

---

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

---

**Vitor Santaella Zanuto**

EFEITO DE AMOSTRA FINITA NA ESPECTROSCOPIA DE  
ESPELHO TÉRMICO

Orientador: **Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath**

Maringá  
25 de novembro de 2012

---

---

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

---

**Vitor Santaella Zanuto**

EFEITO DE AMOSTRA FINITA NA ESPECTROSCOPIA DE  
ESPELHO TÉRMICO

*Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá para a obtenção do título de Mestre em Física*

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli Astrath - UEM (Orientador)  
Prof. Dr. Tomaz Catunda - USP - São Carlos  
Prof. Dr. Ervin Kaminski Lenzi - UEM  
Prof. Dr. Pedro Pablo González Borrero - UNICENTRO (Suplente)  
Prof. Dr. Luis Carlos Malacarne - UEM (Suplente)

**Maringá**

**25 de novembro de 2012**

---

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

Z34e            Zanuto, Vitor Santaella  
                  Efeito de amostra finita na espectroscopia de  
                  espelho térmico / Vitor Santaella Zanuto. --  
                  Maringá, 2012.  
                  77 f. : il. col., figs., tabs. + Apêndices.

                  Orientador: Prof. Dr. Nelson Guilherme Castelli  
                  Astrath.  
                  Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
                  Maringá, Programa de Pós-Graduação em Física, 2012.

                  1. Espectroscopia de espelho térmico. 2. Espelho  
                  térmico. 3. Vidros ópticos. 4. Caracterização termo-  
                  óptica. I. Astrath, Nelson Guilherme Castelli,  
                  orient. II. Universidade Estadual de Maringá.  
                  Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDD 21.ed. 536.2014

MN-0000781

*Dedico aos meus pais, Fátima e Valcinei que mesmo enfrentando muitas dificuldades, priorizaram a educação de seus filhos.*

*O homem que não tem  
imaginação, não tem asas.*

---

**Muhammad Ali**

# Agradecimentos

Aos meus pais, por sempre me apoiarem, às vezes mesmo sem entenderem bem o que faço. E por me deixarem sair de casa para realizar meus sonhos. E aos meus irmãos, Milena e Lucas, por estarem mais presentes em casa do que eu posso.

À minha namorada, Rafaela, por toda dedicação e compreensão que teve em todos os momentos, espero que possa recompensa-lá por tudo.

Aos antigos, porém eternos amigos, Bardah, Plínio, Oscar, Zé, Rafael, Tonhão, Zirto e Garça, que são os melhores amigos que alguém poderia ter. Obrigado por me ensinarem o que realmente é uma amizade, e por me acharem mais inteligente do que realmente sou.

Aos colegas de laboratório, Leandro, Ana, Gutierrez, Fran, Gi, Rogério, J.R., Aline, Robson, Otávio, Rafael, Gustavo, pela ajuda, e pela descontração nos vários horários do café. À Taiana por disponibilizar seu laboratório para as medidas de densidade. Ao Marcelo por me ajudar nas medidas de dilatométrica, por fazer o café nas horas necessárias, e pela amizade.

Aos amigos, Roberta, Renato, Marino, Paixão, Japu, Thomas, Shua e Allan. E à Flávia pelo apartamento e a amizade.

Ao professor Carlos Jacinto da Universidade Federal de Alagoas, por fornecer algumas das amostras utilizadas neste trabalho.

Aos funcionários do DFI-UEM e em especial à Akiko.

Aos professores do grupo, Antônio Medina Neto, Jurandir H. Rohling, Antônio C. Bento, Francielle Sato, Luis C. Malacarne, e Mauro L. Baesso, por nos fornecerem todos seus conhecimentos para que possamos ampliar os nossos.

Ao professor Dr. Nelson G. C. Astrath, pela orientação neste trabalho, pela dedicação e atenção, por me ensinar e ajudar desde o momento em que nos conhecemos, e pela compreensão de minhas limitações.

À Capes, pelo apoio financeiro.

## Resumo

A técnica de Espelho Térmico tem sido amplamente investigada tanto teoricamente quanto experimentalmente ao longo dos últimos anos. A técnica baseia-se na medida da evolução temporal do deslocamento termoelástico induzido por laser em amostras sólidas. A amplitude deste efeito é diretamente relacionada ao coeficiente de absorção óptica e ao coeficiente de expansão térmica, e a evolução desse efeito no tempo depende das propriedades de difusão térmica da amostra. Monitorando este efeito dinâmico, é possível acessar às propriedades térmicas, ópticas e mecânicas de materiais. Aqui, consideramos resultados experimentais para validar os efeitos do tamanho finito da amostra sobre as propriedades físicas de diferentes vidros ópticos. Nós mostramos que propriedades físicas consistentes podem ser obtidas quando a espessura da amostra é levada em conta.

# Abstract

The thermal mirror method has been widely investigated both theoretically and experimentally over the past few years. The thermal mirror technique relies on measuring the time evolution of a laser induced thermoelastic displacement in solid sample. The amplitude of this effect is directly related to the optical absorption coefficient and thermal expansion coefficient. In addition, the time evolution depends on the thermal diffusion properties. Monitoring this dynamic effect allow us to access thermal optical and mechanical properties of the materials. Effects as fluid heat coupling and sample size has been considered as improvement of the initial model. Here, we consider experimental results to validated the sample size effects on the physical properties of different optical glasses. We show that consistent physical properties could be obtained when sample thickness is taken into account.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Aproximação semi-infinita</b>	<b>4</b>
2.1 O efeito de Espelho Térmico . . . . .	4
2.2 Variação de temperatura induzida via laser . . . . .	5
2.2.1 Absorção seguindo a Lei de Beer-Lambert - BLM . . . . .	8
2.2.2 Baixo coeficiente de absorção - LAM . . . . .	9
2.3 Perfil da deformação superficial . . . . .	10
2.3.1 Equação de Poisson . . . . .	13
2.3.2 Equação Biharmônica . . . . .	14
2.3.3 Deslocamento superficial . . . . .	16
2.4 Diferença de fase e Intensidade do feixe de prova . . . . .	19
<b>3 Experimental</b>	<b>22</b>
3.1 Montagem experimental . . . . .	22
3.2 Parâmetros geométricos da montagem experimental . . . . .	25
3.3 Amostras . . . . .	27
3.4 Resultados . . . . .	31
<b>4 Análise finita</b>	<b>38</b>
4.1 Deformação superficial . . . . .	38
4.1.1 Potencial de deslocamento escalar . . . . .	39
4.1.2 Função de Love . . . . .	40
4.1.3 Deslocamento superficial . . . . .	43
4.2 Diferença de fase e Intensidade . . . . .	47
4.3 Análise finita dos resultados experimentais . . . . .	50

<b>5 Conclusão</b>	<b>54</b>
<b>Apêndices</b>	<b>55</b>
<b>A Solução da equação diferencial de difusão de calor</b>	<b>56</b>
A.1 Solução no espaço Hankel - Fourier Cosseno - Laplace . . . . .	56
A.2 Solução no espaço $r$ - $z$ - $t$ . . . . .	58
<b>B Propagação do feixe de prova</b>	<b>61</b>
<b>C Comandos de ajuste</b>	<b>64</b>
<b>D Medidas complementares</b>	<b>65</b>
D.1 Dilatometria . . . . .	65
D.2 Densidade de massa volumétrica . . . . .	66
D.3 Coeficiente de absorção óptica . . . . .	67
D.4 Calorimetria de relaxação térmica . . . . .	68
<b>E Publicação</b>	<b>72</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>73</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A procura por novas tecnologias que possam contribuir para um melhor entendimento das propriedades que caracterizam materiais é constante com aplicações nas mais variadas áreas da ciência. Um exemplo disso é a determinação das propriedades ópticas e térmicas de materiais parcialmente transparentes que demanda a utilização de vários métodos e/ou técnicas que possam fornecer uma avaliação completa dos fenômenos envolvidos. Dentre esses métodos, aqueles baseados nos fenômenos fototérmicos [1–4] vêm sendo amplamente empregados no estudo de materiais vítreos para determinação quantitativa dos processos de transferência de energia na amostra, revelando informações que podem ser correlacionadas com a composição do material [5–7].

Os métodos fototérmicos consistem em detectar ondas térmicas que se propagam em uma amostra depois que o calor foi gerado após a absorção de radiação [4]. Nesse processo, tanto as propriedades de difusão de calor, que determinam a carga térmica induzida no material, quanto o comportamento óptico, podem ser avaliados simultaneamente, fornecendo informações que são decisivas em termos da utilização do referido material em sistemas ópticos.

As diferentes técnicas fototérmicas se distinguem pelo tipo de detecção empregada. Atualmente, existem métodos para investigação de materiais opacos e transparentes. Com relação aos materiais semi-transparentes, as Espectroscopias de Lente Térmica (LT) [8] e Espelho Térmico (ET) [9] são vantajosas, principalmente por serem técnicas remotas, o que permite o controle da temperatura durante a realização dos experimentos, além de serem altamente sensíveis. A técnica de Espelho Térmico tem sido aplicada nos estudos em amostras sólidas transparentes e também

opacas. Esta técnica é baseada no efeito de ET que é induzido como consequência da geração de calor resultante da absorção de energia de um feixe laser que passa pela amostra. Nesse efeito, a evolução do aumento de temperatura induz uma deformação na superfície da amostra dependente do tempo. Essa deformação se comporta como um espelho para um feixe de prova refletido na superfície da amostra, que pode ter uma característica convexa ou côncava, dependendo do coeficiente de expansão térmica linear da amostra. A amplitude dessa deformação depende diretamente do coeficiente de absorção óptica e do coeficiente de expansão térmica linear da amostra. A evolução da deformação depende das propriedades de condução de calor do material. Dessa forma, medindo a deformação, propriedades térmicas, ópticas e mecânicas da amostra podem ser acessadas. Essa técnica é muito sensível, permitindo medir deformações na escala nanométrica. Seu caráter remoto ainda permite a realização de experimentos em função da temperatura.

O efeito de Espelho Térmico foi utilizado em várias montagens experimentais nos últimos anos, embora o tratamento teórico tenha sido até recentemente realizado apenas para excitações moduladas [10–21]. Em uma dessas montagens, denominada deflexão fototérmica [12–14], dois feixes focados na superfície da amostra são utilizados, um para gerar e outro para provar o efeito. A modulação do feixe de excitação cria uma deformação periódica que deflete o feixe de prova. Similarmente, na interferometria fototérmica os feixes de excitação e prova têm diâmetros diferentes na superfície da amostra e a detecção é feita pela interferência causada no feixe de prova entre a parte refletida fora da região deformada e na região deformada [11, 12, 15].

Recentemente, foi apresentada a técnica de Espelho Térmico [9] resolvida no tempo e no modo descasado. Nessa configuração, a área do feixe de prova na amostra é maior que a do feixe de excitação. O modelo teórico descrevendo o efeito foi resolvido para amostras com baixo coeficiente de absorção óptica [9] e materiais opacos [22, 23]. Os modelos foram resolvidos para lasers de excitação com perfil de intensidade Gaussiano [9, 22–24] e tophat [25, 26]. Vários experimentos foram realizados em materiais semi-transparentes e opacos [27–32]. Propriedades ópticas, térmicas e mecânicas foram investigadas, e os valores obtidos usando as teorias propostas ficaram em excelente concordância com valores da literatura. Todos os modelos propostos até aqui foram desenvolvidos assumindo a amostra como um meio semi-infinito ao longo do eixo de excitação,  $z$ , com a superfície excitada em  $z = 0$ . Essa aproximação foi comparada com o método dos elementos finitos [32] e a concordância com os resultados numéricos foi excelente para amostras espessas - vale ressaltar

que o regime de espessura depende também das propriedades térmicas do material. Em todos os casos experimentais, tal aproximação semi-infinita foi respeitada, e os experimentos foram realizados em materiais relativamente espessos. No entanto, em alguns casos a espessura pode ser um problema experimental. Dessa forma, é necessário buscar um modelo que descreva uma amostra real, com dimensões finitas, para analisar o comportamento da deformação dos sólidos em experimentos de Espelho Térmico.

Portanto, os objetivos deste trabalho são: revisar o modelo semi-infinito de Espelho Térmico para amostra com baixo coeficiente de absorção óptica; apresentar o modelo de Espelho Térmico resolvido no tempo levando em consideração a espessura da amostra - modelo finito; aplicar os modelos finito e semi-infinito para investigar propriedades térmicas, ópticas e mecânicas de sólidos semi-transparentes. Medidas de Espelho Térmico serão realizadas em amostras vítreas dopadas com elementos terras-raras e metais de transição.

Para isso, o trabalho foi dividido como segue:

No Capítulo 2, a equação de difusão de calor foi resolvida considerando um laser de excitação com perfil de intensidade Gaussiano. A equação termoelástica é resolvida na aproximação quase-estática, e a deformação superficial é utilizada para calcular a defasagem sofrida pelo feixe de prova no plano do detector. Essa defasagem é usada para calcular a variação da intensidade do feixe de prova e, conseqüentemente, o sinal de Espelho Térmico.

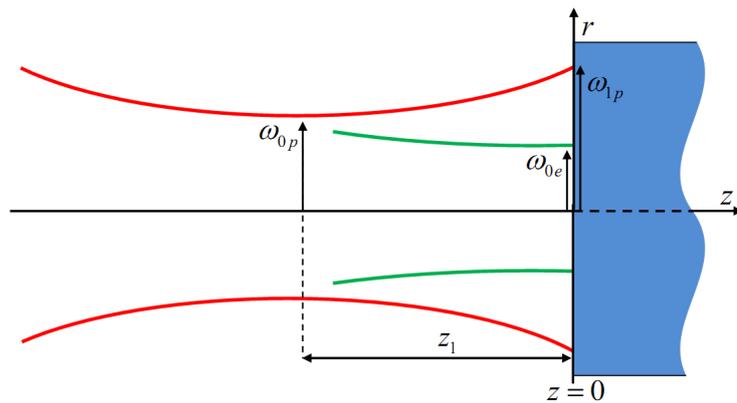
No Capítulo 3, apresentamos a montagem experimental e o método utilizado para se chegar aos parâmetros geométricos do arranjo. É feita uma breve descrição das amostras, e os resultados são analisados pelo modelo semi-infinito.

