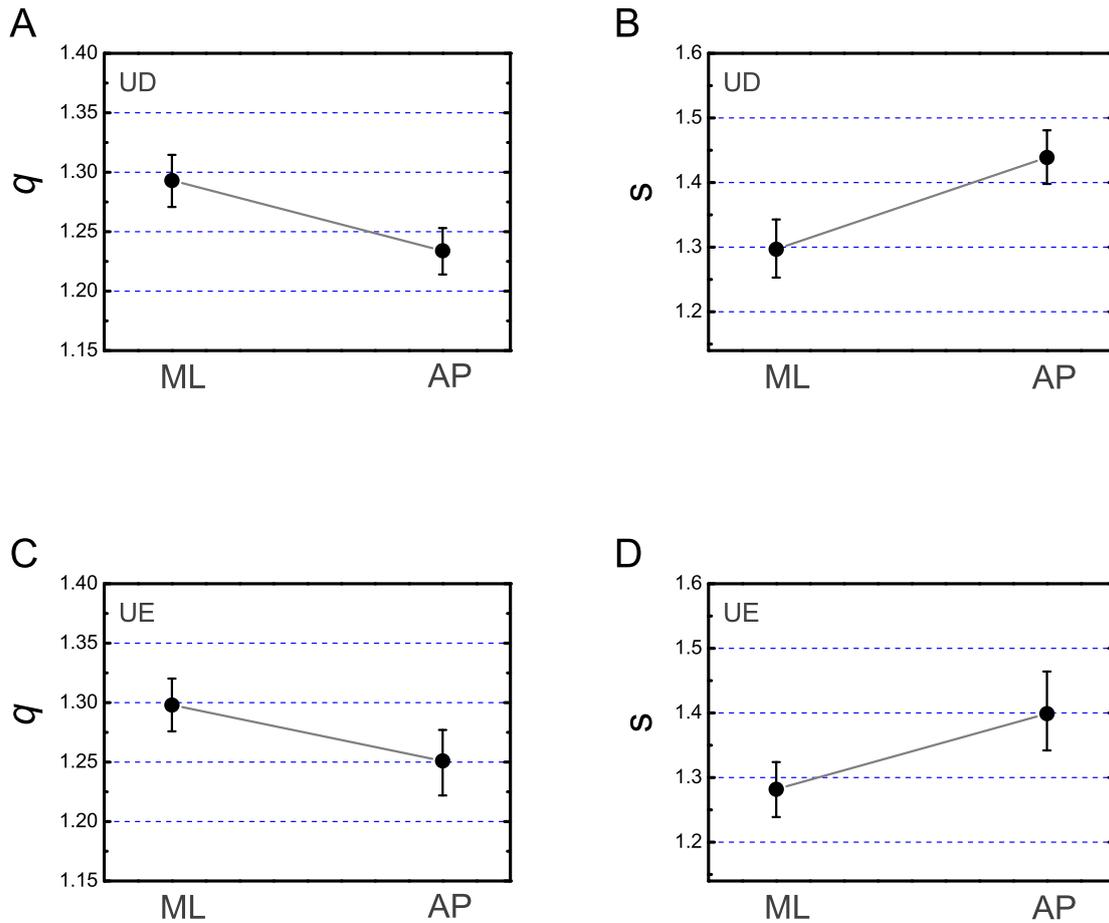


Figura 3.10: Valores médios dos parâmetros das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada nas condições unipodal direita (UD) e unipodal esquerda (UE) relativos à análise individual. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

cias na literatura. Além das mudanças nos parâmetros, nossos resultados sugerem (Figura 3.8, por exemplo) que a distribuição das velocidades na condição unipodal necessita de um parâmetro a mais (q e s) ao invés de s ou q apenas para a condição bipodal.

Para concluir este capítulo, tecemos observações quanto ao uso de distribuição de probabilidade das velocidades do COP. Se ao invés de considerarmos a distribuição das velocidades normalizadas tivéssemos investigado a distribuição das velocidades não normalizadas, teríamos acesso à informação sobre a variância, pois o vínculo 2.21 não se aplicaria. Nesse último caso, a distribuição das velocidades teria informação simultaneamente sobre vários aspectos, como variância, assimetria e curtose. Tal fato indica que uma análise mais detalhada da distribuição das velocidades do COP tem uma sensibilidade a facetas do equilíbrio que vai além de, por exemplo, um puro estudo de variância ou curtose.

CAPÍTULO 4

MOMENTOS, DISTRIBUIÇÃO DAS VELOCIDADES E ENVELHECIMENTO

Neste capítulo, aplicamos as análises introduzidas no Capítulo 2 para o estudo dos efeitos do envelhecimento na estabilidade postural. Para isso, utilizamos uma base de dados de acesso livre¹ obtida por um método alternativo sem o uso de plataformas de força. Comparamos os momentos e as distribuições das velocidades de indivíduos idosos saudáveis com as de jovens saudáveis sob condições de olhos fechados, com ou sem estímulos externos.

4.1 Base de dados e protocolo experimental

Para investigar os efeitos do envelhecimento e de estímulos externos sobre as velocidades do centro-de-pressão, empregamos dados de domínio público. No experimento original [66,68], participaram 27 indivíduos: $N_j = 15$ jovens e $N_i = 12$ idosos, com idades (média \pm desvio-padrão) de 23 ± 2 e 73 ± 3 , respectivamente. Durante os experimentos, os participantes mantiveram a posição bipodal sobre uma palmilha vibratória à base de gel (os joelhos em uma posição fixa afastados por 8 cm e os pés separados em um ângulo de 40°) com seus olhos fechados e mãos ao lado do corpo. Na Figura 4.1, temos uma representação dessa configuração experimental.

¹<http://physionet.org/physiobank/database/nesfdb/>

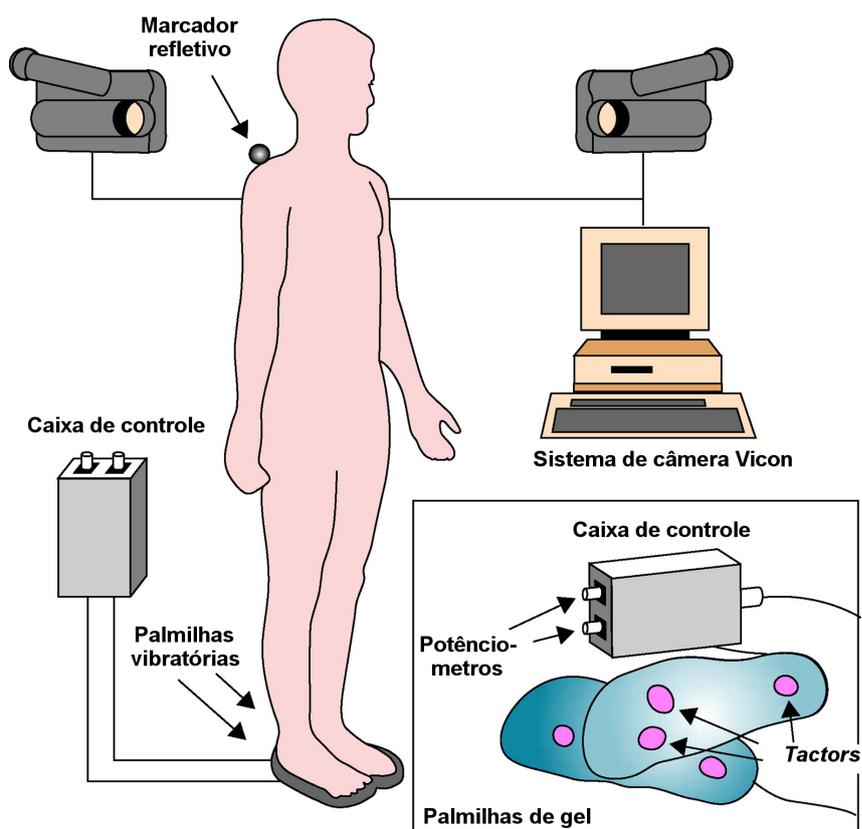


Figura 4.1: Configuração experimental. Adaptada de Priplata *et al.* [68].

Durante o experimento, os indivíduos usaram uma palmilha à base de gel com três elementos de vibração chamados *tactors* (um sob o calcanhar e dois sob a parte dianteira do pé). Cada palmilha recebia um sinal de ruído branco uniforme filtrado por um filtro “passa-baixa” com frequência de corte de 100 Hz. A amplitude desse sinal foi modificada com os potenciômetros, para cada pé, a partir de uma pequena caixa de controle portátil. Antes de iniciar o experimento, cada voluntário ajustava a amplitude das vibrações produzidas pelos *tactors* a um nível em que poderiam ser sentidas apenas ligeiramente. Na sequência, esse nível de estímulo foi reduzido em 10%, de modo que as vibrações percebidas por cada indivíduo cessaram (condição de controle).

O balanço postural de corpo inteiro foi medido em termos dos deslocamentos do segmento cabeça-braço-tronco. Essa medida foi realizada por meio de um marcador refletivo ligado ao ombro direito de cada participante. Os deslocamentos desse marcador foram, então, registrados por um sistema de análise de movimento chamado *Vicon* durante cada ensaio de 30 segundos. Os participantes jovens realizaram 20 ensaios cada (10 com estímulo e 10 de controle) e os idosos executaram 10 ensaios (5 com estímulo e 5 de controle)

com um intervalo de dois minutos entre os ensaios. A sequência das condições em que cada voluntário foi submetido se deu de forma aleatória. Posteriormente, cada série temporal foi submetida a uma frequência de amostragem de 60 Hz, ou seja, cada série possui um total 1800 dados. A Figura 4.2 mostra estabilogramas representativos para um ensaio de um indivíduo jovem e de um idoso na condição de controle (topo) e na presença do estímulo (base). Como podemos perceber, esses estabilogramas parecem indicar que há diferenças entre os dados correspondentes. A seguir, analisamos esses dados de uma maneira mais sistemática.

Para comparar os resultados desses conjuntos de dados nas próximas seções e evitar possíveis influências relativas ao tamanho das amostras analisadas, reduzimos para 10 o número de ensaios de cada voluntário jovem (5 de controle e 5 com estímulo) e restringimos o número de participantes jovens para $N_j = 12$.

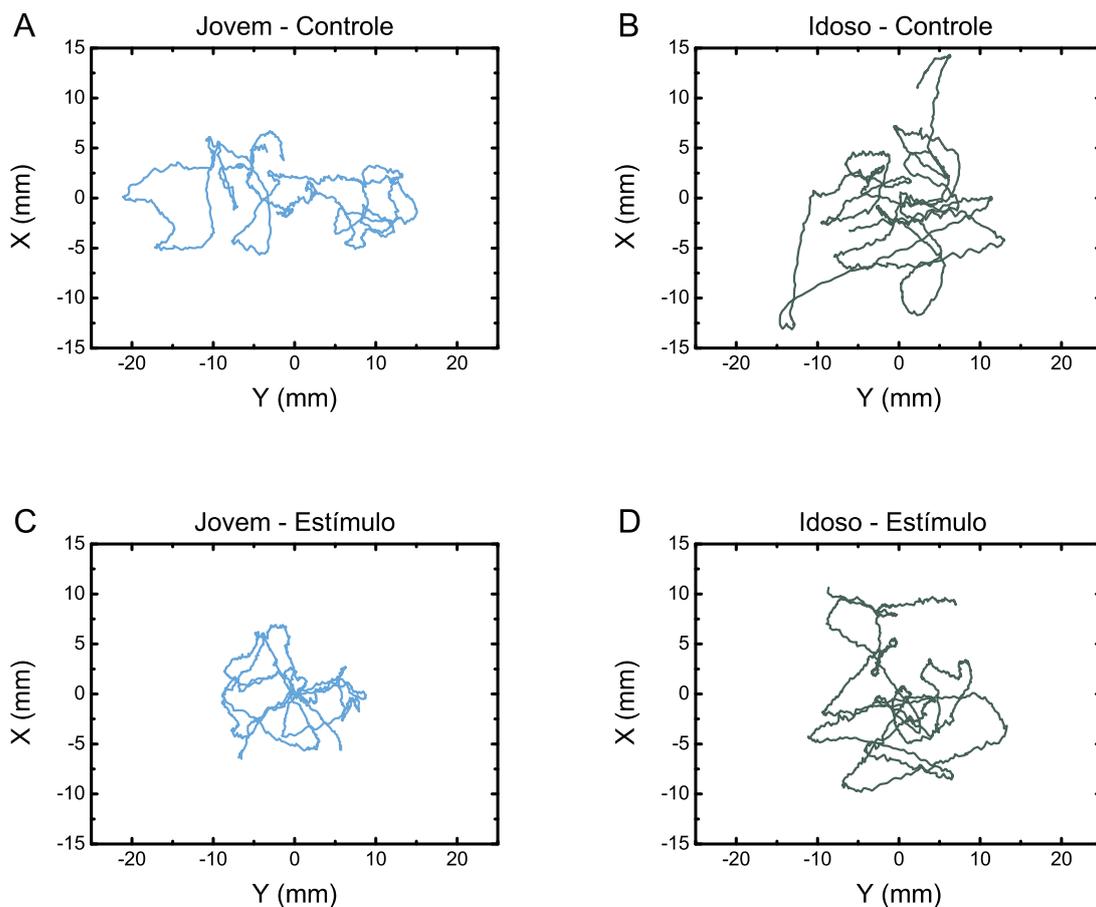


Figura 4.2: Estabilogramas representativos para um voluntário jovem e um idoso nas condições de controle (topo) e estímulo (base). X (Y) corresponde à direção médio-lateral (ântero-posterior).

4.2 Análise dos momentos

É bem conhecido que certos aspectos do controle postural mudam com a idade, resultando em uma leve instabilidade postural. Nesse sentido, analisamos quatro momentos dos dados para investigar possíveis diferenças posturais causadas pelo envelhecimento.

Nas Figuras 4.3 e 4.4, analisamos os momentos (análise individual) nas direções médio-lateral e ântero-posterior, respectivamente. Como no capítulo anterior, calculamos os valores médios individuais das velocidades absolutas médias $\langle |V| \rangle$, da variância $\langle V^2 \rangle$, da assimetria $\langle v^3 \rangle$ e da curtose $\langle v^4 \rangle$. Os resultados para as velocidades absolutas médias [Figuras 4.3(A) e 4.4(A)] e para as variâncias das velocidades [Figuras 4.3(B) e 4.4(B)] indicaram um aumento apreciável para os valores referentes aos idosos nas duas condições

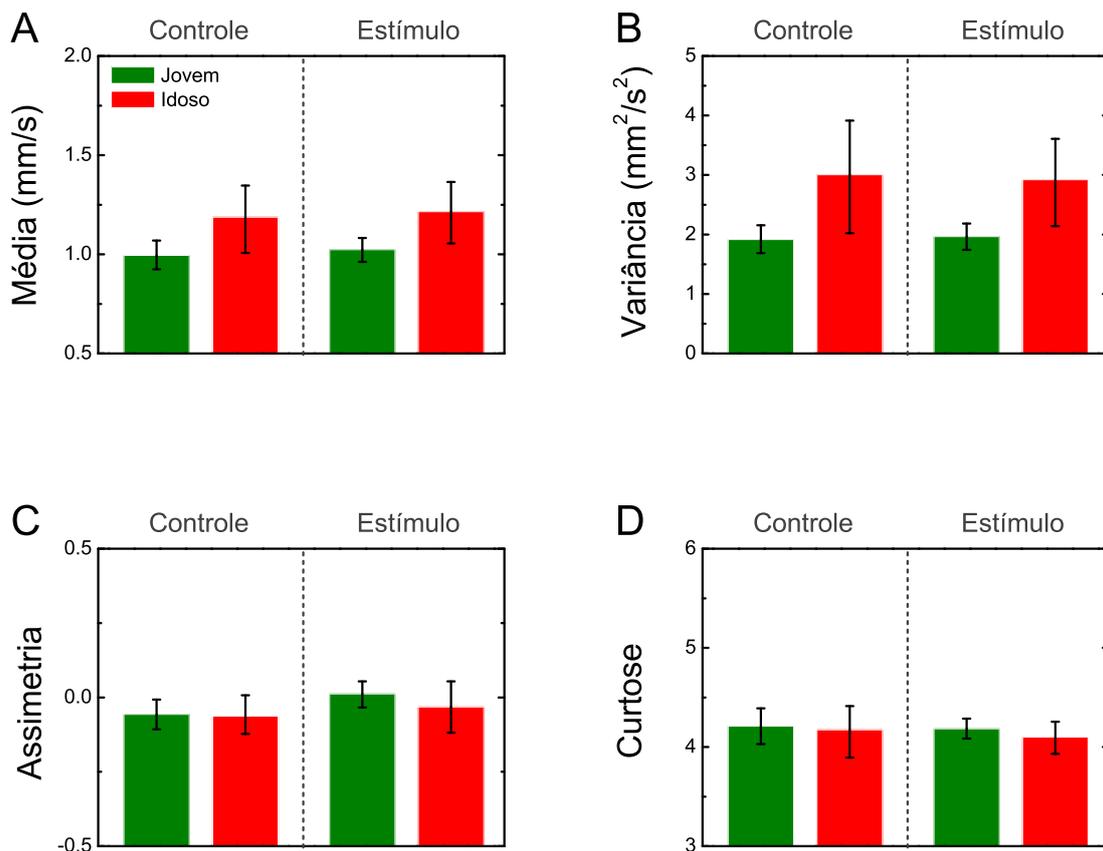


Figura 4.3: Momentos (análise individual) das velocidades de jovens e idosos na direção médio-lateral. Valor médio das A) velocidades absolutas médias, B) variâncias, C) assimetrias e D) curtoses. As médias são feitas sobre os 12 indivíduos de cada grupo, nas condições de controle e estímulo. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

(AP e ML) nas situações de controle e estímulo.