No Capítulo 4, descrevemos o modelo resolvido no tempo que leva em consideração a espessura da amostra, resolvendo novamente a equação termoelástica considerando as condições de contorno em ambas as superfícies do material - modelo finito. Com os resultados teóricos, os dados experimentais são re-avaliados e comparados com os resultados obtidos com o modelo semi-infinito.

No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões deste trabalho.

## Aproximação semi-infinita

Neste capítulo apresentamos a teoria que descreve o efeito de Espelho Térmico em um meio semi-infinito, como ilustrado na Fig. 2.1.



**Figura 2.1:** Esquema da posição geométrica dos feixes em um experimento de ET em modo descasado.

### 2.1 O efeito de Espelho Térmico

O uso de feixes de lasers focados na superfície de amostras gera vários fenômenos que podem ser explorados como técnicas para a caracterização de materiais, como por exemplo, a deformação da superfície de um sólido [1, 2, 4, 11–15, 19]. Esse efeito é criado quando um feixe laser (feixe de excitação) é focado sobre uma superfície de um sólido e a radiação absorvida é convertida em calor, induzindo a expansão da superfície na região iluminada - efeito de Espelho Térmico. Essa deformação

superficial pode ser um problema em alguns sistemas ópticos principalmente àqueles submetidos a altas potências laser, gerando inclusive, desalinhamento do sistema óptico. Entretanto, a deformação fototérmica pode ser usada para a caracterização de materiais semitransparentes e opacos, podendo ser empregada para determinar propriedades térmicas, ópticas e mecânicas de sólidos.

O efeito de ET está associado com a absorção óptica, geração de calor localizado, e deformação superficial. Nos experimentos de ET, um feixe laser com perfil de intensidade Gaussiano incide em uma amostra absorvedora causando o efeito de ET. Outro feixe Gaussiano, de baixa potência, também incide na amostra colinearmente ao feixe de excitação. A parte desse feixe que é refletida na superfície da amostra prova o ET. A superfície da amostra está localizada em  $z = 0$ , Fig. 2.1, e essa é a origem ao longo do eixo  $z$ . O plano detector é posicionado em  $Z_2$  e  $\omega_{0P}$  é o raio do feixe de prova na sua cintura. Na amostra, os feixes de excitação e de prova têm raios iguais a  $\omega_{0e}$  e  $\omega_{1P}$ , respectivamente. Nesta configuração algumas considerações são importantes: i) as dimensões radiais da amostra são muito maiores que as dos feixes de excitação e de prova; ii) o deslocamento da superfície da amostra é muito menor que a sua espessura. A dedução do modelo teórico para o ET segue três passos básicos:

- encontrar uma expressão para o aumento local da temperatura;
- encontrar a deformação da superfície da amostra e descrever a variação da fase da frente de onda do feixe de prova provocado por essa deformação;
- calcular a intensidade do campo elétrico resultante no detector utilizando a teoria de difração de Fresnel.

## 2.2 Variação de temperatura induzida via laser

A variação local da temperatura no material,  $T(r, z, t)$ , é determinada pela Equação de Difusão de Calor [33],

$$\frac{\partial}{\partial t}T(r, z, t) - \frac{k}{\rho c}\nabla^2T(r, z, t) = Q(r, z, t), \quad (2.1)$$

em que  $k$ ,  $c$  e  $\rho$  representam a condutividade térmica, o calor específico e a densidade do material, respectivamente. A difusividade térmica  $D = k/(\rho c)$ . O termo de fonte

$Q(r, z, t)$  é a variação da temperatura devida à energia que flui do feixe laser para um volume unitário da amostra, por unidade de tempo, à uma distância  $r$  do eixo óptico.  $\nabla^2$  é o Laplaciano em coordenadas cilíndricas – devido à simetria cilíndrica da fonte de excitação<sup>1</sup>.

A excitação é via laser contínuo<sup>2</sup> (cw) no modo TEM<sub>00</sub><sup>3</sup>, e o perfil de intensidade do feixe de excitação é Gaussiano [34], representado por

$$I(r, z') = \frac{2P}{\pi(\omega(z'))^2} \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{\omega(z')} \right)^2 \right],$$

com  $P$  sendo a potência do feixe, e  $\omega(z')$  o raio do feixe na posição  $z'$ . Desta maneira, o termo de fonte é escrito como

$$Q(r, z) = Q_0 \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{\omega_{0e}} \right)^2 \right] Q(z), \quad (2.2)$$

com

$$Q_0 = \frac{2P_e A_e \phi}{\pi c \rho \omega_{0e}^2}. \quad (2.3)$$

$Q(z)$  representa a atenuação da intensidade do feixe do laser de excitação ao longo da espessura da amostra. Essa atenuação segue a lei de Beer-Lambert e é descrita por  $Q(z) = \exp[-A_e z]$ .  $P_e = P_0(1 - R)$  é a potência absorvida pela amostra, com  $P_0$  a potência incidente, e  $R$  a reflectância do material<sup>4</sup>.  $A_e$  é o coeficiente de absorção óptica da amostra no comprimento de onda do feixe de excitação, e  $\phi$  é a fração da energia luminosa absorvida convertida em calor. Para alguns sólidos dopados com terras-raras,  $\phi$  pode ser definido como  $\phi = 1 - \eta \lambda_e / \langle \lambda_{em} \rangle$ , com  $\lambda_e$  o comprimento de onda do laser de excitação,  $\langle \lambda_{em} \rangle$  o comprimento de onda médio da emissão do material, e  $\eta$  a eficiência quântica de fluorescência. Para materiais fracamente absorvedores, ou seja,  $A_e \rightarrow 0$ , podemos simplificar  $Q(z) \cong 1$ . Essa aproximação representa uma classe importante de materiais e será tratada com um caso particular de baixo coeficiente de absorção óptica (LAM)<sup>5</sup>. O caso seguindo a lei de Beer-Lambert segue tratado como BLM<sup>6</sup>.

<sup>1</sup> $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

<sup>2</sup>cw é uma abreviação para *continuous wave*.

<sup>3</sup>TEM também do inglês *Transverse Electromagnetic Modes*.

<sup>4</sup>Definida como  $R = [(n - 1)/(n + 1)]^2$ , com  $n$  sendo o índice de refração.

<sup>5</sup>*Low Absorption Model*.

<sup>6</sup>*Beer-Lambert Model*.

Inicialmente a temperatura na amostra é homogênea, ou seja, não há variação de temperatura em  $t = 0$  e é assumido, também, que não há troca de calor entre a amostra e o meio que a envolve. A amostra é tratada como um meio infinito em relação ao raio do feixe de excitação. Tais condições de contorno e iniciais podem ser escritas como

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_s(r, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \\ T(r, z, t = 0) = 0 \\ T(\infty, z, t) = 0 \\ T(r, \infty, t) = 0 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

A solução da Eq. (2.1), é obtida aqui usando os métodos das transformadas integrais. No espaço de Laplace [35], a dependência temporal da temperatura na Eq. (2.1) fica escrita como<sup>7</sup>

$$sT(r, z, s) - D\nabla^2 T(r, z, s) = \frac{1}{s} Q_0 Q(r) Q(z), \quad (2.5)$$

com  $Q(r) = \exp[-2(r/\omega_{0e})^2]$ . Aplicando a transformada de Hankel [35] à parte radial da equação diferencial, obtemos

$$(s + D\alpha^2)T(\alpha, z, s) - D\frac{\partial^2 T(\alpha, z, s)}{\partial z^2} = \frac{1}{s} Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right] Q(z). \quad (2.6)$$

Fourier Cosseno [36] é utilizada para a dependência azimutal da temperatura, devido a condição de contorno de fluxo nulo, o que leva ao resultado

$$(s + D(\alpha^2 + \lambda^2)) T(\alpha, \lambda, s) = \frac{1}{s} Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right] Q(\lambda), \quad (2.7)$$

com

$$Q(z) = \exp[-A_e z] \longrightarrow Q(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_e}{A_e^2 + \lambda^2} \quad (BLM) \quad (2.8)$$

para o BLM, e

$$Q(z) = 1 \longrightarrow Q(\lambda) = \sqrt{2\pi}\delta(\lambda) \quad (LAM) \quad (2.9)$$

<sup>7</sup>As aplicações de todas transformadas estão apresentadas em detalhes no Apêndice A.

para o LAM, sendo  $\delta(\lambda)$  a função delta de Dirac. Assim, as soluções no espaço das transformadas,  $T(\alpha, \lambda, s)$ , são

$$T_{BLM}(\alpha, \lambda, s) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp \left[ -\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2 \right] \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_e}{A_e^2 + \lambda^2} \frac{1}{s(s + D(\alpha^2 + \lambda^2))} \quad (2.10)$$

e

$$T_{LAM}(\alpha, \lambda, s) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp \left[ -\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2 \right] \sqrt{2\pi} \delta(\lambda) \frac{1}{s(s + D(\alpha^2 + \lambda^2))}. \quad (2.11)$$

A solução  $T(r, z, t)$  é obtida aplicando as transformações inversas de Hankel, Fourier Cosseno, e Laplace. A transformação inversa de Laplace na Eq. (2.7) é

$$T(\alpha, \lambda, t) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp \left[ -\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2}{8} \right] Q(\lambda) \int_0^t \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] d\tau. \quad (2.12)$$

A inversa de Hankel fornece

$$T(r, \lambda, t) = Q_0 \int_0^t Q(\lambda) \exp \left[ -\frac{\omega_{0e}^2 \lambda^2}{8} \frac{2\tau}{t_c} \right] \frac{\exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2} \frac{1}{1 + \frac{2\tau}{t_c}} \right]}{\left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} d\tau. \quad (2.13)$$

Aqui definimos  $t_c = \omega_{0e}^2/(4D)$  como o tempo térmico característico da formação do ET.

### 2.2.1 Absorção seguindo a Lei de Beer-Lambert - BLM

Aplicando a transformada inversa de Fourier Cosseno na Eq. (2.13) com  $Q(\lambda)$  como dado em Eq. (2.8),  $T(r, z, t)$  fica escrito como

$$T_{BLM}(r, z, t) = \frac{1}{2} Q_0 \int_0^t \frac{\exp \left[ -A_e z + \frac{A_e^2 \omega_{0e}^2 \tau}{4t_c} \right]}{\left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \right] \times \left\{ \text{Erfc} \left( \frac{A_e \omega_{0e}^2 \tau - 2zt_c}{2\omega_{0e} \sqrt{t_c \tau}} \right) + \exp[2zA_e] \text{Erfc} \left( \frac{A_e \omega_{0e}^2 \tau + 2zt_c}{2\omega_{0e} \sqrt{t_c \tau}} \right) \right\} d\tau \quad (2.14)$$

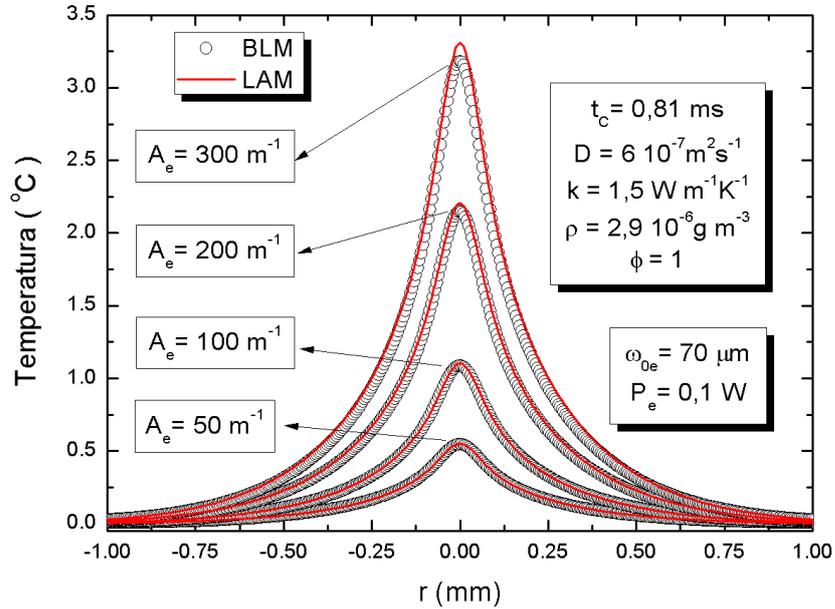
com  $\text{Erfc}(x)$  descrevendo a função Erro Complementar.

### 2.2.2 Baixo coeficiente de absorção - LAM

Para o caso de baixo coeficiente de absorção óptico, usando Eq. (2.9), o perfil de temperatura é escrito como

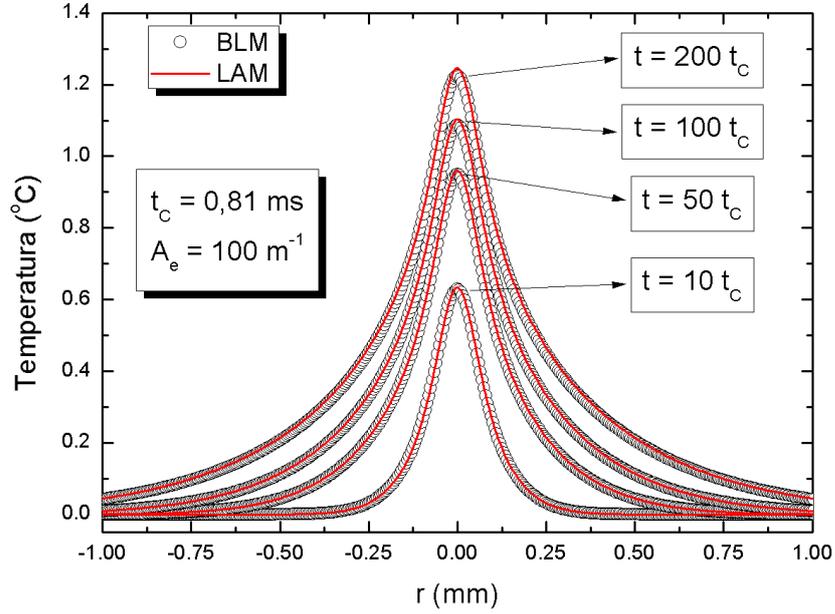
$$T_{LAM}(r, z, t) = Q_0 \int_0^t \frac{1}{\left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)}\right] d\tau. \quad (2.15)$$

A aplicabilidade da aproximação de baixa absorção, LAM, é verificada na Fig. 2.2, em que perfis radiais para a variação de temperatura são calculados usando os dois modelos. Para as simulações foram utilizadas propriedades físicas de amostras vítreas típicas [23]. Os parâmetros físicos da amostra, assim como os geométricos dos feixes, estão indicados na figura. Os perfis de temperatura são calculados para um tempo de exposição de  $t = 100 t_c$ . Os dois modelos concordam bem para  $A_e \leq 100 \text{ m}^{-1}$ . Mantendo  $A_e = 100 \text{ m}^{-1}$  fixo, e variando o tempo de exposição



**Figura 2.2:** Perfil radial de temperatura para diferentes coeficientes de absorção óptica com  $t = 100 t_c$ .

da amostra ao feixe do laser de excitação, Fig. 2.3, é possível observar que embora as curvas geradas com ambos os modelos concordem bem para diferentes tempos, a concordância é ainda melhor para tempos mais curtos.

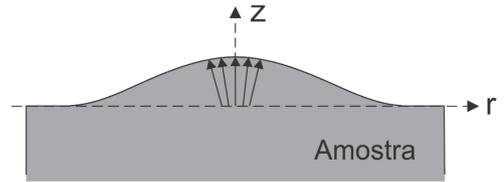


**Figura 2.3:** Perfil radial de temperatura para diferentes tempos de exposição da amostra ao feixe do laser de excitação com  $A_e = 100 \text{ m}^{-1}$ .

## 2.3 Perfil da deformação superficial

A variação de temperatura em um corpo aquecido não-uniformemente gera um estado de tensão e de deformação internamente, causando um deslocamento das extensões deste corpo [37], como representado na Fig 2.4.

Considerando que o aquecimento gerado na amostra seja pequeno a ponto de não alterar as propriedades térmicas ou ópticas do material, o deslocamento da superfície da amostra é calculado a partir da solução da equação termoelástica [38]. É assumido que a resposta elástica é instantânea à resposta térmica, o que permite escrever a equação termoelástica na aproximação quase-estática como



**Figura 2.4:** Esquema da deformação superficial na amostra [32].

$$\mu_l \nabla^2 \mathbf{u}(r, z, t) + (\lambda_l + \mu_l) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}(r, z, t)) - \gamma \nabla T(r, z, t) = 0, \quad (2.16)$$

com  $\mathbf{u}(r, z, t)$  sendo o vetor deslocamento.  $\mu_l$  e  $\lambda_l$  são as constantes de Lamé<sup>8</sup>, relacionadas à razão de Poisson,  $\nu = \lambda_l/[2(\lambda_l + \mu_l)]$ .  $\gamma = (3\lambda_l + 2\mu_l)\alpha_T = (1 + \nu)\alpha_T\lambda_l/\nu$ , e  $\alpha_T$  é o coeficiente de expansão térmica linear. Eq. 2.16 pode ser escrita como

$$(1 - 2\nu)\nabla^2\mathbf{u}(r, z, t) + \nabla(\nabla\cdot\mathbf{u}(r, z, t)) - 2(1 + \nu)\alpha_T\nabla T(r, z, t) = 0. \quad (2.17)$$

A Eq. (2.17) pode ser separada em duas, uma equação não homogênea e outra homogênea, sendo calculadas introduzindo o potencial de deslocamento escalar,  $\Pi(r, z, t)$ , e a função de Love,  $\Psi(r, z, t)$ , que são respectivamente, solução da equação de Poisson [38],

$$\nabla^2\Pi(r, z, t) = \alpha_T\frac{1 + \nu}{1 - \nu}T(r, z, t), \quad (2.18)$$

e da equação Biharmônica [38],

$$\nabla^2\nabla^2\Psi(r, z, t) = 0. \quad (2.19)$$

Ambas soluções estão relacionadas à tensão gerada no meio, sendo decomposta em  $\sigma_{ij}$ , em que  $i$  indica o plano normal sujeito à tensão, e  $j$  o eixo em que foi decomposta. As componentes das tensões da amostra mostradas na Fig. 2.5 em coordenadas cilíndricas<sup>9</sup>, com  $i = r, z$  e  $j = r, z$ , são definidas por

$$\sigma_{zz} = \bar{\sigma}_{zz} + \bar{\bar{\sigma}}_{zz} \quad (2.20)$$

e

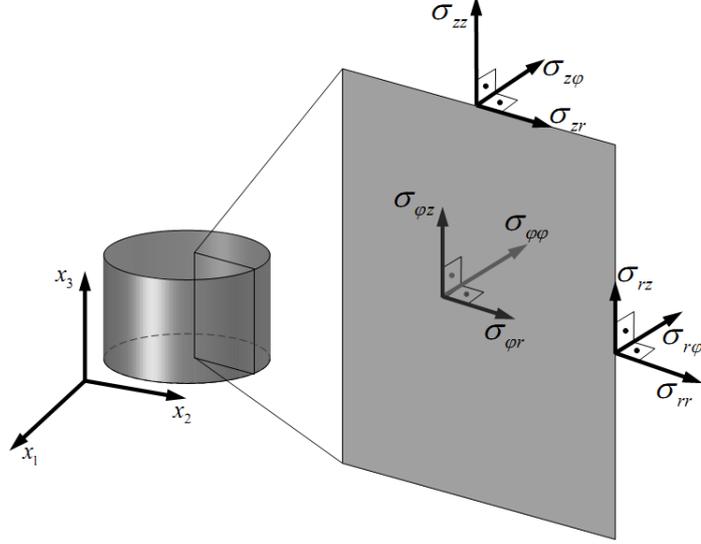
$$\sigma_{rz} = \bar{\sigma}_{rz} + \bar{\bar{\sigma}}_{rz} \quad (2.21)$$

<sup>8</sup>As constantes de Lamé são decorrentes de relações de tensão e deformação,

$$\lambda_l \equiv \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \text{e} \quad \mu_l \equiv \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

escritas em termos da razão de Poisson,  $\nu$ , que é por exemplo, a razão entre a deformação em  $y$  e a deformação em  $x$  quando aplicada uma tensão em  $x$ . E do módulo de Young,  $E$ , que é um parâmetro de rigidez do material, sendo a razão entre a tensão aplicada e a deformação em resposta à essa tensão.

<sup>9</sup>Devido à simetria, a tensão é independente da coordenada  $\varphi$ .



**Figura 2.5:** Componentes das tensões em coordenadas cilíndricas.

com

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{E}{1 + \nu} \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \nabla^2 \right] \Pi(r, z, t), \quad (2.22)$$

$$\bar{\sigma}_{rz} = \frac{E}{1 + \nu} \frac{\partial^2 \Pi(r, z, t)}{\partial r \partial z}, \quad (2.23)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_{zz} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t), \quad (2.24)$$

e

$$\bar{\bar{\sigma}}_{rz} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t). \quad (2.25)$$

satisfazendo as condições de contorno para superfície livre de tensões

$$\begin{cases} \sigma_{zz}|_{z=0} = \bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} + \bar{\bar{\sigma}}_{zz}|_{z=0} = 0 \\ \sigma_{rz}|_{z=0} = \bar{\sigma}_{rz}|_{z=0} + \bar{\bar{\sigma}}_{rz}|_{z=0} = 0 \end{cases}. \quad (2.26)$$

$E$  é o módulo de Young do material. O deslocamento é dado por

$$u_i(r, z, t) = \bar{u}_i(r, z, t) + \bar{\bar{u}}_i(r, z, t), \quad (2.27)$$

com

$$\bar{u}_z(r, z, t) = \frac{\partial \Pi(r, z, t)}{\partial z}, \quad (2.28)$$

$$\bar{u}_r(r, z, t) = \frac{\partial \Pi(r, z, t)}{\partial r}, \quad (2.29)$$

$$\bar{\bar{u}}_z(r, z, t) = \frac{1}{1 - 2\nu} \left[ 2(1 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t), \quad (2.30)$$

e

$$\bar{\bar{u}}_r(r, z, t) = \frac{1}{1 - 2\nu} \frac{\partial^2 \Psi(r, z, t)}{\partial z \partial r}. \quad (2.31)$$

As deformações  $u_{r,z}(r, z, t)$  são equivalentes. Para a deformação em  $z$ , a frente de onda do feixe de prova é afetada. Para  $r$ , que geralmente apresenta deformações da ordem de nanômetros, podemos desprezar o deslocamento quando comparado às dimensões dos feixes de prova e excitação, que são na escala de centenas de micrometros.

### 2.3.1 Equação de Poisson

A solução da Equação de Poisson, (2.18), também é obtida pelo método das transformadas. A solução para o potencial de deslocamento escalar pode ser escrita em termos da temperatura  $T(\alpha, \lambda, t)$  no espaço das transformadas de Hankel-Fourier-t como

$$\Pi(r, z, t) = -\alpha_T \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \cos(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda. \quad (2.32)$$

$J_n(x)$  representa a função de Bessel de primeira espécie. As tensões  $\bar{\sigma}_{zz}$  e  $\bar{\sigma}_{rz}$  podem ser calculadas usando as relações (2.22) e (2.23), o que resulta em

$$\bar{\sigma}_{zz} = -\alpha_T \frac{E}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 \cos(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda, \quad (2.33)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha \lambda \operatorname{sen}(\lambda z) J_1(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda. \quad (2.34)$$

A componente do vetor deslocamento,  $\bar{u}_z$ , aplicando a relação (2.28), é

$$\bar{u}_z(r, z, t) = -\alpha_T \frac{1+\nu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \lambda \operatorname{sen}(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda. \quad (2.35)$$

Na superfície da amostra, podemos escrever

$$\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda, \quad (2.36)$$

$$\bar{\sigma}_{rz}|_{z=0} = 0, \quad (2.37)$$

e

$$\bar{u}_z|_{z=0} = 0. \quad (2.38)$$

### 2.3.2 Equação Biharmônica

A solução para a equação Biharmônica é dada pela função de Love por

$$\Psi(r, z, t) = \int_0^\infty \{(C + \alpha z D) \exp[-\alpha z]\} J_0(\alpha r) \, d\alpha. \quad (2.39)$$

$C$  e  $D$  são constantes determinadas pelas condições de contorno nas componentes de tensão. Usando as relações (2.24) e (2.25), podemos escrever

$$\bar{\sigma}_{zz} = W \int_0^\infty (C + D + Dz\alpha - 2D\nu) \exp[-z\alpha] \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha, \quad (2.40)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz} = W \int_0^\infty (C + Dz\alpha - 2D\nu) \exp[-z\alpha] \alpha^2 J_1(\alpha r) \alpha \, d\alpha, \quad (2.41)$$

com

$$W = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}. \quad (2.42)$$

Em  $z = 0$ , temos

$$\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = W \int_0^\infty (C + D - 2D\nu) \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \quad (2.43)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz}|_{z=0} = W \int_0^\infty (C - 2D\nu) \alpha^2 J_1(\alpha r) \alpha d\alpha. \quad (2.44)$$

Substituindo (2.43) e (2.44) em (2.26), e igualando as relações (2.37) e (2.44),  $C = 2D\nu$  é obtido. Para  $\sigma_{zz}$ , temos que

$$\begin{aligned} W \int_0^\infty (C + D - 2D\nu) \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha d\alpha \\ = \alpha_T \frac{E}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha d\alpha d\lambda, \end{aligned} \quad (2.45)$$

que é satisfeita quando

$$D = \alpha_T (1 - 2\nu) \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \alpha^2 f(\alpha, t), \quad (2.46)$$

com

$$f(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{(\alpha^2 + \lambda^2)} d\lambda. \quad (2.47)$$

Assim a função de Love fica escrita como

$$\Psi(r, z, t) = \alpha_T \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \int_0^\infty (1 - 2\nu)(\alpha z + 2\nu) f(\alpha, t) \exp[-\alpha z] J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (2.48)$$

e

$$\bar{u}_z(r, z, t) = -\alpha_T \frac{(1 + \nu)}{(1 - \nu)} \int_0^\infty (\alpha z - 2\nu + 2) f(\alpha, t) \exp[-\alpha z] \alpha^2 J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (2.49)$$

que na superfície fica escrito como

$$\bar{u}_z(r, z, t)|_{z=0} = -2\alpha_T(1 + \nu) \int_0^\infty f(\alpha, t) \alpha^2 J_0(\alpha r) d\alpha. \quad (2.50)$$

### 2.3.3 Deslocamento superficial

Nas seções 2.3.1 e 2.3.2 foram obtidos  $\bar{u}_z$  e  $\bar{\bar{u}}_z$ , que quando aplicados na relação (2.27) fornece o vetor deslocamento. A solução do deslocamento depende da temperatura no espaço das transformadas de Hankel e Fourier Cosseno, que em  $z = 0$  é

$$u_z(r, 0, t) = -2\alpha_T(1 + \nu) \int_0^\infty F(\alpha, t) \alpha^2 J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (2.51)$$

com

$$F(\alpha, t) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2}{8}\right] \int_0^t \int_0^\infty \frac{Q(\lambda) \exp\left[\frac{-\omega_{0e}^2}{4t_c} (\alpha^2 + \lambda^2) \tau\right]}{(\alpha^2 + \lambda^2)} d\lambda d\tau. \quad (2.52)$$

### Deformação no caso BLM

No BLM, a dependência em  $z$  do termo de fonte é

$$Q(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_e}{A_e^2 + \lambda^2}. \quad (2.53)$$

Integrando Eq. (2.52) em  $\lambda$  usando (2.53), temos

$$F(\alpha, t) = Q(\alpha) \int_0^t \frac{\exp\left[\frac{(A_e^2 - \alpha^2)\omega_{0e}^2 \tau}{4t_c}\right] \alpha \operatorname{Erfc}\left(\frac{A_e \omega_{0e} \sqrt{\tau}}{2\sqrt{t_c}}\right) - A_e \operatorname{Erfc}\left(\frac{\alpha \omega_{0e} \sqrt{\tau}}{2\sqrt{t_c}}\right)}{\alpha^3 - \alpha A_e^2} d\tau. \quad (2.54)$$

$Q(\alpha)$  representa a transformada de Hankel de  $Q(r)$ ,

$$Q(\alpha) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2}{8}\right]. \quad (2.55)$$