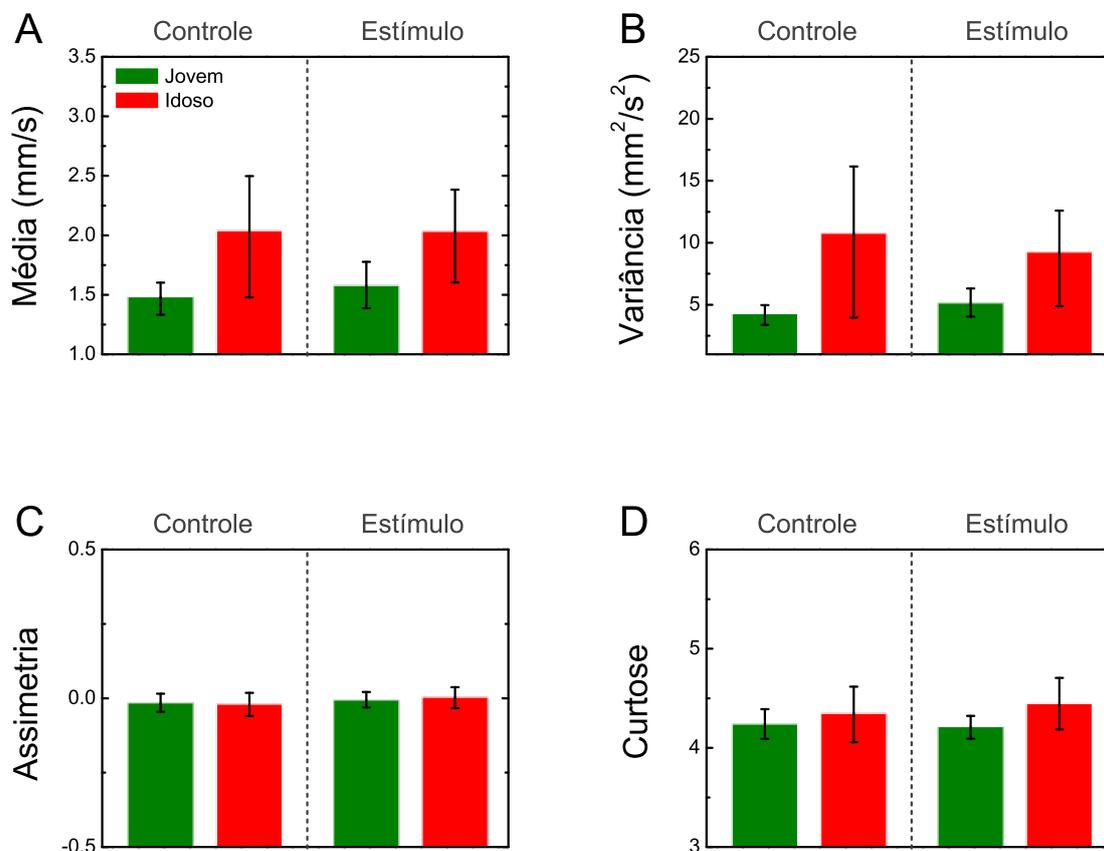


Figura 4.4: Momentos (análise individual) das velocidades de jovens e idosos na direção ântero-posterior. Valor médio das A) velocidades absolutas médias, B) variâncias, C) assimetrias e D) curtoses. As médias são feitas sobre os 12 indivíduos de cada grupo, nas condições de controle e estímulo. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

Nas Figuras 4.3(C) e 4.4(C), a análise de assimetria não indicou diferenças apreciáveis entre jovens e idosos, nem entre as condições de controle e estímulo. Esses resultados sugerem que a distribuição das velocidades permanece aproximadamente simétrica à medida que as pessoas envelhecem. No caso da curtose [Figuras 4.3(D) e 4.4(D)], observamos apenas diferenças sutis no caso dos idosos em relação aos jovens. Já que não há mudanças consideráveis na curtose, podemos afirmar que a distribuição das velocidades continua sendo não-Gaussiana, visto que o valor da curtose continua maior do que 3. Esse cenário aparentemente não muda na presença do estímulo externo. Poderíamos considerar outros momentos para prosseguir a análise. Ao invés disso, podemos proceder diretamente ao estudo da distribuição das velocidades, como fizemos nos capítulos

precedentes.

4.3 Análise da distribuição das velocidades

Procedendo de forma similar aos capítulos anteriores, obtivemos as distribuições das velocidades normalizadas, $P(v_x)$ e $P(v_y)$, calculadas para todas as 60 séries (análise global). Nas Figuras 4.5 e 4.6, vemos $P(v_x)$ e $P(v_y)$ nas direções ML e AP e nas condições jovem e idoso (com e sem estímulo) em comparação com as distribuições q -Gaussiana, Gaussiana Alongada e q -Gaussiana Alongada. Qualitativamente, todos os modelos usados fornecem um ajuste melhor que a Gaussiana. Na Tabela 4.1, vemos os valores dos parâmetros das três distribuições mencionadas acima, obtidos por máxima verossimilhança (análise global).

Usamos o Teste da Razão de Verossimilhança (TRV) para determinar se existe uma vantagem em se usar um modelo com mais parâmetros na descrição dos dados, visto que os modelos mais simples oferecem bons ajustes. Com base no TRV, podemos afirmar que o melhor modelo (entre os três considerados) para descrever a distribuição das velocidades é a Gaussiana Alongada.

Tabela 4.1: Valores globais dos parâmetros das distribuições q -Gaussiana (qG), Gaussiana Alongada (GA) e q -Gaussiana Alongada (qGA) para jovens e idosos nas condições de controle e estímulo

Controle				Estímulo			
	ML	Jovem	Idoso		ML	Jovem	Idoso
AP				AP			
qG (q)		1.283	1.282	qG (q)		1.285	1.274
	1.278		1.305		1.279		1.306
GA (s)		1.291	1.288	GA (s)		1.280	1.304
	1.314		1.248		1.310		1.261
qGA (q)		1.001	1.001	qGA (q)		1.001	1.001
	1.001		1.001		1.001		1.001
qGA (s)		1.293	1.290	qGA (s)		1.282	1.306
	1.316		1.250		1.312		1.274

Em seguida, fizemos uma análise paralela para as velocidades de cada indivíduo em harmonia com a análise do capítulo anterior (análise individual). Ilustramos na Figura 4.7

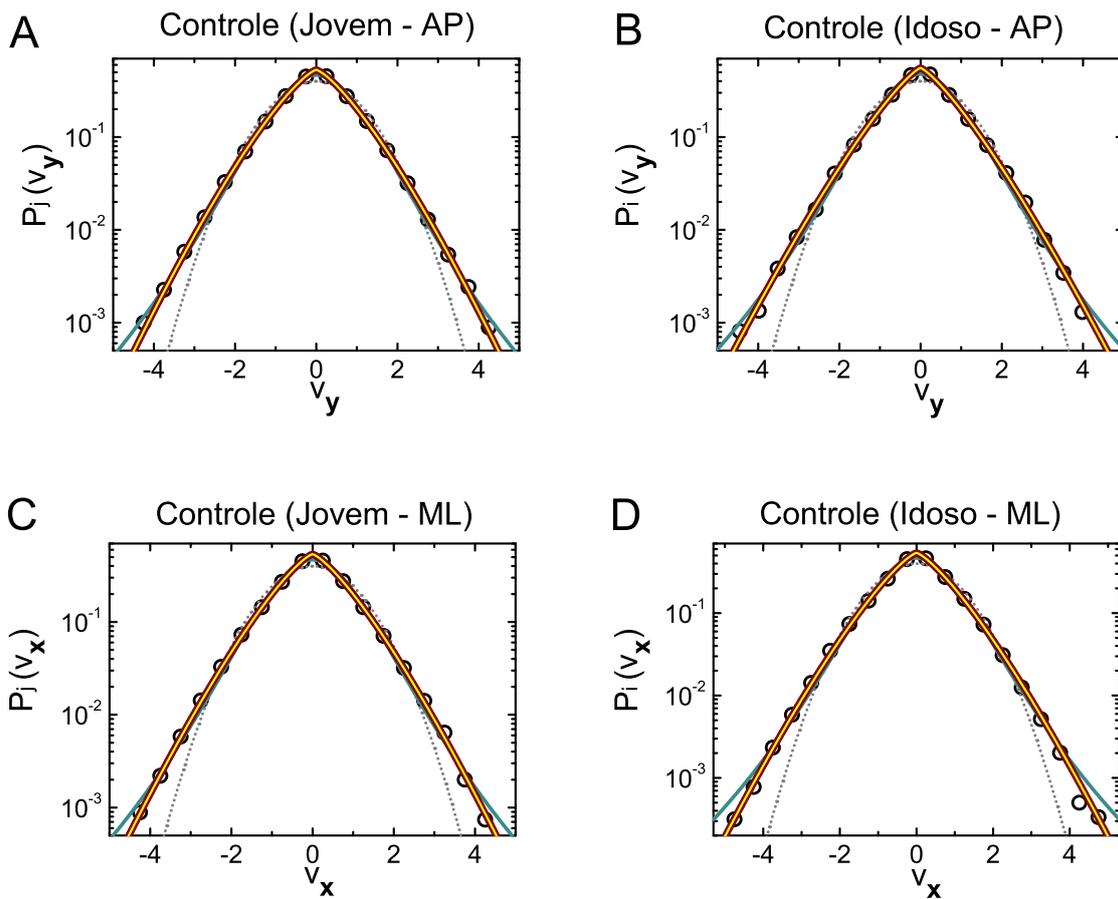


Figura 4.5: Distribuição das velocidades do COP (análise global, situação de controle) para jovens (esquerda) e idosos (direita) nas direções AP (topo) e ML (base). As linhas sólidas correspondem à q -Gaussiana (verde), Gaussiana Alongada (vinho) e q -Gaussiana Alongada (amarelo). As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário.

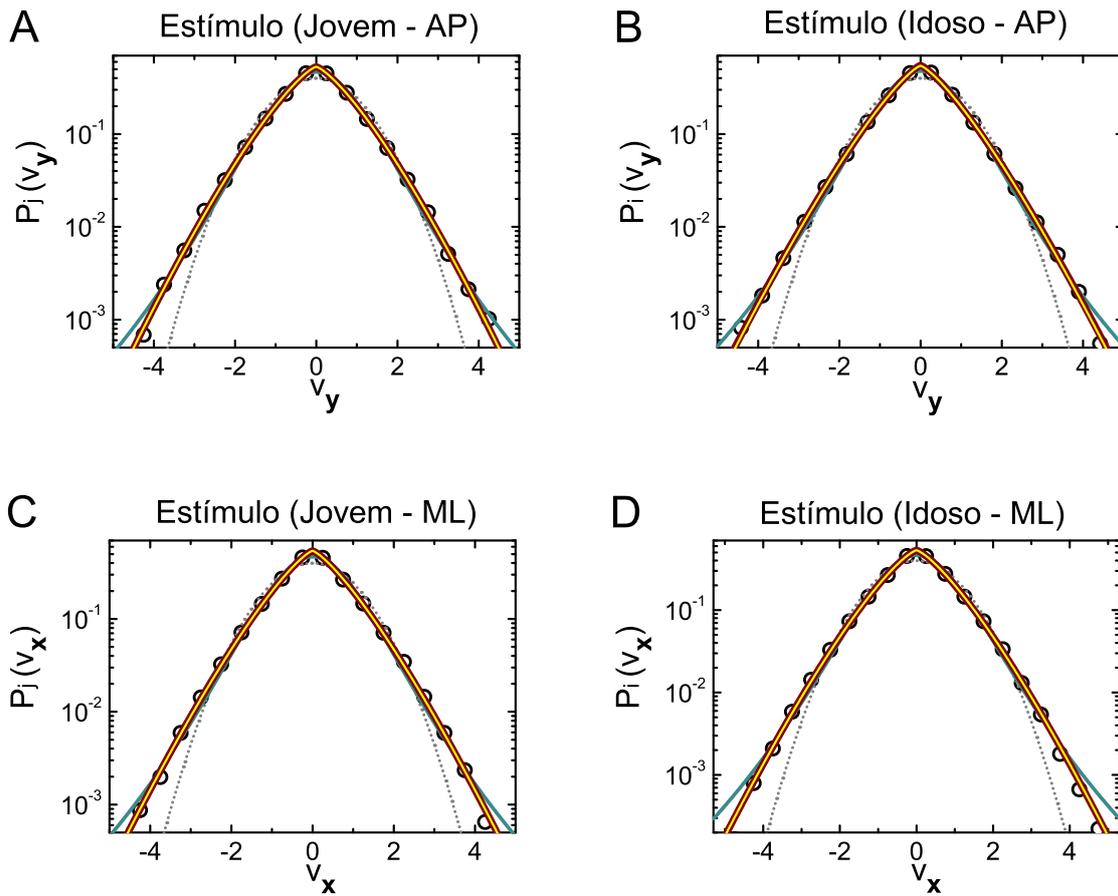


Figura 4.6: Distribuição das velocidades do COP (análise global, situação de estímulo) para jovens (esquerda) e idosos (direita) nas direções AP (topo) e ML (base). As linhas sólidas correspondem à q -Gaussiana (verde), Gaussiana Alongada (vinho) e q -Gaussiana Alongada (amarelo). As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário.

os valores médios dos parâmetros individuais q e s das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada e, na Figura 4.8 os valores médios (q e s) da distribuição q -Gaussiana

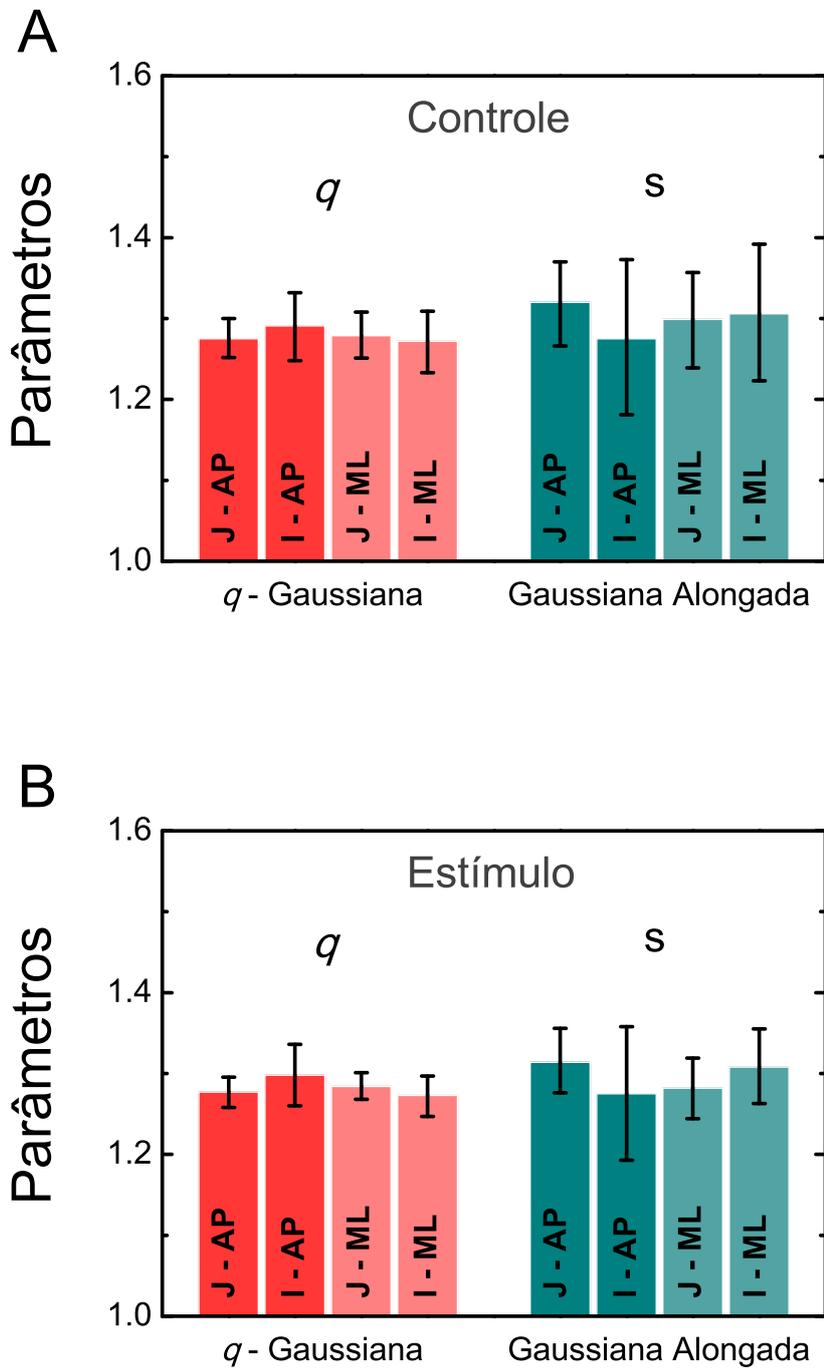


Figura 4.7: Valores médios dos parâmetros (análise individual) das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada nas condições de controle (A) e estímulo (B). Os parâmetros estão especificados para jovens (J) e idosos (I) nas direções AP e ML. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

Alongada. Todos esses parâmetros foram obtidos por máxima verossimilhança.

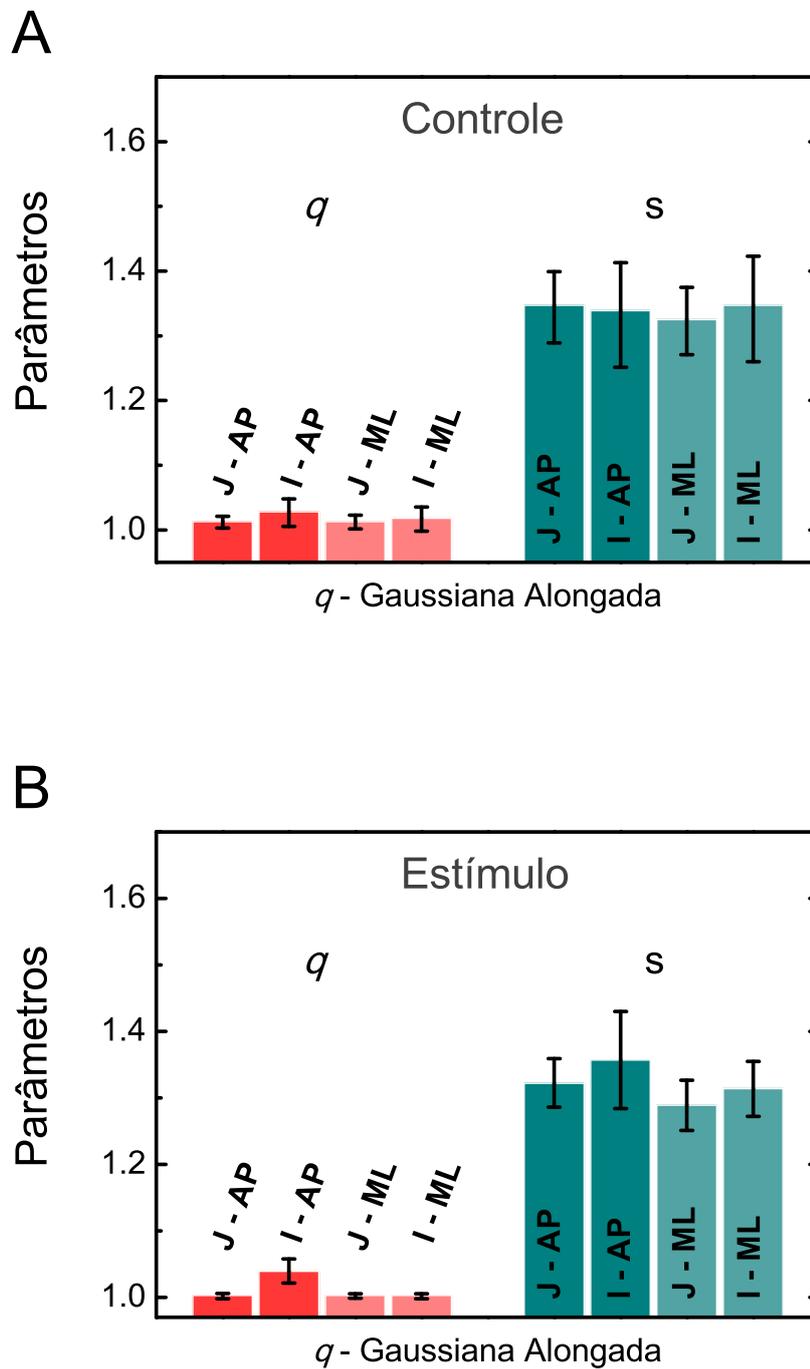


Figura 4.8: Valores médios dos parâmetros (análise individual) da distribuição q -Gaussiana Alongada nas condições de controle (A) e estímulo (B). Os parâmetros estão especificados para jovens (J) e idosos (I) nas direções AP e ML. As barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95%.

De modo geral, os parâmetros permanecem praticamente constantes, independente

da direção, condição e idade dos voluntários. Os testes de significância estatística de Anderson-Darling e Cramér-von-Mises apontaram que mais de 96% (83%) das 60 séries da velocidade do COP para jovens (idosos) não foram rejeitadas para q -Gaussiana e Gaussiana Alongada ao nível de significância de 1%, independente da direção de interesse.

Pela análise da distribuição das velocidades do COP na comparação entre o grupo de jovens e o de idosos, verificamos que os parâmetros das Gaussianas generalizadas não sofreram alterações apreciáveis. Parece que as distribuições das velocidades normalizadas são robustas na condição bipodal para pessoas saudáveis com idades diferentes. Nesse caso, a maior parte das diferenças pode ser verificada com a análise de médias e variâncias, como já tem sido feito na literatura.

A exemplo do que fizemos no final do capítulo anterior, ressaltamos que se tivéssemos considerado distribuição das velocidades não normalizadas, o parâmetro relacionado com a variância (b para uma q -Gaussiana, a para uma Gaussiana Alongada e c para uma q -Gaussiana Alongada) seria livre para ajuste. E nos casos sob estudo neste capítulo, indicaria a sensibilidade da distribuição das velocidades não normalizadas com a idade seguindo o padrão dado nas Figuras 4.4(A) e 4.4(B). Fica claro, portanto, que uma análise detalhada da distribuição das velocidades do COP é capaz de revelar diversos aspectos do equilíbrio, incorporando aspectos de variância, simetria e curtose.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir nossa discussão sobre séries temporais do COP, resumimos os principais resultados do trabalho e levantamos suas possíveis implicações. No Capítulo 2, consistentemente com a literatura [28], as Figuras 2.2(A) e 2.3(A) indicaram que os desvios padrões exibem grande variabilidade de um indivíduo para o outro e, assim, eles não podem ser usados como uma característica típica de todos os indivíduos. Para investigar mais profundamente aspectos não relacionados aos desvios padrões, empregamos aqui uma velocidade normalizada do COP. Diferente da investigação de desvios padrões, a análise de assimetria [Figura 2.2(B) e 2.3(B)] apontou que as distribuições das velocidades do COP são bem aproximadas por distribuições simétricas. Além desse aspecto comum para todos os voluntários da nossa análise, os valores da curtose indicaram um robusto padrão de cauda longa para as distribuições das velocidades do COP quando comparadas com uma Gaussiana [Figura 2.2(C) e 2.3(C)], o que foi reforçado pelo estudo dos momentos [Figura 2.2(D) e 2.3(D)]. O perfil não-Gaussiano também foi verificado por testes estatísticos para decidir se os dados da velocidade vinham de uma distribuição Gaussiana consistentemente com estudos prévios [26,27]. Ademais, para velocidades normalizadas, identificamos distribuições muito similares para todos os indivíduos. E considerando equações de Fokker-Planck generalizadas para velocidades do COP, as distribuições não-Gaussianas com caudas longas podem ser interpretadas como distribuições das velocidades de Maxwell generalizadas. Essas distribuições foram bem aproximadas por q -Gaussianas e por Gaussianas Alongadas (Figuras 2.4, 2.5 e 2.6).

No Capítulo 3, estendemos nossa discussão sobre distribuições das velocidades do COP para o caso unipodal, isto é, quando os indivíduos usavam apenas uma perna de

apoio (direita ou esquerda) para se equilibrar. Nossos resultados demonstraram que as distribuições das velocidades do COP para essas posições unipodais também podem ser bem aproximadas por soluções de equações de Fokker-Planck generalizadas, mais precisamente por q -Gaussianas e Gaussianas Alongadas. Esses resultados estão de acordo com os resultados publicados para a posição bipodal [12]. Notamos ainda uma sensibilidade dos parâmetros estimados desses modelos quando mudamos a condição experimental a que cada voluntário foi submetido. Embora essas duas distribuições das velocidades tenham sido satisfatórias no sentido de descrever bem os conjuntos de dados da velocidade do COP, também propusemos um modelo alternativo, chamado de distribuição q -Gaussiana Alongada, com um adicional de um parâmetro em relação aos modelos anteriores. Na condição unipodal, esse modelo mais complexo forneceu um melhor ajuste aos dados e foi significativamente melhor para descrevê-los. Quando consideramos a posição bipodal, por outro lado, a q -Gaussiana Alongada foi sistematicamente melhor do que a q -Gaussiana para descrever os dados, enquanto que não observamos o mesmo em comparação com a Gaussiana Alongada. No geral, encontramos esses resultados para as distribuições globais também para os casos individuais.

No Capítulo 4, investigamos os três modelos de distribuição das velocidades a partir de uma base de dados de acesso público. Constatamos que em todas as condições experimentais (controle e estímulo), independente da faixa etária estudada (jovem e idoso), os resultados foram semelhantes àqueles encontrados para a condição bipodal dos capítulos anteriores. As três distribuições teóricas se mostraram melhores para descrever os dados do que a Gaussiana. Além disso, em todos os casos, a q -Gaussiana Alongada foi rejeitada pelo teste TRV como a melhor para descrever os dados quando comparada com a Gaussiana Alongada. Em contrapartida, o mesmo teste não rejeitou a q -Gaussiana Alongada como aquela que melhor representa as velocidades do COP em comparação com a q -Gaussiana. Os modelos de distribuição não foram capazes de distinguir os dois grupos analisados e nem as condições experimentais. Portanto, os resultados encontrados apontam para a existência de um comportamento universal presente na condição bipodal.

Com relação aos modelos aqui empregados, eles representam um cenário promissor para representar as distribuições das velocidades do COP. No modelo relacionado às q -Gaussianas, o parâmetro de ruído D é proporcional a uma potência negativa da distribuição de probabilidade, P^{1-q} com $q > 1$, conduzindo a um processo estocástico não-linear.

Para o caso de Gaussianas Alongadas, esse parâmetro de ruído é proporcional a $|v|^{2-s}$ com $s < 2$, que é um modelo heterogêneo. Se acaso houver interesse por um modelo que combine q -Gaussianas e Gaussianas Alongadas de uma forma unificada [45], então $D \propto P^{1-q} |v|^{2-s}$ pode ser usada.

É oportuno frisar que se tivéssemos considerado a distribuição das velocidades não normalizadas do COP, verificaríamos que essa distribuição seria, de maneira unificada, sensível a vários aspectos do equilíbrio, como, por exemplo, aspectos relacionados à variância, assimetria e curtose. Tal cenário evidencia que uma análise de distribuição das velocidades é mais rica em informação do que, por exemplo, uma simples análise de variância.

Os resultados empíricos obtidos aqui para as distribuições das velocidades do COP, juntos com aqueles sobre correlações [19-21,24], compõem um guia útil para modelar a dinâmica do COP. Entretanto, outros estudos ainda são requeridos para obter um amplo cenário para as distribuições das velocidades do COP. Futuros trabalhos poderiam também investigar a sensibilidade das distribuições das velocidades do COP para mudanças na estabilidade postural relacionadas a outros aspectos que não foram investigados neste trabalho, como aqueles, envolvendo doenças neurológicas e ortopédicas ou outras patologias que afetam o sistema de controle postural.

APÊNDICE A

ALGUNS TESTES DE SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA E O MÉTODO DE *BOOTSTRAP*

Neste apêndice, discorreremos brevemente sobre alguns testes de significância estatística e o método de *bootstrap* que empregamos nas análises desta tese.

A.1 Testes de Anderson-Darling e Cramér von-Mises

Um teste de significância é um procedimento para determinar se uma amostra de n observações, x_1, \dots, x_n , pode ser considerada como uma amostra de uma dada distribuição especificada [112, 113].

O teste de Anderson-Darling¹ (AD) testa a hipótese nula H_0 de que os dados são bem descritos por uma dada distribuição e a hipótese alternativa H_a de que eles não são. Esse teste é baseado na diferença quadrática $(F_n(x) - F^*(x))^2$ entre as distribuições acumuladas empírica $(F_n(x))$ e hipotética $(F^*(x))$ e é definido como

$$W_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F^*(x)]^2 \psi dF^*(x) \quad (\text{A.1})$$

sendo ψ uma função de ponderação dada por

$$\psi = [F^*(x) (1 - F^*(x))]^{-1}. \quad (\text{A.2})$$

¹O teste de Anderson-Darling é uma modificação do teste de Cramér von-Mises. Ele difere do segundo no sentido de dar mais “peso” às caudas da distribuição. Por essa razão, esse teste é muitas vezes classificado como o mais eficiente para testar distribuições empíricas [113].

Se W_n^2 exceder um certo valor crítico tabelado [114], o teste AD rejeita H_0 com algum nível de significância α , geralmente igual a 0.01 ou 0.05.

O teste de Cramér von-Mises (CVM) assume a função de ponderação $\psi = 1$ na Equação A.1

$$W_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F^*(x)]^2 dF^*(x). \quad (\text{A.3})$$

Analogamente, o teste CVM rejeita H_0 se $W_n^2 \geq c_{1-\alpha}$. Os valores críticos $c_{1-\alpha}$ também são tabelados.