Assim, a solução da Eq. (2.51) é

$$u_{z_{BLM}}(r, 0, t) = -\alpha_T(1 + \nu) \frac{P_e A_e \phi}{\pi c \rho} \int_0^\infty \int_0^t \frac{\alpha}{\alpha^2 - A_e^2} \exp\left[-\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2}{8}\right] \times \quad (2.56)$$

$$\times \left\{ \exp\left[\frac{(A_e^2 - \alpha^2) \omega_{0e}^2 \tau}{4t_c}\right] \alpha \operatorname{Erfc}\left(\frac{A_e \omega_{0e} \sqrt{\tau}}{2\sqrt{t_c}}\right) - A_e \operatorname{Erfc}\left(\frac{\alpha \omega_{0e} \sqrt{\tau}}{2\sqrt{t_c}}\right) \right\}$$

$$\times J_0(\alpha r) d\tau d\alpha.$$

A integral em  $\tau$  pode ser resolvida fornecendo

$$u_{z_{BLM}}(r, 0, t) = -\alpha(1 + \nu) \frac{P_e A_e \phi}{\pi \rho c \omega_{0e}^2} \int_0^\infty \alpha^2 \exp\left[-\frac{\alpha^2 \omega_{0e}^2}{8}\right] \left\{ \frac{2t_c}{\alpha^3 (\alpha^2 - \alpha A_e^2)^2} \times \quad (2.57)$$

$$\times \left[ (A_e^3 - 3\alpha^2 A_e) \operatorname{Erf}\left(\frac{\alpha \omega_{0e}}{2\sqrt{t_c/t}}\right) - 2\alpha^3 e^{\left[\frac{(\alpha^2 - A_e^2) \omega_{0e}^2}{4(t_c/t)}\right]} \operatorname{Erfc}\left(\frac{A_e \omega_{0e}}{2\sqrt{t_c/t}}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2\omega_{0e} A_e \sqrt{t} t_c \exp\left[-\frac{\alpha^2 \omega_{0e}^2 t}{4t_c}\right]}{\sqrt{\pi} (\alpha^4 - \alpha^2 A_e^2)} - \frac{A_e \omega_{0e}^2 \operatorname{Erfc}\left(\frac{\alpha \omega_{0e} \sqrt{t}}{2\sqrt{t_c}}\right) t}{\alpha^3 - \alpha A_e^2} \right\} J_0(\alpha r) d\alpha.$$

## Deformação no caso LAM

Para a aproximação de baixa absorção,  $Q(\lambda) = \sqrt{2\pi} \delta(\lambda)$ , Eq. (2.52) fica escrita como

$$F(\alpha, t) = Q(\alpha) \int_0^\infty \exp\left[-\frac{\alpha^2 \omega_{0e}^2 \tau}{4t_c}\right] d\tau. \quad (2.58)$$

Dessa forma,  $u_z(r, 0, t)$  é

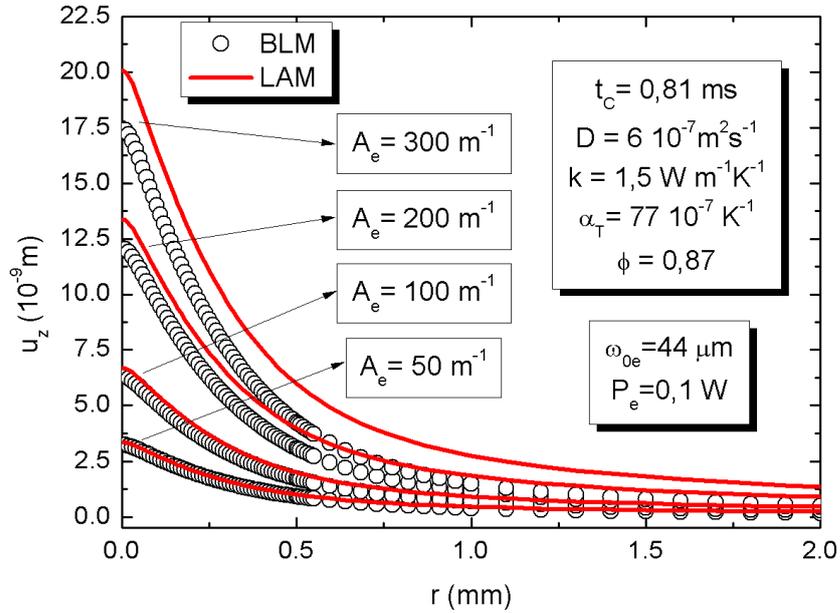
$$u_{z_{LAM}}(r, 0, t) = -\alpha_T(1 + \nu) \frac{P_e A_e \phi}{\pi \rho c} \times \quad (2.59)$$

$$\times \int_0^t \sqrt{\frac{2\pi/\omega_{0e}^2}{1 + (2\tau/t_c)}} \exp\left[\frac{-r^2/\omega_{0e}^2}{1 + 2\tau/t_c}\right] I_0\left(\frac{r^2/\omega_{0e}^2}{1 + (2\tau/t_c)}\right) d\tau,$$

com  $I_n(x)$  descrevendo a função de Bessel modificada de primeira ordem.

A Fig. 2.6 mostra os perfis radiais dos deslocamentos superficiais para diferentes coeficientes de absorção óptica, utilizando os parâmetros físicos indicados na figura.

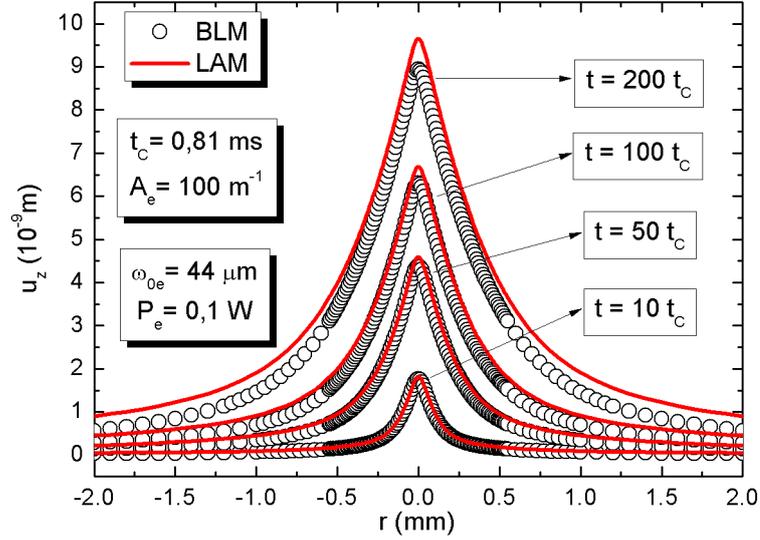
Os círculos representam o deslocamento na direção  $z$  após a amostra ser exposta ao feixe de excitação por  $t = 100 t_c$ , obtidos pela Eq. (2.57). As linhas representam o deslocamento derivado do modelo com aproximação de baixa absorção, Eq. (2.59).



**Figura 2.6:** Perfis de deslocamento superficial gerados pelos modelos BLM (círculos) e LAM (linhas), considerando amostras vítreas [23] com diferentes coeficientes de absorção óptica após  $t = 100 t_c$ .

Note que para valores  $A_e > 100 m^{-1}$ , é maior a divergência entre os valores dos deslocamentos calculados pelo BLM e LAM – o que está em acordo com o que foi visto para a solução da equação de difusão de calor.

Na Fig. 2.7, para amostra com  $A_e = 100 m^{-1}$ , o tempo de exposição ao feixe de excitação demonstra influência na aplicabilidade do modelo com aproximação. Perfis radiais dos deslocamentos superficiais gerados pelos modelos BLM (círculos) e LAM (tracejado) para diferentes intervalos de tempo de exposição, mostrados na Fig. 2.7, indicam que para uma amostra com  $A_e = 100 m^{-1}$ , o tempo de exposição ao feixe de excitação não deve exceder a  $t = 50 t_c$ , isso não sendo perceptível na solução da equação de difusão térmica.



**Figura 2.7:** Perfis de deslocamento superficial gerados pelos modelos BLM(círculos) e LAM(linhas) de amostra com  $A_e = 100 \text{ m}^{-1}$ , expostas ao feixe excitação por diferentes intervalos de tempo.

## 2.4 Diferença de fase e Intensidade do feixe de prova

Este deslocamento superficial na amostra age como um elemento óptico no caminho do laser de prova, que causa uma diferença de fase na fração refletida do feixe. Essa diferença de fase pode ser escrita como<sup>10</sup>

$$\Phi(g, t) = \frac{2\pi}{\lambda_P} 2 [u_z(r, z, t)]. \quad (2.60)$$

Alternativamente, a diferença de fase pode ser descrita por [28]

$$\Phi(g, t) = \frac{2\pi}{\lambda_P} 2 [u_z(r, z, t) - u_z(0, 0, t)], \quad (2.61)$$

que é relativa ao pico do deslocamento,  $u_z(0, 0, t)$ .

A solução (2.57) induz uma diferença de fase na forma

$$\Phi_{BLM}(g, t) = \frac{\theta_{ET}}{t_c} \int_0^\infty \alpha^2 \exp \left[ -\frac{\alpha^2 \omega_{0e}^2}{8} \right] Y(\alpha, t) J_0(\sqrt{gm} \omega_{0e} \alpha) d\alpha, \quad (2.62)$$

<sup>10</sup>Diferença de fase relativa à superfície da amostra antes de haver o efeito,  $u_z(0, 0, 0) = 0$  - o deslocamento relativo é multiplicado por 2 devido ao feixe “deixar de percorrer”  $u_z(r, 0, t)$  para incidir na amostra, e também quando refletido.

com

$$\begin{aligned}
Y(\alpha, t) = & \frac{2A_e\omega_{0e}\sqrt{t}t_c \exp\left[-\frac{\alpha^2\omega_{0e}^2 t}{4t_c}\right]}{\sqrt{\pi}(\alpha^4 - \alpha^2 A_e^2)} - \frac{A_e\omega_{0e}^2 \operatorname{Erfc}\left(\frac{\alpha\omega_{0e}\sqrt{t}}{2\sqrt{t_c}}\right)t}{\alpha^3 - \alpha A_e^2} \\
& + \frac{2t_c}{\alpha^3(\alpha^2 - \alpha A_e^2)^2} \left\{ (A_e^3 - 3\alpha^2 A_e) \operatorname{Erf}\left(\frac{\alpha\omega_{0e}\sqrt{t}}{2\sqrt{t_c}}\right) \right. \\
& \left. + 2\alpha^3 \left(1 - \exp\left[\frac{(A_e^2 - \alpha^2)\omega_{0e}^2}{4(t_c/t)}\right]\right) \operatorname{Erfc}\left(\frac{A_e\omega_{0e}\sqrt{t}}{2\sqrt{t_c}}\right) \right\}. \tag{2.63}
\end{aligned}$$

$m = \omega_{1P}^2/\omega_{0e}^2$  e  $g = r^2/\omega_{1P}^2$ . É conveniente introduzir o parâmetro  $\theta_{ET}$ , que correlaciona as propriedades térmicas, ópticas e mecânicas da amostra, como

$$\theta_{ET} = -\frac{P_e A_e \alpha_T (1 + \nu) \phi}{\lambda_P k}, \tag{2.64}$$

com  $\lambda_P$  sendo o comprimento de onda do feixe de prova.

Para a aproximação de baixa absorção, a solução (2.59) com as devidas substituições, fornece

$$\begin{aligned}
\Phi_{LAM}(g, t) = & \theta_{ET}\omega_{0e}^2\sqrt{2\pi} \left\{ -e^{-gm} \left[ (1 + 2gm) I_0(gm) + 2gm I_1(gm) \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{1 + \frac{2t}{t_c}} e^{\left[-\frac{gm}{1+2t/t_c}\right]} \left[ \left(1 + 2gm + \frac{2t}{t_c}\right) I_0\left(\frac{gm}{1+2t/t_c}\right) + 2gm I_1\left(\frac{gm}{1+2t/t_c}\right) \right] \right\}. \tag{2.65}
\end{aligned}$$

Esta diferença de fase causa mudanças na amplitude complexa do campo elétrico do feixe de prova incidente no fotodetector (ver Apêndice B), sendo derivado da teoria de difração de Fresnel é expressa por

$$U(z_1 + Z_2, t) = C_1 \int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg, \tag{2.66}$$

em que

$$C_1 = \frac{i\omega_{1P}}{\lambda_P Z_2} \sqrt{2\pi P_P} \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_P}(z_1 + Z_2)\right], \tag{2.67}$$

e

$$V = \frac{z_{1P}}{z_{cP}} + \frac{z_{cP}}{Z_2} \left[ \left(\frac{z_{1P}}{z_{cP}}\right)^2 + 1 \right]. \tag{2.68}$$

$P_P$  a potência do feixe de prova,  $z_{1P}$  a distância entre o foco do feixe de prova e a superfície da amostra,  $z_{cP}$  é o parâmetro confocal do feixe de prova, definido como  $z_c = \pi \omega_0^2 / \lambda$ . O valor absoluto do campo elétrico fornece a intensidade do centro do feixe de prova no fotodetector como

$$I(t) = |U(z_1 + Z_2, t)|^2 . \quad (2.69)$$

Nos experimento de Espelho Térmico a intensidade da região central do feixe de prova é monitorado no tempo. Dessa forma, os dados obtidos são correspondentes à Eq. (2.69). Nas expressões da diferença de fase na equação do campo elétrico, tanto para a solução LAM quanto para a BLM, é necessário utilizar algoritmos numéricos para o cálculo das integrais. Esses cálculos são efetuados utilizando comandos padrões no *software Mathematica*<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup>Apêndice C apresenta os comandos de entrada utilizados no *software* neste trabalho.

## Experimental

Neste capítulo serão apresentados os detalhes do arranjo experimental da técnica de Espelho Térmico, assim como o preparo das amostras utilizadas. O Espelho Térmico resolvido no tempo foi aplicado para medir os valores absolutos de propriedades termo-ópticas de vidros da classe dos alumino-silicatos de cálcio em temperatura ambiente. O modelo semi-infinito é utilizado para analisar o resultados experimentais, e a validade da aproximação semi-infinita é investigada.