A.2 O método de *bootstrap*

O método de *bootstrap* é uma abordagem alternativa, relativamente simples e prática, para encontrar intervalos de confiança para quantidades estimadas diretamente dos dados [115]. Suponhamos que temos um conjunto de dados e desejamos calcular alguma medida estatística (média, por exemplo). Suponhamos, ainda, que não conhecemos a distribuição de probabilidades de origem desses dados. Nessa situação, o método de *bootstrap* fornece uma maneira ideal para calcular intervalos de confiança.

Explicitamente, suponhamos um conjunto de dados

$$\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \dots, b_n\} \quad (\text{A.4})$$

para o qual queremos calcular alguma medida estatística $\hat{\theta}$. Vamos construir N subconjuntos re-amostrados aleatoriamente de \mathcal{B} , denotados por

$$\mathcal{A}_i = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (\text{A.5})$$

sendo a_j , tal que $j = 1, 2, \dots, n$, um dos elementos de \mathcal{B} .

Para cada subconjunto \mathcal{A}_i , calculamos a medida $\hat{\theta}$, isto é,

$$\hat{\Theta} = \{\hat{\theta}[\mathcal{A}_1], \hat{\theta}[\mathcal{A}_2], \dots, \hat{\theta}[\mathcal{A}_N]\}. \quad (\text{A.6})$$

O intervalo de confiança para a medida $\hat{\theta}$, com nível de significância α , é dado por

$$\begin{aligned}(\hat{\theta}[\mathcal{A}])_{\text{inferior}} &= \hat{Q}_{\alpha/2}[\hat{\Theta}] \\(\hat{\theta}[\mathcal{A}])_{\text{superior}} &= \hat{Q}_{1-\alpha/2}[\hat{\Theta}]\end{aligned}\tag{A.7}$$

sendo \hat{Q}_{β} o β -quantil do conjunto $\hat{\Theta}$.

Assim, podemos interpretar α da seguinte maneira: existe uma chance de $\alpha.100\%$ de $\hat{\Theta}$ estar fora do intervalo de confiança, ou ainda, garante-se com uma chance de $(1-\alpha).100\%$ que α está dentro do intervalo de confiança. Os valores de α mais comuns são $\alpha = 0.05$ e $\alpha = 0.01$.

APÊNDICE B

A EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK

Discutimos, brevemente, neste apêndice, o movimento Browniano a partir das equações de Langevin para uma partícula e a correspondente equação de Fokker-Planck, que governa a evolução temporal da densidade de probabilidade para essa partícula.

B.1 A equação de Langevin

Suponhamos uma partícula imersa em um fluido apresentando um movimento Browniano. Consideramos o caso simples de um movimento unidimensional. Assumimos que a partícula é livre para mover-se no fluido, mas que o efeito do fluido está incluso adicionando uma força viscosa e uma força aleatória. Essa força viscosa é proporcional à velocidade, $F = -\alpha v(t)$. O efeito de forças de caráter aleatório, $\xi(t)$, é devido aos impactos “aleatórios” da partícula com as moléculas do fluido. Assim, as equações de movimento da partícula Browniana são [116–118]

$$m \frac{dv(t)}{dt} = -\alpha v(t) + \xi(t), \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t), \quad (\text{B.2})$$

sendo $v(t)$ e $x(t)$ a velocidade e posição, respectivamente, da partícula no tempo t , m é a massa da partícula e α é o coeficiente de fricção. As Equações B.1 e B.2 são as equações

de Langevin correspondentes ao movimento da partícula Browniana.

Assumimos que $\xi(t)$ é um processo com média igual a zero,

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad (\text{B.3})$$

pois esperamos que a força média sobre uma partícula parada em um fluido seja nula. Se multiplicarmos duas forças aleatórias, supomos que seu valor médio seja

$$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = B \delta(t - t'), \quad (\text{B.4})$$

pois consideramos que os impactos são independentes em tempos diferentes. O fator de ponderação, B , é uma medida da intensidade do ruído. Devemos ressaltar que se a força aleatória não for independente em tempos distintos, a Equação B.4 deve ser substituída, por exemplo, por

$$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = h(t - t'), \quad (\text{B.5})$$

em que $h(t - t')$, diferente de $B \delta(t - t')$, não é nula para todo $t \neq t'$.

Dividindo a Equação B.1 por m , podemos reescrever a equação de Langevin na forma

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\gamma v(t) + \Gamma(t), \quad (\text{B.6})$$

com $\gamma = \alpha/m$ e $\Gamma(t) = \xi(t)/m$. Portanto, assim como a $\xi(t)$, o ruído $\Gamma(t)$ é uma variável estocástica, isto é, uma variável aleatória dependente do tempo, cujas propriedades são

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0 \quad (\text{B.7})$$

e

$$\langle \Gamma(t) \Gamma(t') \rangle = A \delta(t - t'), \quad (\text{B.8})$$

em que $A = B/m^2$.

B.2 A equação de Fokker-Planck

Resolver a equação de Langevin (Equação B.6) é equivalente a determinar a distribuição de probabilidade $P(x, t)$ em cada instante t . Consideramos o caso de uma equação de Langevin em uma variável [118], isto é,

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \Gamma(t), \quad (\text{B.9})$$

em que $f(x)$ é uma função apenas de x , que denominamos força, e $\Gamma(t)$ é a variável estocástica cujas propriedades são conhecidas (suporemos as Equações B.7 e B.8).

Discretizamos o tempo em intervalos de tempo τ . Assim, a posição no instante $t = n\tau$ será $x_n (= x(n\tau))$ e a equação de Langevin na forma discretizada será

$$x_{n+1} = x_n + \tau f(x_n) + \tau \Gamma_n, \quad (\text{B.10})$$

em que $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ formam uma sequência de variáveis aleatórias independentes.

Em seguida, consideramos $P_n(x_n)$ como a distribuição de probabilidades da variável x_n e g_n a sua correspondente função característica (transformada de Fourier de $P_n(x_n)$), dada por

$$g_n(k) = \langle e^{ikx_n} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx_n} P_n(x_n) dx_n. \quad (\text{B.11})$$

Então,

$$g_{n+1}(k) = \langle e^{ikx_{n+1}} \rangle = \langle e^{ik[x_n + \tau f(x_n) + \tau \Gamma_n]} \rangle \quad (\text{B.12})$$

e, uma vez que x_n e Γ_n são independentes, temos

$$g_{n+1}(k) = \langle e^{ik[x_n + \tau f(x_n)]} \rangle \langle e^{ik\tau \Gamma_n} \rangle. \quad (\text{B.13})$$

Expandimos, agora, $g_{n+1}(k)$ em série de Taylor para todo x_n , até os termos de primeira ordem em τ . O primeiro termo do produto na Equação B.13 será

$$\langle e^{ikx_n} [1 + ik\tau f(x_n)] \rangle = \langle e^{ikx_n} \rangle + ik\tau \langle f(x_n) e^{ikx_n} \rangle, \quad (\text{B.14})$$

pois $e^y = 1 + y + y^2/2 + \dots$. Analogamente, para o segundo termo, $\langle e^{ik\tau\Gamma_n} \rangle$, escrevemos

$$1 + ik\tau\langle\Gamma_n\rangle - \frac{k^2}{2}\tau^2\langle\Gamma_n^2\rangle = 1 - \frac{k^2}{2}\tau A, \quad (\text{B.15})$$

em que usamos as propriedades $\langle\Gamma_n\rangle = 0$ e $\langle\Gamma_n^2\rangle = A/\tau$. Dessa forma, a Equação B.13 será reescrita como

$$g_{n+1}(k) = g_n(k) + \tau[ik\langle f(x_n) e^{ikx_n} \rangle - \frac{Ak^2}{2}\langle e^{ikx_n} \rangle]. \quad (\text{B.16})$$

Notando que

$$ik\langle f(x) e^{ikx} \rangle = \langle f(x) \frac{d}{dx} e^{ikx} \rangle = - \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \frac{d}{dx} [f(x) P_n(x)] dx \quad (\text{B.17})$$

e

$$-k^2 \langle e^{ikx} \rangle = \langle \frac{d^2}{dx^2} e^{ikx} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \frac{d^2}{dx^2} P_n(x) dx, \quad (\text{B.18})$$

chegamos que $g_{n+1}(k) - g_n(k)$ conduz à equação

$$P_{n+1}(x) - P_n(x) = -\tau \frac{d}{dx} [f(x) P_n(x)] + \tau \frac{A}{2} \frac{d^2}{dx^2} P_n(x). \quad (\text{B.19})$$

Dividindo a equação B.19 por τ e depois tomando o limite $\tau \rightarrow 0$, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x} [f(x) P(x, t)] + \frac{A}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, t). \quad (\text{B.20})$$

A Equação B.20 é a equação de evolução temporal da distribuição de probabilidade $P(x, t)$ para um movimento Browniano unidimensional, sendo uma das mais simples equações de Fokker-Planck.

Ao empregarmos as substituições $x \rightarrow v$ e $f(x) \rightarrow -\gamma v(t)$ na Equação B.9 e usarmos $A/2 \rightarrow D$, vemos que a Equação de Fokker-Planck B.20 se reduz a

$$\frac{\partial}{\partial t} P(v, t) = \gamma \frac{\partial}{\partial v} [v P(v, t)] + \frac{\partial}{\partial v} \left(D \frac{\partial P(v, t)}{\partial v} \right), \quad (\text{B.21})$$

sendo D uma constante relacionada ao ruído e γ o coeficiente de fricção.

Por fim, notemos que quando há correlação entre $\Gamma(t)$ e $\Gamma(t')$ para $t \neq t'$ ($\langle \Gamma(t) \Gamma(t') \rangle \neq A \delta(t - t')$), a Equação B.21 não poderá ser usada para a obtenção de $P(v, t)$. Assim, generalizações da Equação B.21 devem ser investigadas para melhor descreverem a dinâmica de $P(v, t)$.

APÊNDICE C

ALGUMAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

Nesse apêndice, apresentamos algumas famílias de funções de densidade de probabilidade, bem como uma rápida abordagem sobre cada uma delas, pois são úteis para uma melhor compreensão deste trabalho.

C.1 Distribuição Gaussiana ou Normal

Uma variável aleatória X é definida ser normalmente distribuída se sua densidade de probabilidade é dada por

$$P_G(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (\text{C.1})$$

em que os parâmetros μ e σ são tais que $-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma > 0$. Qualquer distribuição definida pela função densidade de probabilidade dada na Equação C.1 é chamada de *distribuição Gaussiana* ou *Normal* [76, 111, 119]. Os símbolos μ e σ^2 representam a média e a variância da distribuição, respectivamente.

Se a variável aleatória normal tem média 0 e variância 1, ela é chamada de uma variável aleatória normal *normalizada* ou *padronizada*. Para uma variável aleatória normal padronizada, a densidade [Equação C.1] é reescrita como

$$P_G(x; \mu = 0, \sigma = 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (\text{C.2})$$

A distribuição Gaussiana surge como um primeiro modelo a ser considerado para o comportamento de muitos fenômenos aleatórios. Ela também é a forma limite de várias outras distribuições de probabilidade. Mostramos alguns desses limites nas seções deste apêndice. A distribuição Gaussiana também é a distribuição limite no famoso *Teorema Central do Limite*, que é um dos mais importantes teoremas em probabilidade e estatística. Resumidamente, esse teorema implica que a soma de n variáveis aleatórias ξ_i independentes e com variância finita [119],

$$Z = \xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n, \quad (\text{C.3})$$

é bem aproximada por uma Gaussiana quando n é grande.

C.2 Distribuição q -Gaussiana

A distribuição q -Gaussiana é conhecida por ser uma atratora de certos sistemas correlacionados e é uma distribuição que, sob vínculos apropriados, maximiza a entropia

$$S_q = \frac{1 - \int_{-\infty}^{\infty} P(x)^q dx}{q - 1} \quad (q \in \mathfrak{R}), \quad (\text{C.4})$$

sendo $P(x)$ uma densidade de probabilidade [95, 120, 121]. A Equação C.4 conduz a uma extensão da mecânica estatística clássica de Boltzmann-Gibbs (BG), conhecida como a mecânica estatística não-extensiva de Tsallis. Em contraste com a q -Gaussiana, a distribuição Gaussiana maximiza a entropia de Boltzmann-Gibbs,

$$S_{BG} = - \int_{-\infty}^{\infty} P(x) \ln P(x) dx, \quad (\text{C.5})$$

sob vínculos apropriados. Quando tomamos $q \rightarrow 1$ na Equação C.4, vemos que $S_1 = S_{BG}$. Isso indica que resultados obtidos a partir de S_q podem ser vistos como generalizações daqueles obtidos a partir de S_{BG} .

Antes de discorrermos sobre uma breve revisão e propriedades da distribuição q -Gaussiana, introduzimos a função q -logarítmica e sua inversa, a q -exponencial, como

$$\ln_q(x) \equiv \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (x > 0) \quad (\text{C.6})$$

e

$$e_q^x \equiv \begin{cases} [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} & 1 + (1 - q)x \geq 0 \\ 0 & 1 + (1 - q)x < 0. \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

Essas funções reduzem às funções logarítmica e exponencial usuais no limite $q \rightarrow 1$.

A distribuição q -Gaussiana para $-\infty < q < 3$ é definida como [122, 123]

$$\begin{aligned} P_q(x; \mu_q, \sigma_q) &= A_q \sqrt{B_q} [1 + (q - 1) B_q (x - \mu_q)^2]^{\frac{1}{1-q}} \\ &= A_q \sqrt{B_q} e_q^{-B_q (x - \mu_q)^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Os parâmetros μ_q (q -média) e σ_q (q -variância) são dados por

$$\mu_q \equiv \langle x \rangle_q \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x [P_q(x)]^q dx}{\int_{-\infty}^{\infty} [P_q(x)]^q dx} \quad (\text{C.9})$$

e

$$\sigma_q^2 \equiv \langle (x - \mu_q)^2 \rangle_q \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_q)^2 [P_q(x)]^q dx}{\int_{-\infty}^{\infty} [P_q(x)]^q dx}, \quad (\text{C.10})$$

reduzindo aos usuais quando $q \rightarrow 1$. Por sua vez, os parâmetros A_q e B_q representam o fator de normalização e a largura da distribuição, respectivamente, e são dados por

$$A_q = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-q}{\pi}} \frac{\Gamma\left[\frac{5-3q}{2(1-q)}\right]}{\Gamma\left[\frac{2-q}{1-q}\right]} & q < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\pi}} & q = 1 \\ \sqrt{\frac{q-1}{\pi}} \frac{\Gamma\left[\frac{1}{q-1}\right]}{\Gamma\left[\frac{3-q}{2(q-1)}\right]} & 1 < q < 3, \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

e

$$B_q = [(3-q)\sigma_q^2]^{-1} \quad q \in (-\infty, 3). \quad (\text{C.12})$$

Considerando o caso especial em que $\mu_q \equiv 0$ e $\sigma_q^2 \equiv 1$, temos a q -Gaussiana normalizada. Nesse sentido, a Equação C.8 pode ser reescrita como

$$P_q(x; \mu_q = 0, \sigma_q = 1) = \frac{A_q}{\sqrt{3-q}} \left[1 + \frac{q-1}{3-q} x^2 \right]^{\frac{1}{1-q}}. \quad (\text{C.13})$$

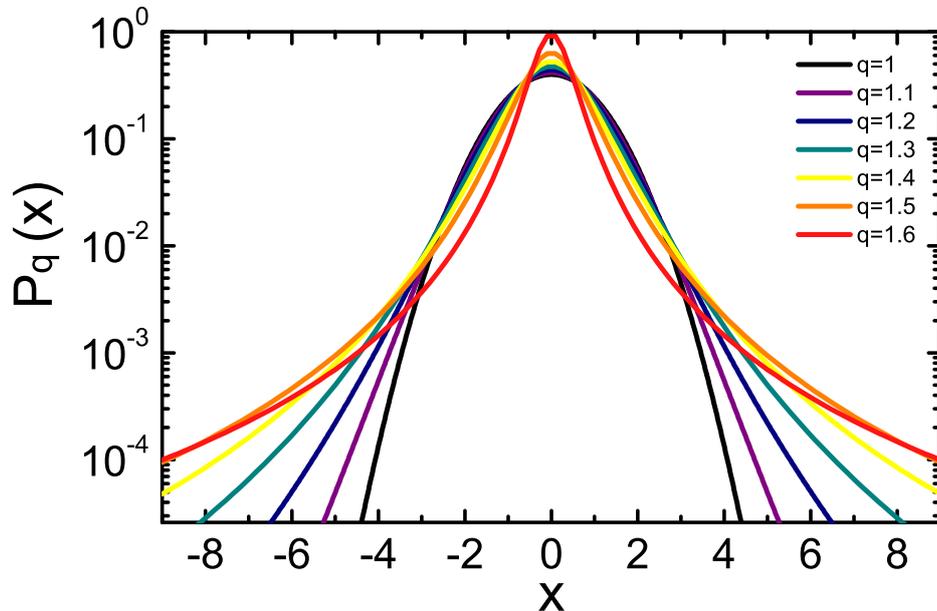


Figura C.1: Exemplos de distribuições q -Gaussianas. No limite $q \rightarrow 1$, a distribuição recupera a forma de uma Gaussiana usual.

A distribuição q -Gaussiana reproduz a distribuição Gaussiana usual no limite $q \rightarrow 1$ (Equação C.1), tem um suporte compacto para $q < 1$ e decai como uma lei de potência

para $1 < q < 3$. Para $3 \leq q$, a Equação C.8 não é normalizável. A variância usual é finita para $q < 5/3$ e, para a q -Gaussiana normalizada é dada por $(3 - q)/(5 - 3q)$. A variância usual da q -Gaussiana diverge para $5/3 \leq q < 3$, embora a q -variância permanece finita para o intervalo completo $-\infty < q < 3$. Na Figura C.1, temos a representação de distribuições q -Gaussianas para alguns casos em que $1 \leq q < 5/3$.

C.3 Distribuição Gaussiana Alongada

É bem conhecido que a distribuição Gaussiana Alongada é a solução analítica da equação de difusão anômala de Richardson. Também aparece como solução de algumas equações de difusão fracionária. Além disso, é aplicada em vários outros contextos, por exemplo, no estudo da distribuição de amplitudes sonoras em música [101, 103, 106].

A Gaussiana Alongada com média nula é comumente escrita como

$$P_s(x) = N_s \exp(-a |x|^s), \quad (\text{C.14})$$

com

$$N_s = \frac{a^{1/s}}{2 \Gamma[1 + 1/s]} \quad (\text{C.15})$$

a constante de normalização, $a > 0$, $s > 0$ e $-\infty < x < \infty$. Para o desvio padrão, obtemos

$$\sigma = \frac{\Gamma[3/s] \left\{ s^{-s/2} \Gamma[1 + 1/s] \Gamma[3/s]^{s/2} \right\}^{-2/s}}{s \Gamma[1 + 1/s]}. \quad (\text{C.16})$$

Na Figura C.2, temos alguns exemplos dessa distribuição quando variamos o parâmetro s . Quanto menor o valor que s assume, mais lento é o decaimento da cauda da distribuição, ou seja, a cauda tende a ser mais alongada. Por isso, essa distribuição é muitas vezes chamada de Gaussiana Alongada. No limite $s \rightarrow 2$, a forma da distribuição Gaussiana é recuperada.

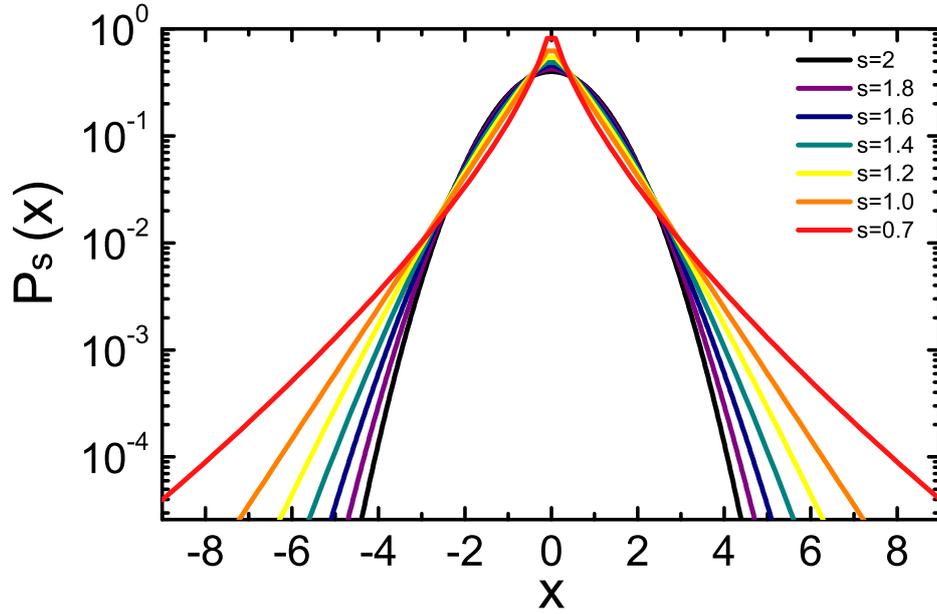


Figura C.2: Exemplos de distribuições Gaussianas Alongadas. No limite $s \rightarrow 2$, a distribuição Gaussiana usual é recuperada.

C.4 Distribuição q -Gaussiana Alongada

No contexto de termo-estatística não-extensiva, o papel desempenhado pela distribuição Gaussiana normalizada é estendido para as distribuições q -Gaussianas generalizadas. Nesse mesmo cenário, podemos estender as Gaussianas Alongadas para q -Gaussianas Alongadas. As distribuições q -Gaussianas Alongadas formam uma família versátil que pode descrever problemas com suporte compacto, assim como problemas com distribuições de cauda longa. Por exemplo, elas aparecem como solução de equações de difusão não-lineares [109].

A q -Gaussiana Alongada (com média nula) com parâmetros a e s é dada por [109, 124]

$$P_{qs}(x) = \begin{cases} \frac{1}{Z(c)} [1 - (q-1)c|x|^s]_+^{\frac{1}{q-1}} & \text{para } q \neq 1 \\ \frac{1}{Z(c)} \exp(-c|x|^s) & \text{se } q = 1. \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

com a notação $[\cdot]_+$ correspondendo a $[\cdot]$ se seu argumento não é negativo e igual a zero se seu argumento é negativo. Aqui, $Z(c)$ é o fator de normalização, dado por

$$Z(a) = \frac{2}{s} c^{-\frac{1}{s}} \begin{cases} (1-q)^{-\frac{1}{s}} B\left(\frac{1}{s}, -\frac{1}{q-1} - \frac{1}{s}\right) & \text{para } 1-s < q < 1 \\ (q-1)^{-\frac{1}{s}} B\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{q-1} + 1\right) & \text{para } q > 1 \\ \Gamma\left[\frac{1}{s}\right] & \text{se } q = 1 \end{cases} \quad (\text{C.18})$$

em que $B(x, y) \equiv \frac{\Gamma[x]\Gamma[y]}{\Gamma[x+y]}$ denota a função Beta. O parâmetro c está relacionado aos momentos da densidade de probabilidade e, além disso, $c^{-\frac{1}{s}}$ é um parâmetro de escala. Para o caso em que $s = 2$, a Equação C.17 se reduz à distribuição q -Gaussiana (Equação C.8). Por outro lado, o limite $q \rightarrow 1$ na Equação C.17 corresponde à distribuição Gaussiana Alongada (Equação C.14). Conseqüentemente, podemos considerar a distribuição q -Gaussiana Alongada como uma interpolação das distribuições q -Gaussiana e Gaussiana Alongada, as quais têm sua forma típica recuperada quando tomamos os limites apropriados na Equação C.17. A distribuição Gaussiana, por sua vez, é obtida nos limites $q \rightarrow 1$ e $s \rightarrow 2$ na Equação C.17. A Figura C.3 mostra alguns exemplos de distribuições q -Gaussianas Alongadas.

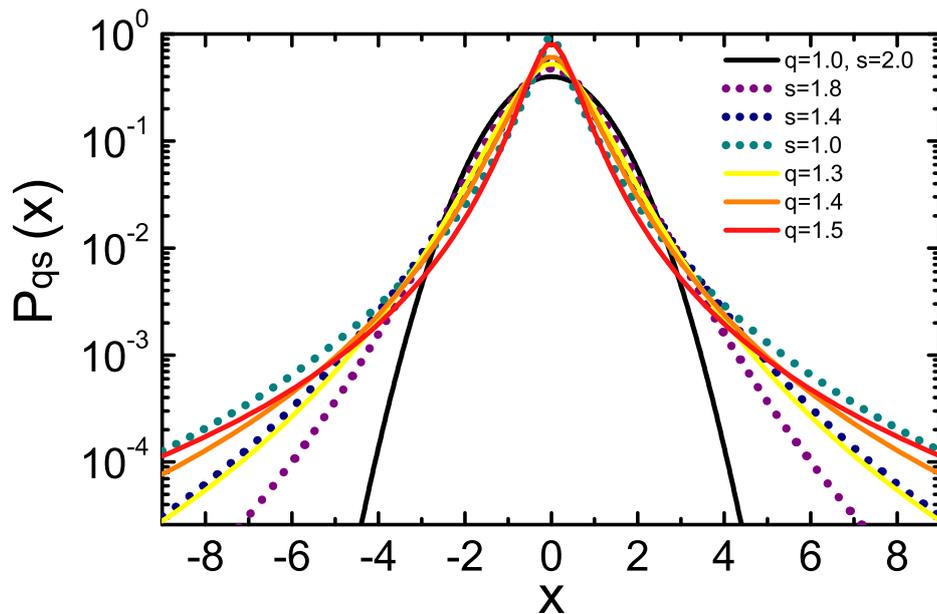


Figura C.3: Exemplos de distribuições q -Gaussianas Alongadas. Considerando simultaneamente os limites $q \rightarrow 1$ e $s \rightarrow 2$, a distribuição recai no caso Gaussiano usual. As linhas pontilhadas representam as distribuições com o parâmetro $q = 1.2$ fixo, enquanto que nas linhas contínuas $s = 1.8$ foi mantido fixo.

APÊNDICE D

MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Quando propomos um modelo para caracterizar um certo conjunto de dados, devemos ter em mente qual o método que proporcionará uma melhor qualidade nos valores dos parâmetros de ajuste estimados. Nesse sentido, discutimos neste apêndice o método de Máxima Verossimilhança.

Antes de definirmos os estimadores da Máxima Verossimilhança (MV), introduzimos a função de verossimilhança [87, 111, 125]. A função de verossimilhança de n variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n é definida como sendo a densidade conjunta de probabilidades das n variáveis aleatórias, $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; \theta)$, tida como uma função do parâmetro θ . Considerando x_1, x_2, \dots, x_n dados, o valor particular de θ que é “mais provável de ocorrer” é aquele tal que $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n; \theta)$ é máxima. Por simplicidade, a seguir usamos a notação $L(\theta) = L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ para designar a função de verossimilhança na definição de um estimador da MV.

Se X_1, \dots, X_n é uma amostra aleatória da densidade $f(x; \theta)$, então a função de verossimilhança é $f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \cdots f(x_n; \theta)$. Assim, a função de verossimilhança é

$$L(\theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \cdots f(x_n; \theta) \quad (\text{D.1})$$

e então o estimador da Máxima Verossimilhança é a solução da equação

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta} = 0. \quad (\text{D.2})$$

Além disso, $L(\theta)$ e $L^*(\theta) = \ln L(\theta)$ têm seus máximos no mesmo valor de θ e, por isso, algumas vezes é mais conveniente encontrar o máximo do logaritmo da verossimilhança.

Se a função de verossimilhança contém k parâmetros, isto é,

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k), \quad (\text{D.3})$$

então, os estimadores da MV são as soluções das k equações:

$$\frac{\partial L(\theta_1, \dots, \theta_k)}{\partial \theta_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (\text{D.4})$$

Nesse caso, também pode ser mais conveniente o uso do logaritmo da verossimilhança.

Para exemplificar esse método, consideramos uma amostra de tamanho n da distribuição Gaussiana cujas densidade de probabilidade e função de verossimilhanças são

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{D.5})$$

e

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \mu, \sigma) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{n/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right], \quad (\text{D.6})$$

respectivamente. Então, o logaritmo da função de verossimilhança é

$$L^* = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2, \quad (\text{D.7})$$

com $\sigma > 0$ e $-\infty < \mu < \infty$.

Podemos encontrar o máximo dessa função maximizando-a em relação a μ e σ^2 , ou seja, usando

$$\frac{\partial L^*}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = 0 \quad (\text{D.8})$$

e

$$\frac{\partial L^*}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = 0. \quad (\text{D.9})$$

Por fim, as soluções dessas duas últimas equações para μ e σ^2 nos fornecem os estimadores da MV, que são

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{D.10})$$

e

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (\text{D.11})$$

os quais correspondem à média μ e à variância σ^2 dos dados.

APÊNDICE E

DISTRIBUIÇÃO DAS POSIÇÕES

Neste apêndice, estendemos de maneira breve a discussão para os resultados referentes às distribuições das posições do COP empregando os mesmos dados analisados no Capítulo 2. Seguindo um procedimento similar ao tomado para as séries da velocidade, os parâmetros de ajuste obtidos para a distribuição das posições global foram q próximo de 1 quando empregamos q -Gaussianas e s próximo de 2 para Gaussianas Alongadas em ambas as direções, ântero-posterior (AP) e médio-lateral (ML). Explicitamente, esses valores globais foram $q = 1.010$ ($q = 1.059$) e $s = 2.023$ ($s = 1.928$) para AP (ML). A assimetria nas duas direções foi próxima de zero, -0.02 (-0.07), e a curtose 3.02 (3.22) para AP (ML). Para cada indivíduo, os valores de q e s , assimetria e curtose, permaneceram próximo daqueles globais. Para os testes de significância estatística (Anderson-Darling e Cramér-von Mises), menos de 18% (22%) das 160 séries da posição não foram rejeitadas ao nível de 1% para q -Gaussianas (Gaussianas Alongadas) em ambas as direções. Esses resultados mostram que o comportamento não-Gaussiano para as séries da posição é sutil ou quase imperceptível. Nas Figuras E.1 e E.2, ilustramos as distribuições das posições globais, $P(y)$ e $P(x)$, e seus respectivos resultados individuais, em que

$$y = \frac{Y - \mu}{\sigma} \quad (\text{E.1})$$

e

$$x = \frac{X - \mu}{\sigma}, \quad (\text{E.2})$$

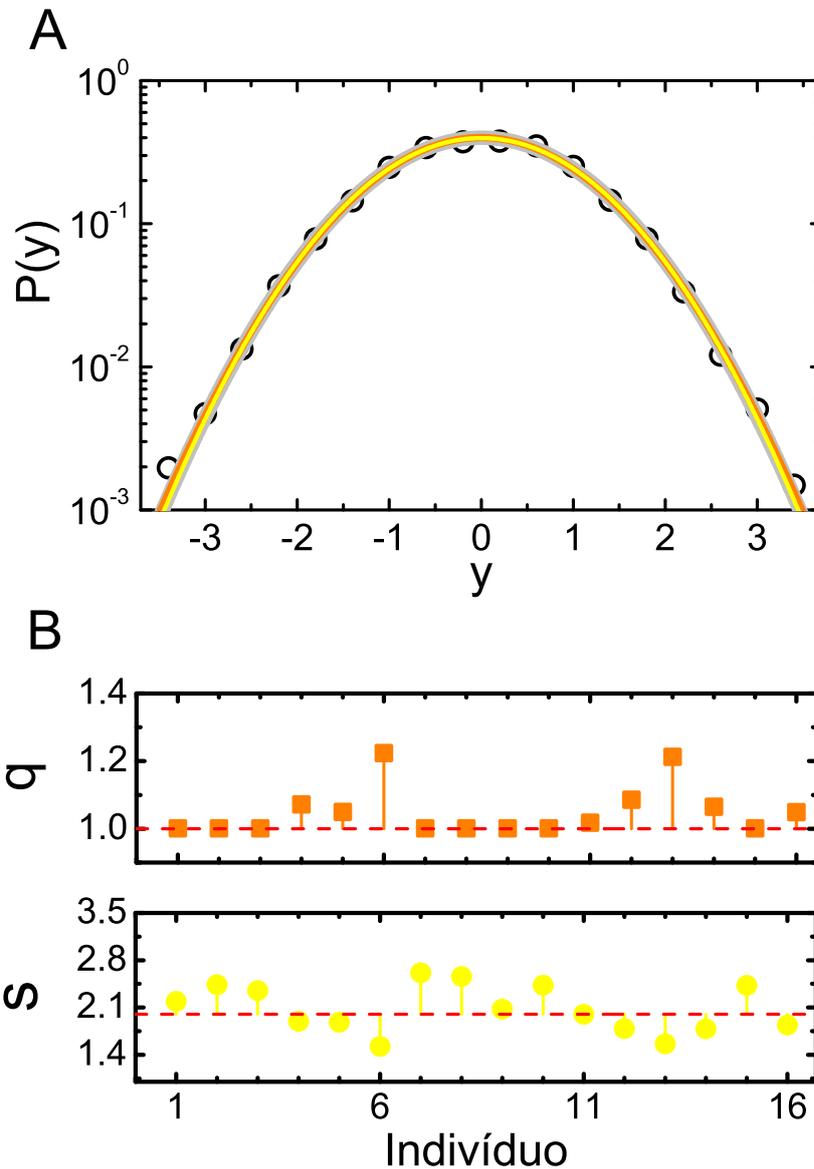


Figura E.1: A) Distribuição das posições do COP normalizada na direção ântero-posterior, $P(y)$. Os círculos abertos correspondem aos dados. As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média igual a zero e desvio padrão unitário. As linhas contínuas referem-se a uma q -Gaussiana (alaranjado) e uma Gaussiana Alongada (amarelo) com $q = 1.010$ e $s = 2.023$. B) Valores dos parâmetros q e s obtidos para cada indivíduo. As linhas verticais sólidas são as distâncias entre os valores experimentais e aqueles obtidos a partir de uma Gaussiana (linhas tracejadas vermelhas).