### 3.1 Montagem experimental

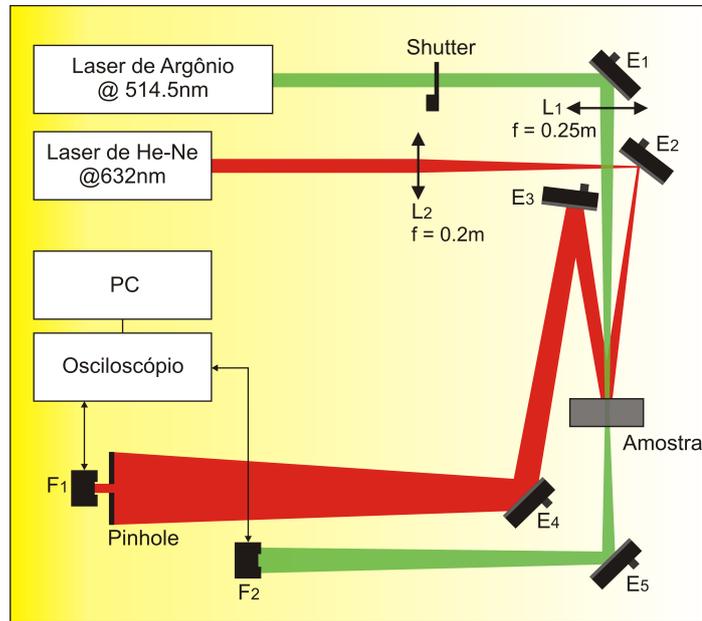
No arranjo experimental da técnica de Espelho Térmico, no modo descasado<sup>1</sup>, utiliza-se dois lasers, como mostra a Fig. 3.1: um feixe laser de excitação, que gera o efeito, e outro feixe laser que prova o efeito. A potência do feixe de prova é baixa o suficiente para não induzir nenhum efeito térmico na amostra.

Os dois feixes são alinhados de maneira que fiquem o mais colineares possíveis ao incidirem na amostra, com um ângulo entre eles  $\gamma < 1,0^\circ$ . Espelhos convencionais,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ , são utilizados para o alinhamento do feixe de prova. O máximo de intensidade do feixe de prova no fotodetector, posicionado no campo distante ( $Z_2 \approx 4\text{ m}$ )<sup>2</sup>, é alinhado utilizando o espelho  $E_4$ . Um pinhole é usado para analisar apenas o centro do feixe de prova no detector. Para o feixe de excitação, um espelho dielétrico de alta reflexão ( $E_1$ ) é usado<sup>3</sup>. Lentes biconvexas de quartzo são utilizadas para focar

<sup>1</sup>Os diâmetros dos dois feixes de prova e excitação são diferentes na superfície da amostra.

<sup>2</sup>Distância entre a amostra e o plano detector.

<sup>3</sup>Espelhos convencionais são submetidos a variações consideráveis de temperatura quando altas potências são utilizadas, gerando efeito de ET no próprio espelho.



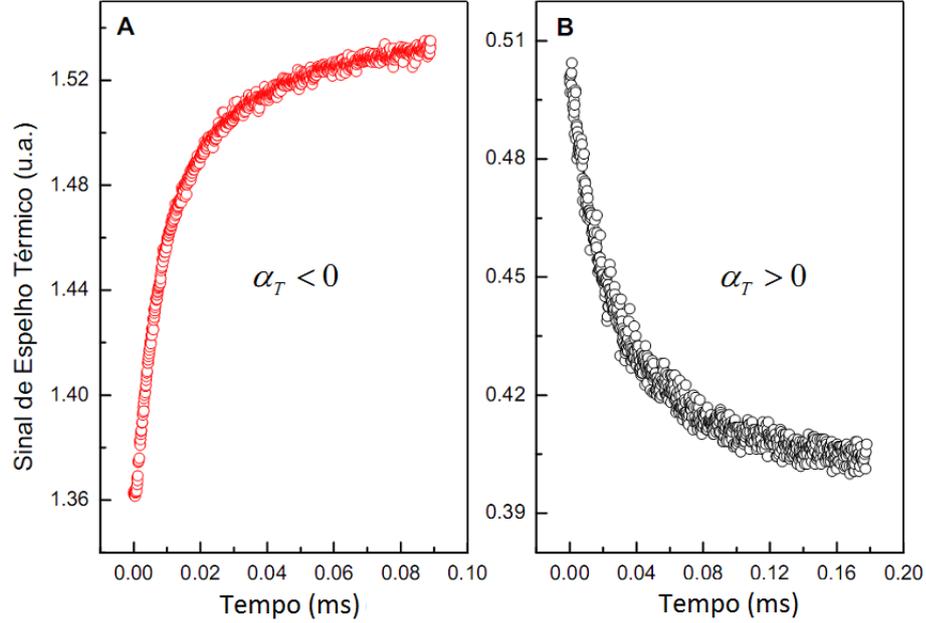
**Figura 3.1:** Esquemático da montagem experimental da técnica de Espelho Térmico.  $E_i$ ,  $L_i$  e  $f$  descrevem espelhos, lentes e distâncias focais, respectivamente.

os feixes. Parte da potência do feixe de excitação é usada como gatilho, como um trigger, para a aquisição dos dados no osciloscópio.

Uma vez obtido o alinhamento, o experimento no modo transiente pode ser realizado automaticamente, com o controle eletrônico do obturador. Ao abri-lo, o sinal gerado no detector é armazenado em função do tempo e, assim, uma curva transiente característica de formação do ET é transferida para o computador. É importante minimizar o possível atraso na geração do sinal devido à velocidade de abertura do obturador. Isto pode interferir nos valores dos dados do início do transiente, que é a região mais importante para o ajuste teórico dos dados obtidos.

As Figs. 3.2 (a) e (b) mostram exemplos típicos de transientes de ET gerados em materiais com coeficiente de expansão térmica linear negativo e positivo, respectivamente. Em um material com  $\alpha_T < 0$ , a superfície contrai, formando um elemento óptico similar a um espelho côncavo que converge o feixe de prova, aumentando assim o sinal no fotodetector. Por outro lado, se  $\alpha_T > 0$ , a superfície da amostra expande, formando um espelho térmico convexo que diminui o sinal observado no fotodiodo.

Para as medidas realizadas neste trabalho, foi utilizado como feixe de excitação um laser de  $\text{Ar}^+$  contínuo single-mode  $\text{TEM}_{00}$  no comprimento de onda de  $\lambda_e = 514.5 \text{ nm}$  (Coherent, modelo INNOVA 90C). Como feixe de prova foi utilizado



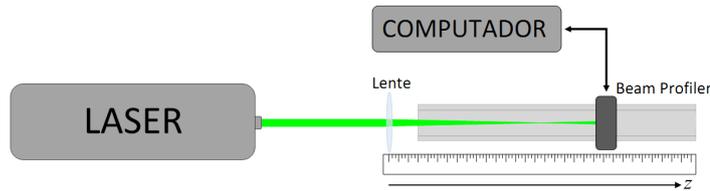
**Figura 3.2:** Transientes característicos obtidos para diferentes tipos de amostra com (a) coeficiente de expansão linear negativo, e (b) para materiais com coeficiente de expansão linear positivo.

um laser contínuo TEM<sub>00</sub> de He-Ne no comprimento de onda de  $\lambda_P = 632.8 \text{ nm}$  (Melles-Griot, modelo 25-LHR-151-249) com potência máxima de  $< 10 \text{ mW}$ , para as amostras com baixo coeficiente de absorção óptica. Para amostras com alto coeficiente de absorção óptica foi utilizado um laser Ti:Sapphire (Spectra-Physics, modelo 3900S), contínuo no modo TEM<sub>00</sub> e no comprimento de onda de  $\lambda_P = 976.0 \text{ nm}$  com potência de  $5 \text{ mW}$ , este sendo bombeado por um laser de semi-condutor (Coherent, modelo Verdi G Series) contínuo com comprimento de onda  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , e modo TEM<sub>00</sub>.

O obturador mecânico controlado via computador é um Shutter (ThorLabs, modelo SH05). O sensor utilizado como gatilho é um fotodiodo (ThorLabs, modelo PDA10A), e o sensor que monitora a intensidade central do feixe de prova é um fotodiodo (ThorLabs, modelo DET100A). No sensor de monitoramento é acoplado um pinhole com filtro óptico. Os dois sensores são conectados ao osciloscópio digital (Tektronix, modelo TDS1001B).

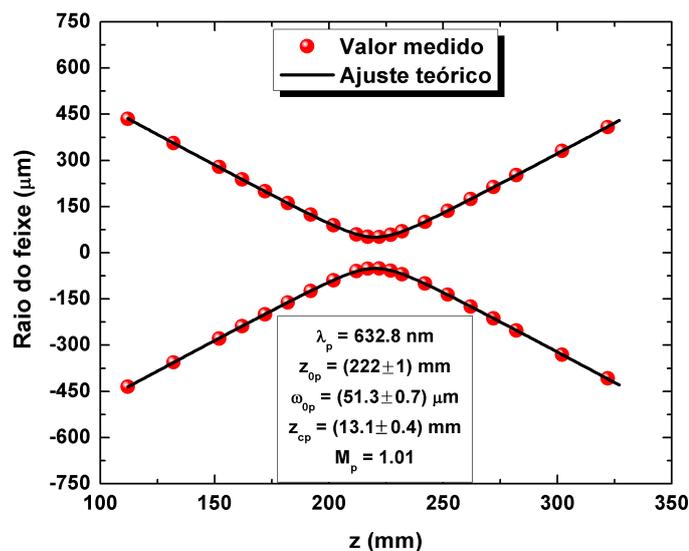
## 3.2 Parâmetros geométricos da montagem experimental

As expressões para a intensidade do feixe de prova são dependentes de parâmetros geométricos da montagem experimental,  $m$  e  $V$ , que são definidos por relações com  $z_0$ ,  $z_c$ ,  $\omega_{0e}$  e  $\omega_{1P}$ . Para este trabalho foi empregado um método direto para obtenção do raio do feixe e de seus parâmetros, utilizando um medidor de perfil (Beam Profiler ThorLabs, modelo BP104-UV) que nos fornece diretamente o raio. O raio é determinado em várias posições ao longo da linha de propagação do feixe, conforme ilustra a Fig. 3.3.



**Figura 3.3:** Arranjo esquemático utilizado para medir o perfil de intensidade de feixes gaussianos.

A varredura em  $z$  é feita em um intervalo de 10 cm antes do foco e 10 cm após o foco. Os resultados para os feixes de prova ( $\lambda_P = 632,8 \text{ nm}$  e  $\lambda_P = 976,0 \text{ nm}$ ) e excitação são apresentados nas Figs. 3.4, 3.5 e 3.6, respectivamente.



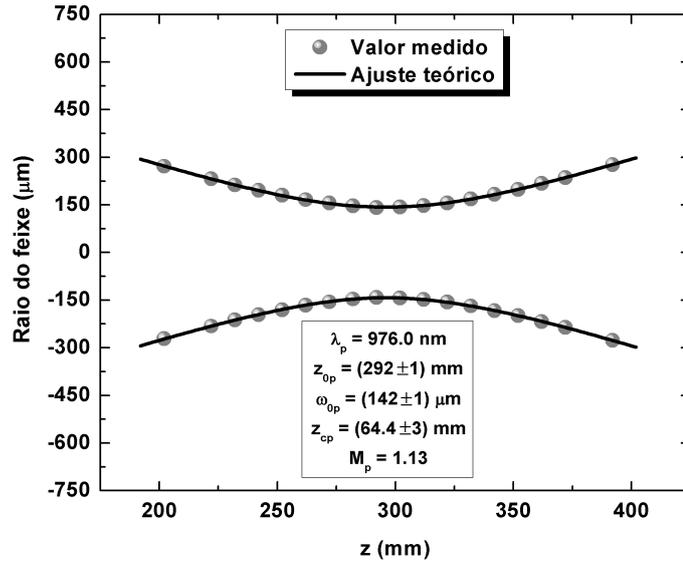
**Figura 3.4:** Perfil do feixe de prova ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ) após a lente biconvexa  $L_2$ .

A propagação do feixe após a lente pode ser representada pela equação

$$\omega(z) = \sqrt{M} \omega_0 \sqrt{1 + \left( \frac{(z - z_0) \lambda}{\omega_0^2 \pi} \right)^2}, \quad (3.1)$$

em que  $M$  é um fator que determina a qualidade de um feixe Gaussiano, sendo  $M = 1$  para a distribuição Gaussiana perfeita.  $\omega(z)$  é o raio do feixe na posição  $z$ ,  $\omega_0$  é o raio na cintura do feixe,  $z_0$  é a posição da cintura, e  $\lambda$  é o comprimento de onda do feixe laser.

As linhas contínuas nas Figs. 3.4, 3.5 e 3.6 mostram os ajustes dos dados com a Eq. (3.1) e os parâmetros ajustados estão mostrados nas figuras. A distância entre a amostra e a posição focal da lente do feixe de prova, utilizando o laser de HeNe, é  $z_{1P} = 32 \text{ cm}$ , enquanto utilizando o laser de Ti:Sapphire é  $z_{1P} = 5,75 \text{ cm}$ .



**Figura 3.5:** Perfil do feixe de prova ( $\lambda = 976,0 \text{ nm}$ ) após a lente biconvexa  $L_2$ .

Utilizando os valores medidos para os parâmetros geométricos e experimentais da técnica, os parâmetros  $m$  e  $V$  foram calculados. Várias configurações foram adotadas, e esses parâmetros serão mostrados com a apresentação dos resultados.

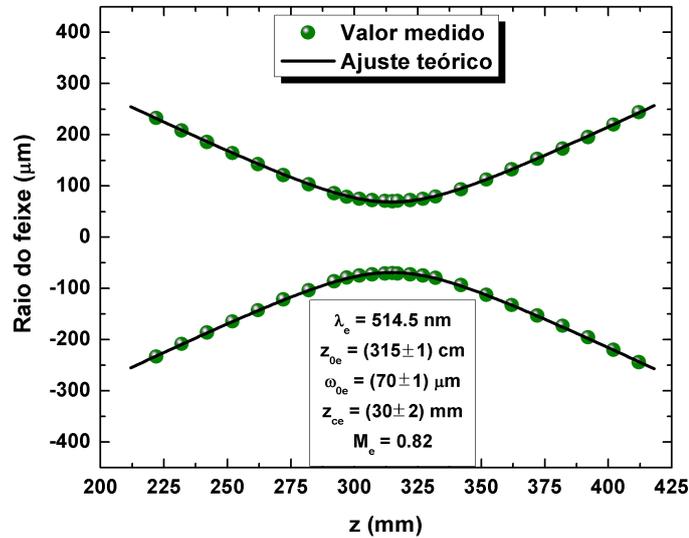


Figura 3.6: Perfil do feixe de excitação.