os quais representam as direções AP e ML, respectivamente.

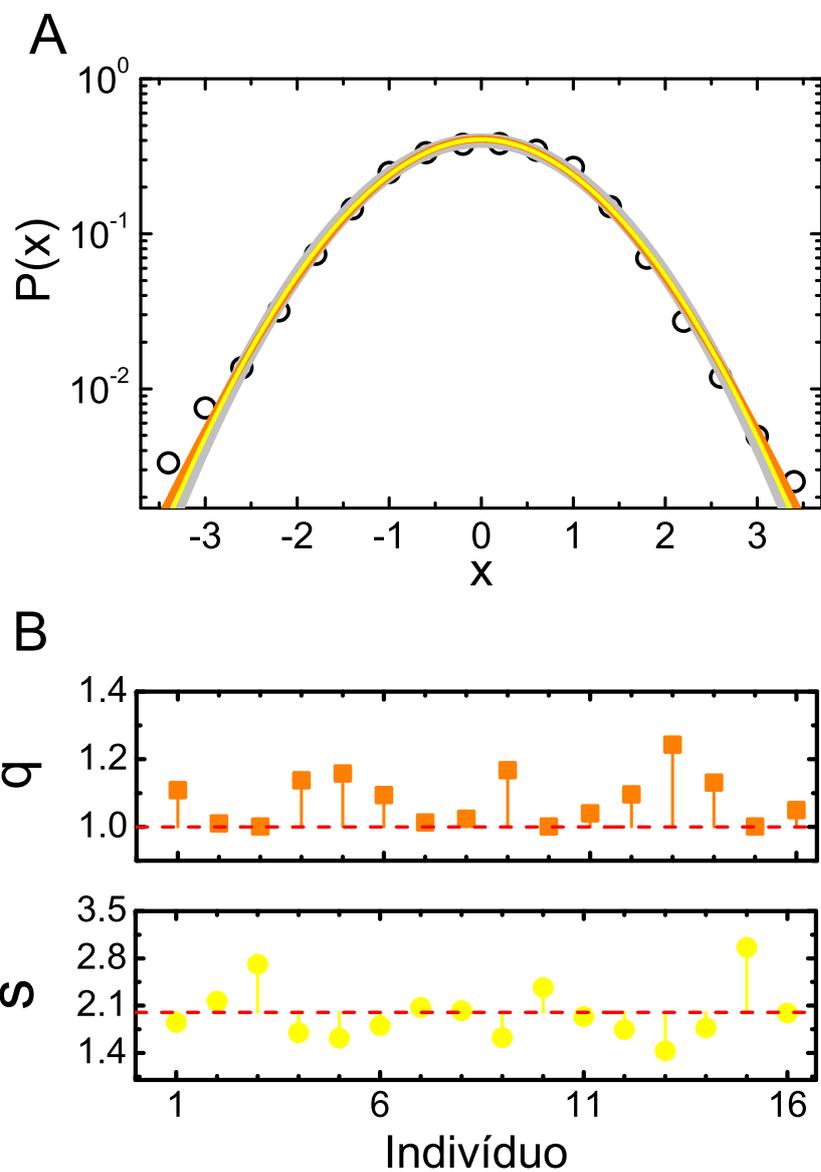


Figura E.2: A) Distribuição das posições do COP normalizada na direção médio-lateral, $P(x)$. As linhas pontilhadas representam uma Gaussiana com média igual a zero e desvio padrão unitário. Os círculos abertos correspondem aos dados. As linhas contínuas referem-se a uma q -Gaussiana (alaranjado) e uma Gaussiana Alongada (amarelo) com $q = 1.059$ e $s = 1.928$. B) Valores dos parâmetros q e s obtidos para cada indivíduo. As linhas verticais sólidas são as distâncias entre os valores experimentais e aqueles obtidos a partir de uma Gaussiana (linhas tracejadas vermelhas).

APÊNDICE F

PARÂMETROS INDIVIDUAIS ESTIMADOS

Valores estimados das distribuições Gaussianas generalizadas.

Tabela F.1: Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana (q -G), Gaussiana Alongada (GA) e q -Gaussiana Alongada (q -GA) para a posição bipodal nas direções ântero-posterior e médio-lateral

Bipodal	AP			ML		
	#Indivíduo	q -G	GA	q -GA (q, s)	q -G	GA
1	1.238	1.399	(1.06, 1.53)	1.189	1.494	(1.04, 1.59)
2	1.199	1.391	(1.00, 1.39)	1.162	1.472	(1.00, 1.47)
3	1.236	1.259	(1.00, 1.26)	1.142	1.425	(1.00, 1.43)
4	1.300	1.226	(1.00, 1.23)	1.200	1.469	(1.03, 1.54)
5	1.293	1.196	(1.00, 1.20)	1.140	1.526	(1.00, 1.53)
6	1.225	1.328	(1.00, 1.33)	1.169	1.418	(1.00, 1.42)
7	1.244	1.230	(1.00, 1.23)	1.207	1.296	(1.00, 1.30)
8	1.309	1.179	(1.00, 1.20)	1.196	1.406	(1.00, 1.41)
9	1.255	1.267	(1.00, 1.27)	1.226	1.355	(1.00, 1.36)
10	1.194	1.374	(1.00, 1.37)	1.173	1.407	(1.00, 1.41)
11	1.250	1.338	(1.00, 1.34)	1.185	1.494	(1.02, 1.54)
12	1.257	1.311	(1.00, 1.31)	1.214	1.411	(1.00, 1.41)
13	1.165	1.488	(1.00, 1.49)	1.104	1.619	(1.00, 1.62)
14	1.215	1.323	(1.00, 1.32)	1.162	1.431	(1.00, 1.43)
15	1.225	1.348	(1.00, 1.35)	1.115	1.588	(1.00, 1.59)
16	1.261	1.224	(1.00, 1.22)	1.215	1.299	(1.00, 1.30)
Média	1.242	1.305	(1.00, 1.31)	1.175	1.444	(1.00, 1.46)
Global	1.244	1.301	(1.00, 1.30)	1.177	1.443	(1.00, 1.44)

Tabela F.2: Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana (q -G), Gaussiana Alongada (GA) e q -Gaussiana Alongada (q -GA) para a posição unipodal (direita) nas direções ântero-posterior e médio-lateral

Unipodal (D)	AP			ML		
	#Indivíduo	q -G	GA	q -GA (q, s)	q -G	GA
1	1.254	1.412	(1.09, 1.61)	1.317	1.256	(1.09, 1.43)
2	1.214	1.492	(1.09, 1.69)	1.308	1.242	(1.00, 1.24)
3	1.191	1.529	(1.09, 1.74)	1.275	1.329	(1.05, 1.43)
4	1.316	1.292	(1.09, 1.47)	1.321	1.254	(1.09, 1.44)
5	1.299	1.286	(1.09, 1.47)	1.386	1.114	(1.09, 1.29)
6	1.227	1.436	(1.09, 1.64)	1.219	1.450	(1.09, 1.66)
7	1.228	1.425	(1.06, 1.56)	1.268	1.315	(1.00, 1.32)
8	1.242	1.421	(1.09, 1.62)	1.294	1.276	(1.01, 1.30)
9	1.290	1.323	(1.09, 1.51)	1.284	1.338	(1.09, 1.53)
10	1.163	1.591	(1.09, 1.81)	1.234	1.433	(1.09, 1.63)
11	1.215	1.471	(1.09, 1.68)	1.368	1.137	(1.08, 1.29)
12	1.210	1.501	(1.09, 1,71)	1.342	1.217	(1.09, 1.40)
13	1.188	1.549	(1.09, 1.76)	1.267	1.369	(1.09, 1.55)
14	1.247	1.415	(1.09, 1.62)	1.291	1.302	(1.09, 1.49)
15	1.210	1.491	(1.09, 1.70)	1.235	1.407	(1.00, 1.41)
16	1.255	1.390	(1.09, 1.59)	1.293	1.313	(1.09, 1.50)
Média	1.234	1.439	(1.09, 1.64)	1.293	1.297	(1.07, 1.43)
Global	1.235	1.434	(1.15, 1.77)	1.297	1.290	(1.09, 1.47)

Tabela F.3: Valores individuais e globais dos parâmetros da distribuições q -Gaussiana (q -G), Gaussiana Alongada (GA) e q -Gaussiana Alongada (q -GA) para a posição unipodal (esquerda) nas direções ântero-posterior e médio-lateral

Unipodal (E)	AP			ML		
	#Indivíduo	q -G	GA	q -GA (q, s)	q -G	GA
1	1.293	1.318	(1.09, 1.51)	1.341	1.191	(1.06, 1.31)
2	1.196	1.524	(1.09, 1.73)	1.294	1.273	(1.00, 1.27)
3	1.189	1.527	(1.06, 1.66)	1.215	1.447	(1.00, 1.45)
4	1.400	1.064	(1.09, 1.22)	1.377	1.141	(1.09, 1.31)
5	1.337	1.213	(1.09, 1.40)	1.356	1.176	(1.09, 1.36)
6	1.221	1.450	(1.09, 1.65)	1.225	1.430	(1.01, 1.45)
7	1.239	1.390	(1.05, 1.50)	1.240	1.357	(1.00, 1.36)
8	1.300	1.304	(1.09, 1.49)	1.294	1.288	(1.07, 1.43)
9	1.280	1.346	(1.09, 1.54)	1.306	1.268	(1.09, 1.46)
10	1.199	1.502	(1.09, 1.71)	1.277	1.326	(1.07, 1.47)
11	1.242	1.413	(1.09, 1.61)	1.351	1.170	(1.09, 1.35)
12	1.225	1.456	(1.09, 1.66)	1.344	1.205	(1.09, 1.38)
13	1.261	1.406	(1.09, 1.60)	1.282	1.342	(1.09, 1.53)
14	1.182	1.558	(1.09, 1.77)	1.284	1.315	(1.05, 1.42)
15	1.245	1.422	(1.09, 1.62)	1.307	1.273	(1.09, 1.46)
16	1.202	1.503	(1.09, 1.71)	1.284	1.305	(1.09, 1.50)
Média	1.251	1.399	(1.09, 1.58)	1.298	1.282	(1.06, 1.41)
Global	1.256	1.390	(1.14, 1.69)	1.302	1.274	(1.07, 1.42)

APÊNDICE G

TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

Suponhamos que temos certa amostra de dados que pode ser bem aproximada por duas distribuições completamente especificadas e desejamos determinar qual delas melhor descreve a amostra. Isso significa que devemos testar uma hipótese nula simples contra uma hipótese alternativa simples. Nesse sentido, apresentamos neste apêndice o Teste da Razão de Verossimilhança (TRV) ou *Likelihood-Ratio Test*.

O TRV é um teste estatístico que compara o valor do logaritmo da verossimilhança de modelos hierarquicamente próximos, um modelo relativamente menos restritivo com um modelo mais restritivo (*i.e.*, existe uma diferença no número de graus de liberdade entre os dois modelos), e determina qual deles ajusta um particular conjunto de dados significativamente melhor [79, 110, 111, 126]. A fórmula para o TRV é razoavelmente simples de calcular, ou seja, como

$$-2 \ln \lambda_n = -2 \ln \left[\frac{L_0}{L_1} \right], \quad (\text{G.1})$$

em que L_1 denota a verossimilhança do modelo menos restritivo (aquele com mais parâmetros), L_0 é a verossimilhança quando os parâmetros são restritos (e reduzidos em número) e λ_n é a razão entre L_0 e L_1 . Consideramos a hipótese de que r parâmetros são perdidos (*i.e.*, L_0 tem r parâmetros a menos que L_1). O princípio generalizado do Teste da Razão de Verossimilhança estabelece que L_0 será rejeitada para λ_n pequeno. Como $-2 \ln \lambda_n$ cresce quando λ_n diminui, um teste que é equivalente a um TRV generalizado é aquele que rejeita L_0 para $-2 \ln \lambda_n$ grande. Então, assumimos que o teste estatístico re-

sultante (Equação G.1) tem uma distribuição Qui-Quadrada¹ aproximada, χ^2 , com r graus de liberdade. Assim, a hipótese de L_0 ser verdadeira é rejeitada se e somente se

$$\chi^2 = -2 \ln \lambda_n > \chi_{1-\alpha}^2(r), \quad (\text{G.4})$$

em que $\chi_{1-\alpha}^2(r)$ é o quantil² de ordem $(1 - \alpha)$ da distribuição Qui-Quadrada com r graus de liberdade e, α é frequentemente tomado sendo igual a 0.05 ou 0.01.

Em nosso caso, o número de parâmetros adicionados à distribuição q -Gaussiana Alongada foi $r = 1$ e os quantis da distribuição Qui-Quadrada calculados são dados por: $\chi_{1-0.05}^2 = 3.84$ e $\chi_{1-0.01}^2 = 6.63$. Adotamos aqui o valor de $\chi_{1-0.05}^2 = 3.84$ em nossas análises. Primeiro comparamos os modelos $\{P_q, P_{qs}\}$ e $\{P_s, P_{qs}\}$ para a posição bipodal em ML. Verificamos que a q -Gaussiana Alongada ajustou os dados significativamente melhor que a q -Gaussiana ($\chi^2 = 3273.76^*$), no entanto o parâmetro adicional não foi estatisticamente significativo quando comparado com a Gaussiana Alongada ($\chi^2 = -13.84^\dagger$). Os símbolos (*) e (\dagger) representam a comparação dos modelos $\{P_q, P_{qs}\}$ e $\{P_s, P_{qs}\}$, respectivamente. Os valores χ^2 obtidos para as posições unipodais em ML foram altamente significativos para a rejeição dos modelos mais restritivos, isto é, para a direita (esquerda), $\chi^2 = 1560.64^*$ (1967.84^*) e $\chi^2 = 340.69^\dagger$ (242.84^\dagger). Qualitativamente, encontramos os

¹Suponhamos que temos um conjunto de n variáveis independentes x_i distribuídas por densidades Gaussianas, com médias μ_i e desvios padrões σ_i . A soma

$$u = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{G.2})$$

é conhecida como *Qui-Quadrada*. Uma vez que x_i é uma variável aleatória, u também será. Quando $\mu_i = 0$ e $\sigma_i = 1$, podemos escrever a densidade de probabilidade de u (distribuição Qui-Quadrada) como

$$P(u) = \frac{(u)^{(r/2)-1} \exp[-u/2]}{2^{r/2} \Gamma[r/2]} \quad (\text{G.3})$$

para $u \geq 0$. O parâmetro inteiro r dessa distribuição designa o número de graus de liberdade que pode ser interpretado como um parâmetro relacionado ao número de variáveis independentes na soma G.2 [79, 127].