### 3.3 Amostras

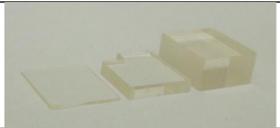
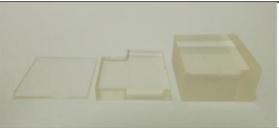
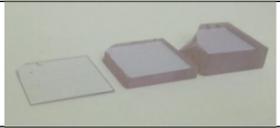
Para testar a validade dos modelos apresentados na seção 2, considerando a aproximação de amostra como um meio semi-infinito, foram escolhidas amostras vítreas com diferentes coeficientes de absorção óptica<sup>4</sup>, menores e maiores que  $100\text{ m}^{-1}$ .

As amostras analisadas são vidros ópticos dopados com elementos terras-raras e metais de transição, como mostra a Fig. 3.7. Alguns desses vidros foram escolhidos por serem bastante investigados em nosso grupo, e por apresentarem boa qualidade óptica e uma variedade de coeficientes de absorção óptica, além do fato de dispormos de amostras com diferentes espessuras. Os vidros fosfatos são comerciais.

O conjunto de amostras é composto por diferentes tipos de vidros:

- As amostras QX e Q98 são vidros fosfatos comerciais dopados com metais terras-raras, produzidos pela empresa *Kigre, Inc.* [39], desenvolvidos como meio ativo de lasers, ambas fornecidas pelo professor Carlos Jacinto da Universidade Federal de Alagoas. A amostra QX é dopada com 5 wt% de  $\text{Yb}_2\text{O}_3$ . A amostra Q98 é dopada com 1 wt% de  $\text{Nd}_2\text{O}_3$ .
- As amostras CAS e LSCAS são vidros aluminosilicatos de cálcio dopados com metais terras-raras e de transição, produzidos em um forno especial a vácuo pelo próprio GEF, também direcionados para aplicação como meios ativos

<sup>4</sup>Os valores dos coeficientes de absorção óptica foram obtidos pelo método apresentado no Apêndice D.3.

QX 5%Yb $A_e = (6,0 \pm 0,1) m^{-1}$		
LSCAS-Ce 2%CeO <sub>2</sub> $A_e = (7,9 \pm 0,9) m^{-1}$		
CAS 2%Yb + 1,5%Er $A_e = (25,0 \pm 0,8) m^{-1}$		
Q98 1%Nd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> $A_e = (48,5 \pm 0,8) m^{-1}$		
Soda-lime 4%MnO <sub>2</sub> $A_e = (460 \pm 18) m^{-1}$		
LSCAS-Cr 0,5%Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> $A_e = (1158 \pm 30) m^{-1}$		

**Figura 3.7:** Amostras utilizadas neste trabalho, cortadas em diferentes espessuras, e polidas.

para lasers de estado sólido. A amostra LSCAS-Ce é composta por: 47,4 wt% de CaO, 39,5 wt% de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 7,0 wt% de SiO<sub>2</sub>, 4,1 wt% de MgO, e dopada com 2,0 wt% de CeO<sub>2</sub>. A LSCAS-Cr é composta por: 47,4 wt% de CaO, 41,0 wt% de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 7,0 wt% de SiO<sub>2</sub>, 4,1 wt% de MgO, e dopada com 0,5 wt% de Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. E a amostra CAS é composta por: 32,83 wt% de CaO, 26,63 wt% de Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 32,84 wt% de SiO<sub>2</sub>, 4,16 wt% de MgO, co-dopada com 2,03 wt% de Yb<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e 1,52 wt% de Er<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

- Uma amostra Soda-lime constituída basicamente de silica, foi produzida pelo professor M. L. Baesso em seu trabalho de doutorado pela Universidade Estadual de Campinas. A amostra constitui-se de um vidro base Soda-lime produzido pela *Indústria Santa Marina*, dopado com 4 wt% de Manganês.

Todas amostras foram cortadas em diferentes espessuras, variando de 0,42 à 6,10 mm. As diferentes espessuras são mostradas na tabela 3.1.

**Tabela 3.1:** Espessuras das amostras utilizadas.

	Espessuras ( <i>mm</i> )				
<i>QX</i>	0,42	1,73	4,40		
<i>LSCAS – Ce</i>	1,00	2,01	4,10	6,10	
<i>CAS</i>	0,94	1,47	2,62	3,22	4,57
<i>Q98</i>	0,50	2,71	5,49		
Soda-lime	1,25	1,99	2,97	3,91	5,16
<i>LSCAS – Cr</i>	0,46	1,58	2,43		

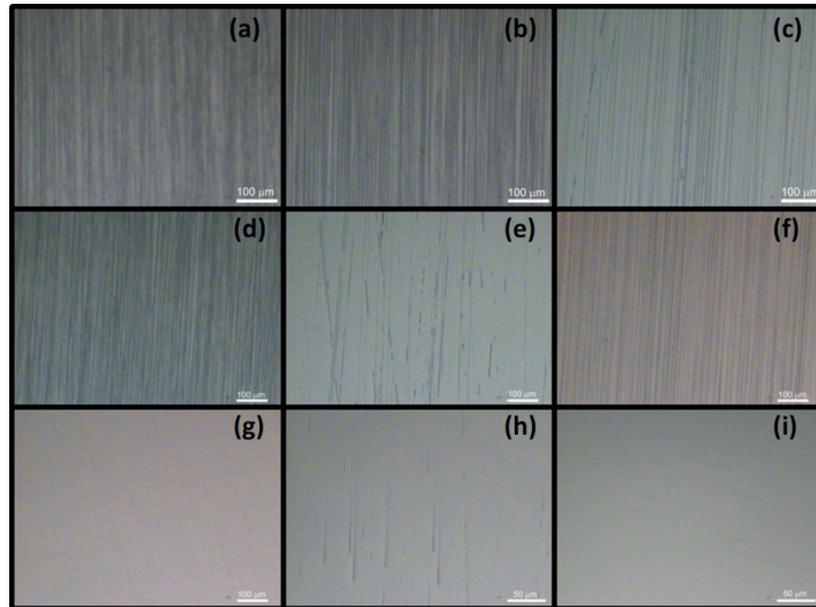
Como mostrado na seção 2.3.3, o deslocamento superficial é da ordem de nanômetros, e por a técnica se basear no monitoramento de um feixe refletido, é muito importante que essa amostra possua uma superfície completamente plana, e talvez até mais importante, que a superfície esteja extremamente polida. A Fig. 3.8 apresenta um exemplo do polimento dado às amostras deste trabalho. Nesta figura é possível observar a reflexão da câmera fotográfica utilizada. Porém não basta fazer o polimento até o momento em que se é possível ver reflexões pela superfície da amostra, na Fig. 3.9 é apresentado a evolução do polimento de uma amostra vista em um microscópio.

**Figura 3.8:** Fotografia da superfície das amostras LSCAS-Cr.

As amostras passam por um processo de polimento utilizando diversas lixas com diferentes granulações<sup>5</sup>. Inicialmente utiliza-se lixas mais grossas para retirar ranhuras causadas pela serra durante o corte, e então diminui-se a granulação da lixa. A partir do momento que não se observa ranhuras causadas pela lixa anterior. Após utilizar a lixa mais fina, a amostra é polida em um pano de polimento especial, em que são utilizadas pastas diamantadas com grãos de  $3\ \mu m$  e  $1\ \mu m$ . A Fig. 3.9

<sup>5</sup>A granulação varia de 20 a 3000, sendo referente à densidade superficial de grão por centímetro quadrado, quanto maior a densidade, mais fina é a lixa.

apresenta a condição em que se encontra a superfície da amostra a cada troca de lixa até estar pronta para ser utilizada no experimento.



**Figura 3.9:** Evolução do polimento dado à amostra vista em um microscópio com  $40\times$  de aumento, de (a) a (g) (escala marcando  $100\ \mu m$ ), e com  $100\times$  de aumento em (h) e (i) (escala marcando  $50\ \mu m$ ).

Na Fig. 3.9, os índices de (a) a (f) são correspondentes às lixas de granulação: 800, 1000, 1200, 1500, 2000 e 2500, sendo feitas estas imagens com uma objetiva de  $40\times$  de aumento. Em (g) mostra-se o polimento utilizando o pano especial com pasta diamantada com granulação de  $3\ \mu m$ , também com a objetiva de  $40\times$  de aumento, em (h) é a mesma situação que (g), porém com uma objetiva de  $100\times$  de aumento, mostrando que ainda haviam riscos que talvez poderiam interferir nas medidas. Por fim, (i) apresenta como ficou a superfície da amostra após ser polida com o pano especial e pasta diamantada com granulação de  $1\ \mu m$ , utilizando a objetiva de  $100\times$  de aumento. É claro que uma imagem vista com  $100\times$  de aumento não prova a inexistência de riscos menores, porém riscos desta ordem de grandeza não mostraram interferências durante as medidas.

### 3.4 Resultados

Neste trabalho, foram realizadas medidas complementares de caracterização térmica, óptica e mecânica<sup>6</sup> com equipamentos disponíveis nos laboratórios do GEF<sup>7</sup> e no COMCAP/UEM<sup>8</sup>. Os resultados destas medidas estão apresentados na tabela 3.2 para as amostras cujo coeficiente de absorção óptica satisfazem a aproximação de baixa absorção óptica, e na tabela 3.3 para as amostras cujo coeficiente de absorção óptica excede o limite da aproximação.

**Tabela 3.2:** Propriedades físicas das amostras que seguem a aproximação de baixa absorção.

	QX	LSCAS-Ce	CAS	Q98
$A_e(m^{-1})$	$6,03 \pm 0,05$	$7,5 \pm 0,3$	$25,0 \pm 0,8$	$48,5 \pm 0,7$
$\alpha_T(10^{-7}K^{-1})$	83,0★	$77 \pm 4$	$76 \pm 4$	99★
$n$	1,52★	$1,658 \pm 0,007$	$1,617 \pm 0,006$	1,555★
$c(Jg^{-1}K^{-1})$	$0,70 \pm 0,01$	$0,81 \pm 0,01$	$0,75 \pm 0,02$	0,80★
$\rho(g\,cm^{-3})$	$2,82 \pm 0,01$	$2,97 \pm 0,01$	$2,91 \pm 0,01$	3,099★

★ Valores obtidos pelo fabricante [39].

**Tabela 3.3:** Propriedades físicas das amostras que seguem a lei de Beer-Lambert.

	Soda Lime	LSCAS-Cr
$A_e(m^{-1})$	$460 \pm 18$	$1158 \pm 30$
$\alpha_T(10^{-7}K^{-1})$	$90 \pm 4$	$89 \pm 4$
$n$	$1,511 \pm 0,006$	$1,661 \pm 0,007$
$c(Jg^{-1}K^{-1})$	$0,80 \pm 0,02$	$0,82 \pm 0,03$
$\rho(g\,cm^{-3})$	$2,482 \pm 0,003$	$2,930 \pm 0,003$

Os coeficientes de absorção óptica foram calculados utilizando o procedimento apresentado no Apêndice D e os coeficientes de expansão térmica linear foram obtidos utilizando um dilatômetro comercial (NETZSCH, modelo DIL 402 PC). O índice de refração foi determinado utilizando o método de Brewster. Para o calor específico

<sup>6</sup>As técnicas complementares utilizadas estão brevemente descritas no Apêndice D.

<sup>7</sup>Grupo de Estudos de Fenômenos Fototérmicos.

<sup>8</sup>Complexo de Centrais de Apoio à Pesquisa da UEM.

foi utilizado um calorímetro baseado no método de relaxação térmica em temperatura ambiente. E as medidas de densidade foram realizadas utilizando o método de Arquimedes.

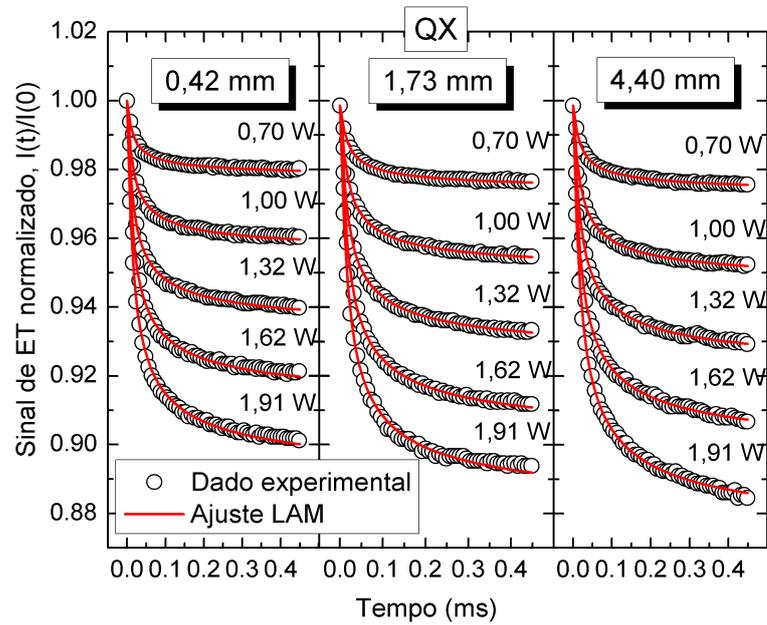
No experimento de Espelho Térmico, foram realizadas medidas em três posições na região central de cada amostra, e em cada posição a amostra foi excitada com 5 potências diferentes. A fim de reduzir ruídos externos, a cada potência em uma determinada posição foram realizadas 20 medidas, ou seja, a amostra foi excitada 20 vezes, sempre aguardando um tempo muito maior que o tempo de excitação entre uma excitação e outra. O transiente ajustado com a teoria é a média dos 20 transientes experimentais. Dos ajustes são obtidos os valores de  $t_c$  e de  $\theta_{ET}$ .  $t_c$  está diretamente relacionado com a difusividade térmica pela relação  $D = \omega_{0e}^2 / (4t_c)$ . Para cada amostra determinou-se  $t_c$  fazendo a média dos valores obtidos de todas as medidas realizadas, sendo a barra de erro apresentada nos resultados um desvio médio de todas medidas. Com o parâmetro  $\theta_{ET}$  para diferentes potências, foi determinado o valor de  $\theta_{ET}/P_e$  por meio de um ajuste linear de  $\theta_{ET}$  versus  $P_e$ .

A Fig. 3.10 mostra exemplos típicos de transientes de ET normalizados para amostras QX de diferentes espessuras. O efeito da espessura sobre a amplitude dos transientes é claro. Para a espessura de  $L = 4,40 \text{ mm}$  e potência de excitação  $P_e = 1,91 \text{ W}$ , o transiente é aproximadamente 20% maior que o transiente para a mesma potência na amostra com  $L = 0,42 \text{ mm}$ .

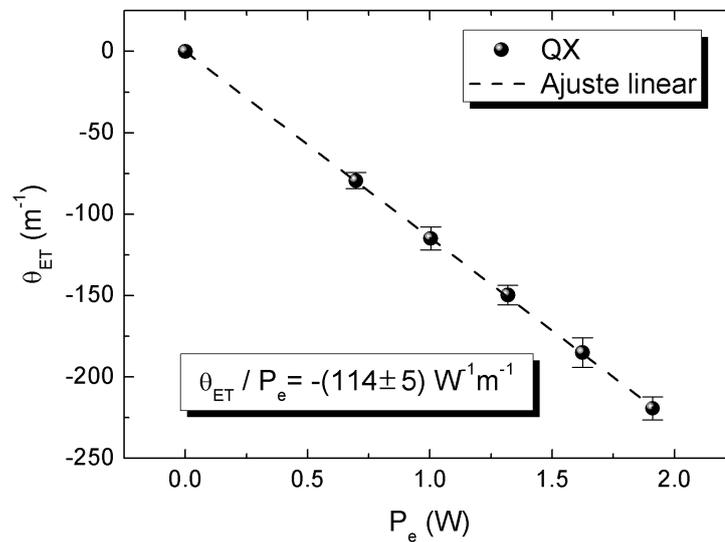
Os ajustes da equação  $I(t)$  para o LAM sobre os transientes (linhas contínuas) leva ao valor médio do tempo característico de formação do ET e sua amplitude. Os ajustes representam satisfatoriamente os dados experimentais para as amostras mais espessas. No entanto, a curva teórica diverge levemente dos dados para a amostra mais fina. A Fig. 3.11 mostra os valores de  $\theta_{ET}$  em função da potência de excitação para a amostra QX de  $L = 1,73 \text{ mm}$ . Do comportamento linear, o valor de  $\theta_{ET}/P_e = -(114 \pm 5) \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$  é obtido.

Os valores de  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos para as várias espessuras estão mostrados na Fig. 3.12. É possível observar que os valores de  $t_c$  e de  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos para a amostra mais fina diferem dos obtidos para as mais espessas. Esses valores tendem a ficar mais discrepantes quando a espessura é reduzida. Para amostras espessas, a aproximação semi-infinita representa bem os dados experimentais.

Para as amostras LSCAS-Ce e CAS, o tempo característico de ET se manteve praticamente constante para espessuras maiores que  $L = 2 \text{ mm}$ , como mostra a Fig. 3.13 com os ajustes teóricos obtidos utilizando o modelo LAM. Para  $L < 2 \text{ mm}$ ,



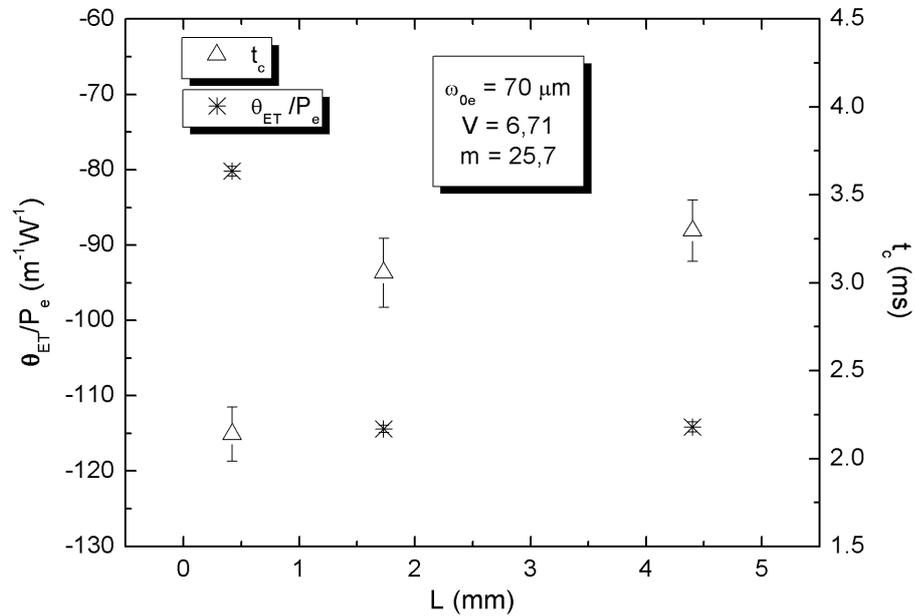
**Figura 3.10:** (Cículos) Transientes de ET normalizados na amostra QX com diferentes espessuras. As linhas contínuas representam o ajuste dos dados com a expressão de  $I(t)$  para o LAM, Eq. 2.65.



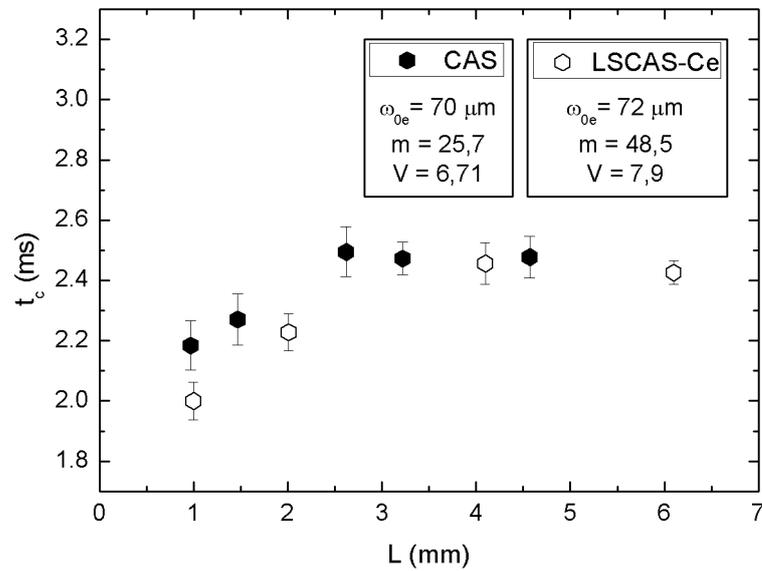
**Figura 3.11:** Parâmetro  $\theta_{ET}$  em função da potência de excitação para a amostra QX de  $L = 1,73\text{ mm}$ .

os valores de  $t_c$  diferem dos esperados para esses materiais,  $t_c \sim 2,4\text{ ms}$ , evidenciando que a espessura é um fator crítico nos experimentos.

Para a amostra Q98, os transientes e os ajustes teóricos para  $L = 0,50\text{ mm}$  não seguem o mesmo comportamento, como mostra a Fig. 3.14. Isso leva a diferenças

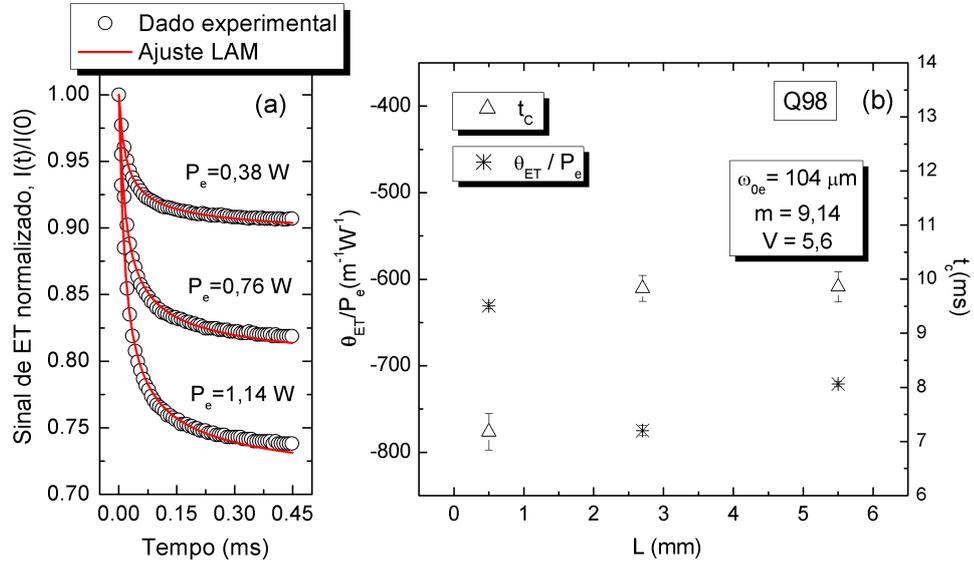


**Figura 3.12:**  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos para diferentes espessuras da amostra QX, utilizando o modelo LAM.



**Figura 3.13:** Tempo característico de formação de ET obtido para diferentes espessuras das amostras CAS e LSCAS-Ce, utilizando o modelo teórico com aproximação de baixa absorção.

entre os valores encontrados para  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  das amostras finas e espessas. O desvio nos resultados obtidos com  $L = 0,50\text{ mm}$  e  $L = 5,49\text{ mm}$  foi de 37,0% para  $t_c$  e 12,5% para  $\theta_{ET}/P_e$ .



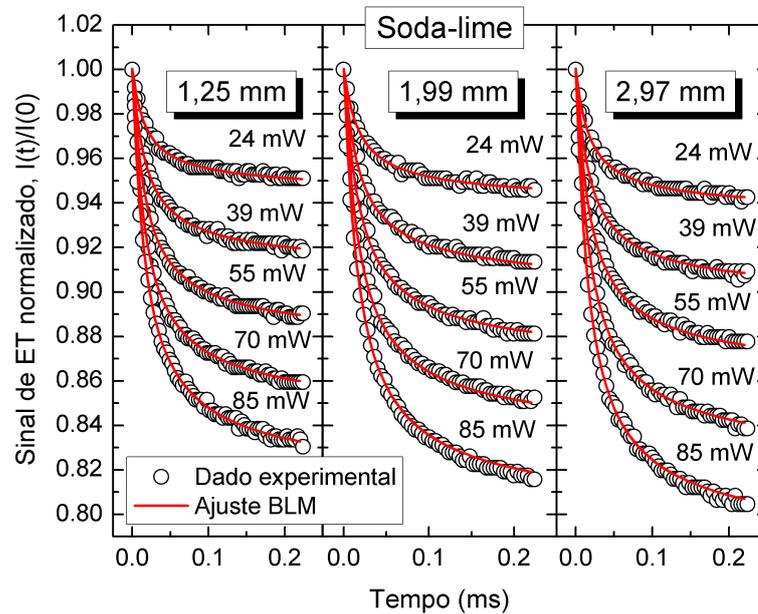
**Figura 3.14:** (a) Transientes de ET normalizados para a amostra Q98 ( $L = 0,50$  mm) para diferentes potências de excitação. (b) mostra  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos para as diferentes espessuras da amostra Q98, utilizando o modelo teórico com aproximação de baixa absorção. As linhas mostram o ajuste teórico com o modelo LAM.

Nas amostras Soda-lime,  $A_e = (460 \pm 18) m^{-1}$  e LSCAS-Cr,  $A_e = (1158 \pm 30) m^{-1}$ , não é possível se aplicar o modelo LAM, pois como mostrado nas seções 2.2 e 2.3.3 as soluções obtidas com a aproximação de baixa absorção não são aplicáveis para coeficientes de absorção óptica acima de  $100 m^{-1}$ .

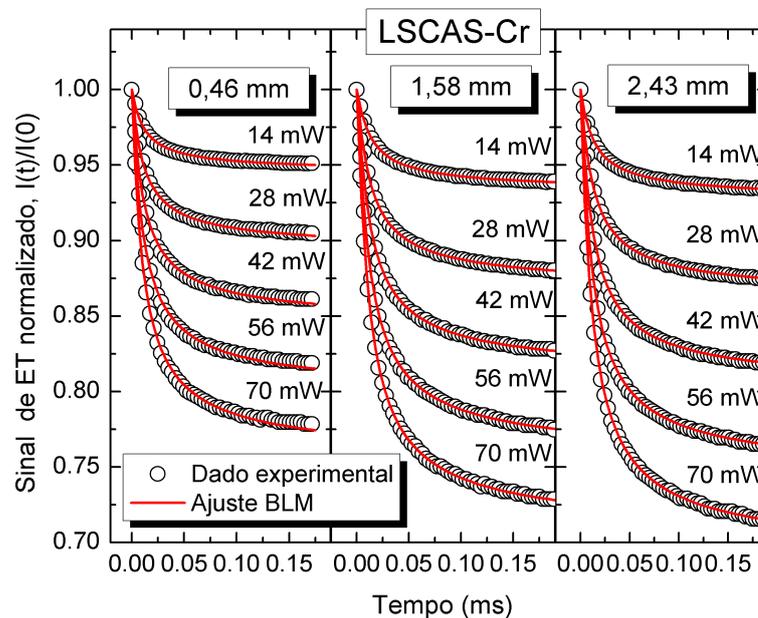
Fig. 3.15 apresenta os transientes obtidos para as três menores espessuras da amostra Soda-lime com seus respectivos ajustes com a expressão para o BLM, Eq. (2.62). Os ajustes representam muito bem os dados experimentais mesmo para espessuras da ordem de  $L = 1,25$  mm.

Para a amostra LSCAS-Cr, Fig. 3.16, os ajustes teóricos para a menor espessura não concordam com os dados experimentais. Para espessuras de  $L = 1,58$  mm e  $L = 2,43$  mm os ajustes representam bem os dados experimentais.

Os resultados para  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos para as amostras Soda-lime e LSCAS-Cr estão apresentados nas Figs. 3.17 (a) e (b). Nota-se que a medida que a espessura aumenta,  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  tendem a ficar constante. Para baixas espessuras, os resultados divergem - como apresentado anteriormente usando o LAM. Para amostra LSCAS-Cr houve uma diferença de 16,5% nos valores de  $t_c$  obtido na amostra mais fina para um valor médio entre as outras duas espessuras.