²Definição de Quantil:

Seja X uma variável aleatória com uma função de distribuição F , tal que $F(x) = P(X \leq x)$ para todo x . Seja $0 \leq p \leq 1$. Então, um número x é chamado de quantil de ordem p de F , ou de X , se $F(x) = p$ ou, de forma geral, se $F(x) \geq p$ e $P(X \geq x) \geq (1 - p)$. A definição com $F(x) = p$ aplica-se a todas as distribuições contínuas. Para muitas das distribuições usadas em estatística, como, por exemplo χ^2 , os quantis específicos são usualmente de ordem $p = 0.95, 0.975$ e 0.99 [128, 129].

mesmos resultados quando olhamos para a direção ântero-posterior, ou seja, temos para bipodal, $\chi^2 = 5681.13^*$ e $\chi^2 = -16.11^\dagger$, e unipodal direita (esquerda), $\chi^2 = 258.18^*$ e $\chi^2 = 859.36^\dagger$ ($\chi^2 = 474.37^*$ e $\chi^2 = 747.63^\dagger$).

Quando comparamos os ajustes das distribuições P_q , P_s e P_{qs} com a distribuição das velocidades global na condição bipodal, verificamos que não houve uma melhora sensível em relação à distribuição P_s quando empregamos a distribuição P_{qs} , uma vez que as caudas colapsaram. Isso pode indicar que talvez não seja necessário usar uma q -Gaussiana Alongada nesse caso. Por outro lado, ao comparamos essas três distribuições na condição unipodal, constatamos uma melhor aproximação usando P_{qs} que empregando P_q ou P_s .

A Tabela G.1 mostra os valores χ^2 do Teste da Razão de Verossimilhança para os casos individuais, tanto para $\{P_q, P_{qs}\}$ quanto para $\{P_s, P_{qs}\}$, na direção ML. Para a posição bipodal, nenhuma série rejeitou P_{qs} em relação a P_q . Isso significa que P_{qs} foi significativamente melhor para descrever todos os conjuntos de dados. Por outro lado, quando comparamos P_{qs} com P_s , todas as séries rejeitaram o modelo com mais parâmetros. Nesse caso, o teste revelou que P_s é uma distribuição melhor para representar os dados. Na posição unipodal direita, apenas uma série rejeitou P_{qs} quando comparada com P_q e quatro séries foram rejeitadas quando P_{qs} foi comparada com P_s . E na posição de unipodal esquerda, nenhuma série rejeitou a distribuição q -Gaussiana Alongada em comparação com a q -Gaussiana, enquanto que quatro rejeitaram-na quando comparada com a Gaussiana Alongada.

Esses resultados também são exibidos na Tabela G.2, mas na direção ântero-posterior. Na posição bipodal, temos que P_{qs} foi rejeitada para nenhuma (quinze) série(s) quando comparada a P_q (P_s). E para a posição unipodal direita (esquerda), oito (cinco) séries rejeitaram P_{qs} em comparação com P_q e, zero (zero) em comparação com P_s . Apesar de haver flutuações nas medidas de indivíduo para indivíduo, no geral os resultados individuais ainda mantêm a essência daqueles obtidos para as séries globais.

Podemos, ainda, realizar esse mesmo teste nas $N = 160$ séries temporais da velocidade do COP. Fazendo isso, obtemos os seguintes valores de χ^2 nas direções ML (AP): 19 (5) séries para bipodal, 51 (114) séries para unipodal direita e 39 (112) séries para unipodal esquerda rejeitam P_{qs} em comparação com P_q ; 152 (155) séries para bipodal, 99 (73) séries para unipodal direita e 106 (75) séries para unipodal esquerda rejeitam P_{qs} em comparação com P_s .

Tabela G.1: Valores χ^2 do Teste da Razão de Verossimilhança comparando os modelos $\{P_q, P_{qs}\}$ e $\{P_s, P_{qs}\}$ obtidos para os casos individuais para as posições de bipodal (B), unipodais direita (UD) e esquerda (UE) na direção médio-lateral

#Indivíduo	$\{P_q, P_{qs}\}$			$\{P_s, P_{qs}\}$		
	B	UD	UE	B	UD	UE
1	45.568	126.837	211.249	2.638	20.136	10.741
2	210.074	324.910	337.192	-0.113	-0.065	-0.103
3	325.918	108.018	121.434	-0.233	7.000	-0.044
4	58.680	57.431	89.466	1.447	51.479	60.209
5	168.852	66.119	43.507	-0.127	70.521	70.618
6	293.053	20.901	102.527	-0.156	30.744	0.261
7	447.501	189.441	242.953	-0.232	-0.103	-0.076
8	219.538	193.907	119.932	-0.116	0.347	13.071
9	215.251	3.238	49.634	-0.141	60.365	50.685
10	298.761	9.509	95.676	-0.157	46.892	12.097
11	56.836	213.936	147.629	0.924	16.066	36.385
12	121.977	37.116	104.881	-0.021	62.917	40.922
13	115.315	59.488	48.883	-0.082	23.793	37.121
14	270.656	93.526	119.127	-0.145	21.191	7.064
15	136.765	126.398	82.333	-0.097	-0.032	35.038
16	390.943	19.252	93.261	-0.162	56.743	20.778
Global	3273.760	1560.640	1967.840	-13.840	340.690	242.840

Tabela G.2: Valores χ^2 do Teste da Razão de Verossimilhança comparando os modelos $\{P_q, P_{qs}\}$ e $\{P_s, P_{qs}\}$ obtidos para os casos individuais para as posições bipodal (B), unipodais direita (UD) e esquerda (UE) na direção ântero-posterior

#Indivíduo	$\{P_q, P_{qs}\}$			$\{P_s, P_{qs}\}$		
	B	UD	UE	B	UD	UE
1	75.843	-44.877	39.849	8.224	90.388	44.248
2	293.119	-2.071	13.658	-0.111	44.337	31.909
3	516.540	1.798	32.238	-0.185	41.237	8.542
4	346.671	24.184	88.466	-0.122	48.013	72.028
5	539.935	76.925	70.179	-0.179	33.338	55.945
6	361.377	16.816	34.347	-0.128	41.906	21.929
7	552.923	60.019	83.159	-0.196	8.045	6.498
8	392.574	7.701	-7.535	-0.066	48.142	71.396
9	441.667	39.200	-23.039	-0.148	44.362	82.979
10	325.342	3.189	12.745	-0.199	32.249	32.512
11	201.140	-4.183	13.568	-0.034	60.387	48.967
12	256.378	-16.540	4.959	-0.049	60.635	49.155
13	200.067	-4.649	-34.611	-0.094	44.427	77.644
14	404.646	-23.889	2.173	-0.194	77.063	34.029
15	334.241	6.380	-13.147	-0.114	40.559	65.518
16	524.797	19.432	19.161	-0.238	44.160	23.839
Global	5681.130	258.180	474.370	-16.110	859.360	747.630

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] THURNER, S.; MITTERMAIER, C.; EHRENBERGER, K. Change of complexity patterns in human posture during aging. *Audiology and Neuro-Otology*, v. 7, n. 4, p. 240–248, 2002.
- [2] WIKIPÉDIA. Aparelho vestibular. https://pt.wikipedia.org/wiki/Aparelho_vestibular, Acessado em: 12 nov. 2015.
- [3] WIKIPÉDIA. Sistema somatossensorial. https://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema_somatossensorial, Acessado em: 12 nov. 2015.
- [4] DIJKSTRA, T. M. H.; SCHONER, G.; GIELEN, C. C. A. M. Temporal stability of the action-perception cycle for postural control in a moving visual environment. *Experimental Brain Research*, v. 97, n. 3, p. 477–486, 1994.
- [5] FITZPATRICK, R.; MCCLOSKEY, D. I. Proprioceptive, visual and vestibular thresholds for the perception of sway during standing in humans. *Journal of Physiology*, v. 478, n. 1, p. 173–186, 1994.
- [6] RUNGE, C. F. et al. Role of vestibular information in initiation of rapid postural responses. *Experimental Brain Research*, v. 122, n. 4, p. 403–412, 1998.
- [7] WOOLLACOTT, M.; SHUMWAY-COOK, A. Attention and the control of posture and gait - a review of an emerging area of research. *Gait & Posture*, v. 16, n. 1, p. 1–14, 2002.
- [8] BUGNARIU, N.; FUNG, J. Aging and selective sensorimotor strategies in the regulation of upright balance. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, v. 4, n. 19, p. 1743–0003–4–19, 2007.

- [9] KANDEL, E. R. et al. *Principles of Neural Science*. USA: McGraw-Hill, 2013.
- [10] FREITAS, S. M. S. F. et al. Age-related changes in human postural control of prolonged standing. *Gait & Posture*, v. 22, n. 4, p. 322–330, 2005.
- [11] COSTA, M. et al. Noise and poise: Enhancement of postural complexity in the elderly with a stochastic-resonance–based therapy. *Europhysics Letters*, v. 77, n. 6, p. 68008, 2007.
- [12] ASAI, Y. et al. A model of postural control in quiet standing: robust compensation of delay-induced instability using intermittent activation of feedback control. *PLoS ONE*, v. 4, n. 7, p. e6169, 2009.
- [13] HLAVACKOVA, P. et al. Contribution of each leg to the control of unperturbed bipedal stance in lower limb amputees: new insights using entropy. *PLoS ONE*, v. 6, n. 5, p. e19661, 2011.
- [14] BOLBECKER, A. R. et al. Postural control in bipolar disorder: increased sway area and decreased dynamical complexity. *PLoS ONE*, v. 6, n. 5, p. e19824, 2011.
- [15] GAO, J. H. et al. Shannon and Renyi entropies to classify effects of mild traumatic brain injury on postural sway. *PLoS ONE*, v. 6, n. 9, p. e24446, 2011.
- [16] RHEA, C. K. et al. Noise and complexity in human postural control: interpreting the different estimations of entropy. *PLoS ONE*, v. 6, n. 3, p. e17696, 2011.
- [17] KIRCHNER, M. et al. Evaluation of the temporal structure of postural sway fluctuations based on a comprehensive set of analysis tools. *Physica A*, v. 391, n. 20, p. 4692–4703, 2012.
- [18] ZHOU, J. H. et al. The complexity of standing postural control in older adults: a modified detrended fluctuation analysis based upon the empirical mode decomposition algorithm. *PLoS ONE*, v. 8, n. 5, p. e62585, 2013.
- [19] ASAI, Y.; TATEYAMA, S.; NOMURA, T. Learning an intermittent control strategy for postural balancing using an EMG-based human-computer interface. *PLoS ONE*, v. 8, n. 5, p. e62956, 2013.

- [20] WANG, Z. et al. The degrees of freedom problem in human standing posture: collective and component dynamics. *PLoS ONE*, v. 9, n. 1, p. e85414, 2014.
- [21] COLLINS, J. J.; LUCA, C. J. D. Upright, correlated random walks: A statistical-biomechanics approach to the human postural control system. *Chaos*, v. 5, n. 1, p. 57–63, 1995.
- [22] JEKA, J. et al. Controlling human upright posture: Velocity information is more accurate than position or acceleration. *Journal of Neurophysiology*, v. 92, n. 4, p. 2368–2379, 2004.
- [23] DELIGNIÈRES, D.; TORRE, K.; BERNARD, P.-L. Transition from persistent to anti-persistent correlations in postural sway indicates velocity-based control. *PLoS Computational Biology*, v. 7, n. 2, p. e1001089, 2011.
- [24] COLLINS, J. J.; LUCA, C. J. D. Random walking during quiet standing. *Physical Review Letters*, v. 73, n. 5, p. 764–767, 1994.
- [25] DUARTE, M.; ZATSIORSKY, V. M. Long-range correlations in human standing. *Physics Letters A*, v. 283, n. 1-2, p. 124–128, 2001.
- [26] KOLEVA, R. K. et al. Posture sway and the transition rate for a fall. *Physica A*, v. 293, n. 3-4, p. 605–615, 2001.
- [27] RAMDANI, S. et al. On the use of sample entropy to analyze human postural sway data. *Medical Engineering & Physics*, v. 31, n. 8, p. 1023–1031, 2009.
- [28] MINAMISAWA, T.; TAKAKURA, K.; YAMAGUCHI, T. Detrended fluctuation analysis of temporal variation of the centre of pressure (COP) during quiet standing in parkinsonian patients. *Journal of Physical Therapy Science*, v. 21, n. 3, p. 287–292, 2009.
- [29] BLAZQUEZ, M. T. et al. Study of the human postural control system during quiet standing using detrended fluctuation analysis. *Physica A*, v. 388, n. 9, p. 1857–1866, 2009.
- [30] COLLINS, J. J.; LUCA, C. J. D. The effects of visual input on open-loop and closed-loop postural control mechanisms. *Experimental Brain Research*, v. 103, n. 1, p. 151–163, 1995.

- [31] TEASDALE, N. et al. Reducing weight increases postural stability in obese and morbid obese men. *International Journal of Obesity*, v. 31, n. 1, p. 153–160, 2007.
- [32] WINTER, D. A. Human balance and posture control during standing and walking. *Gait & Posture*, v. 3, n. 4, p. 193–214, 1995.
- [33] JONSSON, E.; SEIGER, A.; HIRSCHFELD, H. One-leg stance in healthy young and elderly adults: a measure of postural steadiness? *Clinical Biomechanics*, v. 19, n. 7, p. 688–694, 2004.
- [34] LEE, A. J. Y.; LIN, W.-H. The influence of gender and somatotype on single-leg upright standing postural stability in children. *Journal of Applied Biomechanics*, v. 23, n. 3, p. 173–179, 2007.
- [35] PARREIRA, R. B. et al. Age-related differences in center of pressure measures during one-leg stance are time dependent. *Journal of Applied Biomechanics*, v. 29, n. 3, p. 312–316, 2013.
- [36] SILVA, R. A. da et al. Age-related differences in time-limit performance and force platform-based balance measures during one-leg stance. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, v. 23, n. 3, p. 634–639, 2013.
- [37] SUPONITSKY, Y. et al. Effect of selective fatiguing of the shank muscles on single-leg-standing sway. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, v. 18, n. 4, p. 682–689, 2008.
- [38] SUOMI, R.; SURBURG, P. R.; KOCEJA, D. M. Postural sway characteristics of single leg stance in men with mental retardation. *Perceptual and Motor Skills*, v. 75, n. 2, p. 456–456, 1992.
- [39] DEUN, S. V. et al. Relationship of chronic ankle instability to muscle activation patterns during the transition from double-leg to single-leg stance. *American Journal of Sports Medicine*, v. 35, n. 2, p. 274–281, 2007.
- [40] ONAMBELE, G. L. et al. Contribution of calf muscle-tendon properties to single-leg stance ability in the absence of visual feedback in relation to ageing. *Gait & Posture*, v. 26, n. 3, p. 343–348, 2007.

- [41] MOUSSA, A. Z. B. et al. Single-leg assessment of postural stability and knee functional outcome two years after anterior cruciate ligament reconstruction. *Annals of Physical and Rehabilitation Medicine*, v. 52, n. 6, p. 475–484, 2009.
- [42] MCKEON, P. O. et al. Lateral ankle ligament anesthesia significantly alters single limb postural control. *Gait & Posture*, v. 23, n. 3, p. 374–377, 2010.
- [43] MARIBO, T. et al. Postural balance in low back pain patients: Intra-session reliability of center of pressure on a portable force platform and of the one leg stand test. *Gait & Posture*, v. 34, n. 2, p. 213–217, 2011.
- [44] MCGREGOR, S. J. et al. Lower extremity fatigue increases complexity of postural control during a single-legged stance. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, v. 8, n. 43, p. 1743–0003–8–43, 2011.
- [45] LEVIN, O. et al. Sway activity and muscle recruitment order during transition from double to single-leg stance in subjects with chronic ankle instability. *Gait & Posture*, v. 36, n. 3, p. 546–551, 2012.
- [46] NEGAHBAN, H. et al. A systematic review of postural control during single-leg stance in patients with untreated anterior cruciate ligament injury. *Knee Surgery, Sports Traumatology, Arthroscopy*, v. 22, n. 7, p. 1491–1504, 2014.
- [47] SANTOS, M. J. dos; GORGES, A. L.; RIOS, J. L. Individuals with chronic ankle instability exhibit decreased postural sway while kicking in a single-leg stance. *Gait & Posture*, v. 40, n. 1, p. 231–236, 2014.
- [48] BOHANNON, R. W. One-legged balance test times. *Perceptual and Motor Skills*, v. 78, n. 3, p. 801–802, 1994.
- [49] VELLAS, B. J. et al. One-leg balance is an important predictor of injurious falls in older persons. *Journal of the American Geriatrics Society*, v. 45, n. 6, p. 735–738, 1997.
- [50] HAHN, T. et al. One-leg standing balance and sports activity. *Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports*, v. 9, n. 1, p. 15–18, 1999.
- [51] TROJIAN, T. H.; MCKEAG, D. B. Single leg balance test to identify risk of ankle sprains. *British Journal of Sports Medicine*, v. 40, n. 7, p. 610–613, 2006.

- [52] MICHIKAWA, T. et al. One-leg standing test for elderly populations. *Journal of Orthopaedic Science*, v. 14, n. 5, p. 675–685, 2009.
- [53] ROLLANDA, Y. et al. An abnormal “one-leg balance” test predicts cognitive decline during Alzheimer’s disease. *Journal of Alzheimer’s Disease*, v. 16, n. 3, p. 525–531, 2009.
- [54] KRISTENSEN, M. T. et al. Number of test trials needed for performance stability and interrater reliability of the one leg stand test in patients with a major non-traumatic lower limb amputation. *Gait & Posture*, v. 39, n. 1, p. 424–429, 2014.
- [55] LUNDIN, H. et al. One-leg standing time and hip-fracture prediction. *International Osteoporosis*, v. 25, n. 4, p. 1305–1311, 2014.
- [56] SEICHI, A. et al. Determination of the optimal cutoff time to use when screening elderly people for locomotive syndrome using the one-leg standing test (with eyes open). *Journal of Orthopaedic Science*, v. 19, n. 4, p. 620–626, 2014.
- [57] HERTEL, J.; GAY, M. R.; DENEGAR, C. R. Differences in postural control during single-leg stance among healthy individuals with different foot types. *Journal of Athletic Training*, v. 37, n. 2, p. 129–132, 2002.
- [58] VERHAGEN, E. et al. The effect of a balance training programme on centre of pressure excursion in one-leg stance. *Clinical Biomechanics*, v. 20, n. 10, p. 1094–1100, 2005.
- [59] HERTEL, J.; OLMSTED-KRAMER, L. C.; CHALLIS, J. H. Time-to-boundary measures of postural control during single leg quiet standing. *Journal of Applied Biomechanics*, v. 22, n. 1, p. 67–73, 2006.
- [60] BURDET, C.; ROUGIER, P. Analysis of center-of-pressure data during unipedal and bipedal standing using fractional Brownian motion modeling. *Journal of Applied Biomechanics*, v. 23, n. 1, p. 63–69, 2007.
- [61] HAZIME, F. A. et al. Postural control under visual and proprioceptive perturbations during double and single limb stances: insights for balance training. *Journal of Bodywork and Movement Therapies*, v. 16, n. 2, p. 224–229, 2011.

- [62] KOSLUCHER, F. et al. Nintendo wii balance board is sensitive to effects of visual tasks on standing sway in healthy elderly adults. *Gait & Posture*, v. 36, n. 3, p. 605–608, 2012.
- [63] HUURNINK, A. et al. The effect of leg preference on postural stability in healthy athletes. *Gait & Posture*, v. 47, n. 1, p. 308–312, 2014.
- [64] KIYOTA, T.; FUJIWARA, K. Dominant side in single-leg stance stability during floor oscillations at various frequencies. *Journal of Physiological Anthropology*, v. 33, n. 25, p. 1880–6805–33–25, 2014.
- [65] PRIETO, T. E. et al. Measures of postural steadiness: Differences between healthy young and elderly adults. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 43, n. 9, p. 956–966, 1996.
- [66] GOLDBERGER, A. L. et al. Physiobank, PhysioToolkit, and PhysioNet - Components of a new research resource for complex physiologic signals. *Circulation*, [Circulation Electronic Pages: <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>], v. 101, n. 23, p. E215–E220, 2000.
- [67] PRIPLATA, A. et al. Noise-enhanced human balance control. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 23, p. 238101, 2002.
- [68] PRIPLATA, A. et al. Vibrating insoles and balance control in elderly people. *Lancet*, v. 362, n. 9390, p. 1123–1124, 2003.
- [69] DOYLE, T. L. A. et al. Discriminating between elderly and young using a fractal dimension analysis of centre of pressure. *International Journal of Medicine and Medical Sciences*, v. 1, n. 1, p. 11–20, 2004.
- [70] HEWSON, D. J. et al. Classification of elderly as fallers and non-fallers using centre of pressure velocity. In: *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Conference Proceedings*. Buenos Aires, ARGENTINA: 32nd Annual International Conference of the IEEE Engineering-in-Medicine-and-Biology-Society, 2010. p. 3678–3681.
- [71] AHMED, M. U.; MANDIC, D. P. Multivariate multiscale entropy analysis. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 19, n. 2, p. 91–94, 2012.

- [72] ASSAIANTE, C. Development of locomotor balance control in healthy children. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, v. 22, n. 4, p. 527–532, 1998.
- [73] HADDERS-ALGRA, M.; BROGREN, E.; FORSSBERG, H. Development of postural control - differences between ventral and dorsal muscles? *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, v. 22, n. 4, p. 501–506, 1998.
- [74] LÓPEZ-PEÑA, R. et al. *Complex Systems and Binary Networks*. México: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1995.
- [75] BAR-YAM, Y. *Dynamics of Complex Systems*. Massachusetts, USA: Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 1997.
- [76] BOCCARA, N. *Modeling Complex Systems*. Chicago, USA: Springer, 2003.
- [77] BAIG, S.; DANSEREAU, R. M.; CHAN, A. D. Cluster analysis of center-of-pressure measures. *International Journal of Electrical and Computer Systems*, v. 1, n. 1, p. 9–17, 2012.
- [78] CAVALHEIRO, G. L. et al. Study of age-related changes in postural control during quiet standing through linear discriminant analysis. *BioMedical Engineering OnLine*, v. 8, n. 35, p. 1475–925X–8–35, 2009.
- [79] HOGG, R.; CRAIG, A. *Introduction to Mathematical Statistics*. New York, USA: Collier Macmillan, 1978.
- [80] KITABAYASHI, T. et al. Gender differences in body-sway factors of center of foot pressure in a static upright posture and under the influence of alcohol intake. *Journal of Physiological Anthropology and Applied Human Science*, v. 23, n. 4, p. 111–118, 2004.
- [81] AZEVEDO, T. M. et al. A freezing-like posture to pictures of mutilation. *Psychophysiology*, v. 42, n. 3, p. 255–260, 2005.
- [82] PINCUS, S. M. Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, v. 88, n. 6, p. 2297–2301, 1991.

- [83] RICHMAN, J. S.; MOORMAN, J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *American Journal of Physiology - Heart and Circulatory Physiology*, v. 278, n. 6, p. H2039–H2049, 2000.
- [84] AHMED, M. U. et al. Dynamical complexity of human responses: a multivariate data-adaptive framework. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, v. 60, n. 3, p. 433–445, 2012.
- [85] WU, S. D. et al. Time series analysis using composite multiscale entropy. *Entropy*, v. 15, n. 3, p. 1069–1084, 2013.
- [86] ADJERID, K. et al. Comparing postural stability entropy analyses to differentiate fallers and non-fallers. *Frontiers in Dynamical Systems*, 2014.
- [87] MUDELSEE, M. *Climate Time Series Analysis: Classical Statistical and Bootstrap Methods*. New York, USA: Springer, 2010.
- [88] PENG, C. K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, v. 49, n. 2, p. 1685–1689, 1994.
- [89] KANTELHARDT, J. W. et al. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, v. 295, n. 3-4, p. 441–454, 2001.
- [90] SANTOS, E. S. dos. *Flutuações posturais no equilíbrio estático: adaptações com a posição de perna única*. Dissertação (Mestrado), 2013.
- [91] SANTOS, E. S. D. et al. Non-Gaussian center-of-pressure velocity distribution during quiet stance. *Europhysics Letters*, v. 109, n. 4, p. 48001, 2015.
- [92] NEWELL, K. M.; CORCOS, D. M. *Variability and motor control*. Champaign IL: Human Kinetics Publishers, 1993.
- [93] PLASTINO, A. R.; PLASTINO, A. Non-extensive statistical mechanics and generalized Fokker-Planck equation. *Physica A*, v. 222, n. 1-4, p. 347–354, 1995.
- [94] FRANK, T. D. *Nonlinear Fokker-Planck equations: fundamentals and applications*. New York, USA: Springer, 2005.

- [95] TSALLIS, C. *Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world*. New York, USA: Springer, 2009.
- [96] PICOLI, S. et al. q - distributions in complex systems: a brief review. *Brazilian Journal of Physics*, v. 39, n. 2A, p. 468–474, 2009.
- [97] UPADHYAYA, A. et al. Anomalous diffusion and non-Gaussian velocity distribution of *Hydra viridissima* cells in cellular aggregates. *Physica A*, v. 293, n. 3-4, p. 549–558, 2001.
- [98] FRANK, T. D.; DAFFERTSHOFER, A.; BEEK, P. J. Multivariate Ornstein-Uhlenbeck processes with mean-field dependent coefficients: Application to postural sway. *Physical Review E*, v. 63, n. 1, p. 011905, 2001.
- [99] SCHWAEMMLE, V.; NOBRE, F. D.; CURADO, E. M. F. Consequences of the H theorem from nonlinear Fokker-Planck equations. *Physical Review E*, v. 76, n. 4, p. 041123, 2007.
- [100] MENDES, G. A. et al. Nonlinear Kramers equation associated with nonextensive statistical mechanics. *Physical Review E*, v. 91, p. 052106, 2015.
- [101] RICHARDSON, L. F. Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph. *Proceedings of the Royal Society of London*, v. 110, n. 709, p. 709–737, 1926.
- [102] HENTSCHEL, H. G. E.; PROCACCIA, I. Fractal nature of turbulence as manifested in turbulent diffusion. *Physical Review A*, v. 27, n. 2, p. 1266–1269, 1983.
- [103] JULLIEN, M. C.; PARET, J.; TABELING, P. Richardson pair dispersion in two-dimensional turbulence. *Physical Review Letters*, v. 82, n. 14, p. 2872–2875, 1999.
- [104] MANN, J. et al. Predator-prey encounters in turbulent waters. *Physical Review E*, v. 65, n. 2, p. 026304, 2002.
- [105] BRAULT, P. et al. Anomalous diffusion mediated by atom deposition into a porous substrate. *Physical Review Letters*, v. 102, n. 4, p. 045901, 2009.
- [106] MENDES, R. S. et al. Universal patterns in sound amplitudes of songs and music genres. *Physical Review E*, v. 83, n. 1, p. 017101, 2011.

- [107] CHERSTVY, A. G.; CHECHKIN, A. V.; METZLER, R. Anomalous diffusion and ergodicity breaking in heterogeneous diffusion processes. *New Journal of Physics*, v. 15, n. 083039, p. 083039, 2013.
- [108] FULIŃSKI, A. Communication: How to generate and measure anomalous diffusion in simple systems. *The Journal of Chemical Physics*, v. 138, n. 2, p. 021101, 2013.
- [109] MALACARNE, L. C. et al. Nonlinear equation for anomalous diffusion: Unified power-law and stretched exponential exact solution. *Physical Review E*, v. 63, n. 3, p. 030101(R), 2001.
- [110] DUMONCEAUX, R.; ANTLE, C. E.; HAAS, G. Likelihood ratio test for discrimination between two models with unknown location and scale parameters. *Technometrics*, v. 15, n. 1, p. 19–27, 1973.
- [111] MOOD, A. M.; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. *Introduction to the Theory of Statistics*. New York, USA: McGraw Hill, 1974.
- [112] JÄNTSCHI, L.; BOLBOACA, S. D. Distribution fitting 2. Pearson-Fisher, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Wilks-Shapiro, Cramer-von-Misses and Jarque-Bera statistics. *Bulletin of University of Agricultural Sciences AND Veterinary Medicine Cluj-Napoca*, v. 66, n. 2, p. 691–697, 2009.
- [113] RAZALI, N. M.; WAH, Y. B. Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, v. 2, n. 1, p. 21–33, 2011.
- [114] WIKIPÉDIA. Anderson–darling test. https://en.wikipedia.org/wiki/Anderson-Darling_test, Acessado em: 28 set. 2015.
- [115] JANERT, P. K. *Data Analysis with Open Source Tools*. USA: O'Reilly Media, 2010.
- [116] RISKEN, H. *The Fokker-Planck Equation*. New York, USA: Springer, 1996.
- [117] REICHL, L. E. *A Modern Course in Statistical Physics*. New York, USA: Wiley-VCH, 1998.
- [118] TOMÉ, T.; OLIVEIRA, M. J. *Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade*. São Paulo, BR: EDUSP, 2001.

- [119] MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. *Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
- [120] TSALLIS, T. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, v. 52, n. 1-2, p. 479–487, 1988.
- [121] TSALLIS, C.; MENDES, R. S.; PLASTINO, A. R. The role of constraints within generalized nonextensive statistics. *Physica A*, v. 261, n. 3-4, p. 534–554, 1998.
- [122] THISTLETON, W. J. et al. Generalized Box-Muller method for generating q -Gaussian random deviates. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 53, n. 12, p. 4805–4810, 2007.
- [123] UMAROV, S.; TSALLIS, C.; STEINBERG, S. On a q -Central Limit Theorem consistent with Nonextensive Statistical Mechanics. *Milan Journal of Mathematics*, v. 76, n. 1, p. 307–328, 2008.
- [124] BERCHER, J. F. Some properties of generalized Fisher information in the context of nonextensive thermostatics. *Physica A*, v. 392, n. 15, p. 3140–3154, 2013.
- [125] MYUNG, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, v. 47, n. 1, p. 90–100, 2003.
- [126] WILKS, S. S. The large-sample distribution of the likelihood ratio for testing composite hypotheses. *The Annals of Mathematical Statistics*, v. 9, n. 1, p. 60–62, 1938.
- [127] DRAGHICI, S. *Statistics and Data Analysis for Microarrays Using R and Bioconductor*. London, UK: Chapman and Hall/CRC, 2011.
- [128] UGARTE, M. D.; MILITINO, A. F.; ARNHOLT, A. T. *Probability and Statistics with R*. New York, USA: Chapman and Hall/CRC, 2008.
- [129] NAIR, N. U.; SANKARAN, P. G.; BALAKRISHNAN, N. *Quantile-Based Reliability Analysis (Statistics for Industry and Technology)*. New York, USA: Birkhäuser/Springer, 2013.