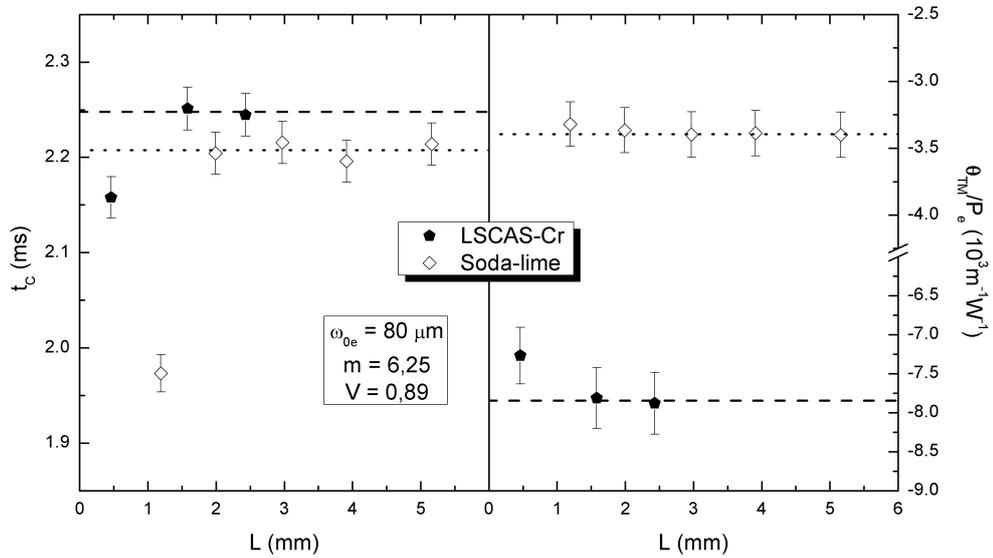


**Figura 3.15:** Transientes de ET normalizados para a amostra Soda-lime de diferentes espessuras, excitadas em diferentes potências com seu respectivos ajustes teóricos (linhas) utilizando o modelo BLM.



**Figura 3.16:** Transientes de ET normalizados para a amostra LSCAS-Cr de diferentes espessuras, excitadas em diferentes potências com seu respectivos ajustes teóricos (linhas) utilizando o modelo BLM.

Os resultados apresentados aqui mostram claramente o efeito da espessura sobre os parâmetros  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  obtidos com a teoria semi-infinita, tanto para as



**Figura 3.17:** Tempo característico de formação de ET (a) e  $\theta_{ET}/P_e$  (b) em função da espessura das amostras Soda-lime e LSCAS-Cr. Os resultados foram obtidos pelo ajuste dos transiente com a equação de  $I(t)$  usando BLM.

amostras com baixo quanto com alto coeficiente de absorção óptico. Os efeitos estão relacionados não apenas com as espessuras, mas também com os parâmetros térmicos da amostra. Os valores dos parâmetros ajustáveis tendem a ficarem mais discrepantes quando a espessura é reduzida. Dessa forma, um tratamento finito, que represente as deformações em ambas as superfícies da amostra em  $z = 0$  e  $z = L$ , é necessário para melhor representar os resultados experimentais. Na próxima seção, o tratamento teórico para o ET assumindo a amostra como um meio finito será apresentado.

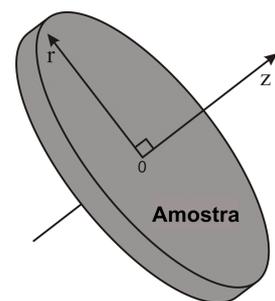
# Capítulo 4

## Análise finita

Neste capítulo, será apresentada a solução finita para a deformação induzida via laser numa amostra de espessura  $L$ . As equações para o deslocamento superficial serão calculadas para o caso de amostra com baixo coeficiente de absorção óptica e os resultados experimentais apresentados na seção anterior serão tratados com a teoria finita e comparado com os resultados obtidos com o modelo semi-infinita.

### 4.1 Deformação superficial

A análise finita do efeito de Espelho Térmico considera a amostra como um meio homogêneo, de baixo coeficiente de absorção óptica, e espessura  $L$ , conforme mostra a Fig. 4.1. O eixo azimutal ao longo da espessura da amostra tem as superfícies nas posições  $z = 0$  e  $z = L$ . As condições impostas para o aumento de temperatura na amostra, quando excitada por um feixe laser, são as mesmas empregadas na seção anterior. De fato, a solução para a equação de difusão de calor apresentada no modelo semi-infinito também é válida para o caso de amostra finita. Lembramos que na aproximação de baixo coeficiente de absorção óptica, não há atenuação da intensidade do feixe do laser de excitação ao longo da espessura da amostra. Assim, a temperatura encontrada na



**Figura 4.1:** Representação espacial da amostra finita.

Eq. (4.1) independe da espessura e é válida para a aproximação finita. Vale ressaltar que não consideramos troca de calor entre a amostra e o ar. Essa aproximação de fluxo nulo foi verificada teoricamente em [24] e representa muito bem a temperatura em um sólido em contato com ar como é o caso dos experimentos realizados nesse trabalho. A Eq. (4.1) é

$$T(r, z, t) = Q_0 \int_0^t \frac{1}{\left(1 + \frac{2r}{t_c}\right)} \exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2r}{t_c}\right)} \right] d\tau. \quad (4.1)$$

A diferença no tratamento teórico para um meio finito está nas condições de contorno sobre os componentes do stress, que devem ser reescritos como

$$\sigma_{zz}|_{z=0,L} = \bar{\sigma}_{zz}|_{z=0,L} + \bar{\bar{\sigma}}_{zz}|_{z=0,L} = 0, \quad (4.2)$$

e

$$\sigma_{rz}|_{z=0,L} = \bar{\sigma}_{rz}|_{z=0,L} + \bar{\bar{\sigma}}_{rz}|_{z=0,L} = 0. \quad (4.3)$$

Essas condições consideram livres de tensão as duas superfícies da amostra em  $z = 0$  e  $z = L$ . Todas as outras considerações já abordadas anteriormente na solução do modelo semi-infinito são aplicadas para o caso finito.

#### 4.1.1 Potencial de deslocamento escalar

O potencial de deslocamento escalar é descrito por

$$\Pi(r, z, t) = -\alpha_T \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \cos(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha d\lambda, \quad (4.4)$$

com  $T(\alpha, \lambda, t)$  representando a temperatura no espaço Hankel-Fourier- $t$ . A componente  $\bar{u}_z(r, z, t)$ , como apresentado na seção 2.3.1, é

$$\bar{u}_z(r, z, t) = -\alpha_T \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \lambda \operatorname{sen}(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha d\lambda, \quad (4.5)$$

e as componentes do stress,

$$\bar{\sigma}_{zz} = -\alpha_T \frac{E}{1 - \nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 \cos(\lambda z) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha d\lambda, \quad (4.6)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha \lambda \operatorname{sen}(\lambda z) J_1(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda. \quad (4.7)$$

Na superfície da amostra, podemos escrever

$$\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda, \quad (4.8)$$

$$\bar{\sigma}_{rz}|_{z=0} = 0, \quad (4.9)$$

e

$$\bar{u}_z|_{z=0} = 0. \quad (4.10)$$

Em  $z = L$ ,

$$\bar{\sigma}_{zz}|_{z=L} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha^2 \cos(\lambda L) J_0(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda, \quad (4.11)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz}|_{z=L} = -\alpha_T \frac{E}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \alpha \lambda \operatorname{sen}(\lambda L) J_1(\alpha r) \alpha \, d\alpha \, d\lambda. \quad (4.12)$$

#### 4.1.2 Função de Love

A solução da equação Biharmonica,  $\nabla^2 \nabla^2 \Psi(r, z, t) = 0$ , pode ser escrita como [38]

$$\Psi(r, z, t) = \int_0^\infty \{(A + \alpha z B) \exp[+\alpha z] + (C + \alpha z D) \exp[-\alpha z]\} \alpha^{-2} J_0(\alpha r) \, d\alpha. \quad (4.13)$$

Note que a função de Love utilizada na seção 2.3.2 foi apresentada considerando a aproximação de amostra semi-infinita, sendo  $A = 0$  e  $B = 0$ . Para o caso finito,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  serão calculados para satisfazerem as condições de contorno (4.2) e (4.3).

As componentes  $\bar{\sigma}_{zz}$  e  $\bar{\sigma}_{rz}$  são determinadas utilizando as relações (2.24) e (2.25)

com (2.42), resultando em

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz} = & W \int_0^\infty \alpha \exp[-\alpha z] \times \\ & \times \{C + D(1 + z\alpha - 2\nu) - \exp[2\alpha z] (B(-1 + z\alpha + 2\nu) + A)\} J_0(\alpha r) d\alpha, \end{aligned} \quad (4.14)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{rz} = & W \int_0^\infty \alpha \exp[-\alpha z] \times \\ & \times \{C + Dz\alpha - 2D\nu \exp[2\alpha z] (A + Bz\alpha + 2B\nu)\} J_1(\alpha r) d\alpha. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Em  $z = 0$ , as componentes da tensão são

$$\bar{\sigma}_{zz}|_{z=0} = W \int_0^\infty \alpha \{C + D(1 - 2\nu) - (B(-1 + 2\nu) + A)\} J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (4.16)$$

e

$$\bar{\sigma}_{rz}|_{z=0} = W \int_0^\infty \alpha \{C - 2D\nu + (A + 2B\nu)\} J_1(\alpha r) d\alpha. \quad (4.17)$$

Em  $z = L$ , obtemos

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}|_{z=L} = & W \int_0^\infty \alpha \exp[-\alpha L] \times \\ & \times \{C + D(1 + L\alpha - 2\nu) - \exp[2\alpha L] (B(-1 + L\alpha + 2\nu) + A)\} J_0(\alpha r) d\alpha, \end{aligned} \quad (4.18)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{rz}|_{z=L} = & W \int_0^\infty \alpha \exp[-\alpha L] \times \\ & \times \{C + DL\alpha - 2D\nu + \exp[2\alpha L] (A + BL\alpha + 2B\nu)\} J_1(\alpha r) d\alpha. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Usando as condições de contorno, chegamos às seguintes condições:

$$A + 2B\nu + C - 2D\nu = 0 \quad (4.20)$$

$$A + B(-1 + 2\nu) - C - D(1 - 2\nu) = \alpha_T \frac{2\nu^2 + \nu - 1}{1 - \nu} \alpha^2 h_1(\alpha, t) \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} & \{C + D(1 + L\alpha - 2\nu) - \exp[2\alpha L](B(-1 + L\alpha + 2\nu) + A)\} \\ & = \alpha_T \exp[\alpha L] \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{1 - \nu} \alpha^2 h_2(\alpha, t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} & \{C + DL\alpha - 2D\nu + \exp[2\alpha L](A + BL\alpha + 2B\nu)\} \\ & = \alpha_T \exp[\alpha L] \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{1 - \nu} \alpha h_3(\alpha, t) \end{aligned} \quad (4.23)$$

com

$$h_1(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} d\lambda, \quad (4.24)$$

$$h_2(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \cos(\lambda L) d\lambda, \quad (4.25)$$

e

$$h_3(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} \lambda \operatorname{sen}(\lambda L) d\lambda. \quad (4.26)$$

Com este sistema de equações, as constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são determinadas

$$\begin{aligned} A = & \frac{\alpha \exp[-2L\alpha](-1 + \nu + 2\nu^2) \alpha_T}{2(-1 + \nu)(1 + 2L^2\alpha^2 - \operatorname{Cosh}[2L\alpha])} \times \\ & \{2\alpha(\nu - \exp[2L\alpha](\nu + L\alpha(L\alpha + 2\nu))) h_1(\alpha, t) \\ & + \exp[L\alpha][\alpha(-2\nu + \exp[2L\alpha](L\alpha + 2\nu) + L\alpha(-1 + 4\nu)) h_2(\alpha, t) \\ & + (1 + L\alpha - 2\nu - 4L\alpha\nu + \exp[2L\alpha](-1 + L\alpha + 2\nu)) h_3(\alpha, t)\} \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} B = & -\frac{\alpha(-1 + \nu + 2\nu^2) \alpha_T}{(1 + \exp[4L\alpha] - 2\exp[2L\alpha](1 + 2L^2\alpha^2))(-1 + \nu)} \times \\ & \{ \alpha(-1 + \exp[2L\alpha](1 + 2L\alpha)) h_1(\alpha, t) \\ & - \exp[L\alpha](\alpha(-1 + \exp[2L\alpha] + 2L\alpha) h_2(\alpha, t) \\ & + (-1 + \exp[2L\alpha] - 2L\alpha) h_3(\alpha, t)) \} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$C = \frac{\exp[-L\alpha]\alpha(-1+\nu+2\nu^2)\alpha_T}{2(-1+\nu)(-1-2L^2\alpha^2+\text{Cosh}[2L\alpha])} \times \quad (4.29)$$

$$\left\{ 2 \exp[L\alpha]\alpha((-1+\exp[2L\alpha])\nu+L\alpha(-L\alpha+2\nu))h_1(\alpha,t) \right.$$

$$+ \alpha(-L\alpha+2\nu+\exp[2L\alpha](L\alpha-2\nu-4L\alpha\nu))h_2(\alpha,t)$$

$$\left. + (1+L\alpha-2\nu+\exp[2L\alpha](-1+L\alpha+2\nu-4L\alpha\nu))h_3(\alpha,t) \right\}$$

$$D = \frac{\exp[-L\alpha]\alpha(1+\nu)(-1+2\nu)\alpha_T}{2(-1+\nu)(1+2L^2\alpha^2-\text{Cosh}[2L\alpha])} \times \quad (4.30)$$

$$\left\{ -\exp[L\alpha]\alpha(-1+\exp[2L\alpha]+2L\alpha)h_1(\alpha,t) \right.$$

$$+ \alpha(-1+\exp[2L\alpha](1+2L\alpha))h_2(\alpha,t)$$

$$\left. + (1+\exp[2L\alpha](-1+2L\alpha))h_3(\alpha,t) \right\}$$

### 4.1.3 Deslocamento superficial

O deslocamento superficial da amostra na direção  $z$  é escrito como

$$u_z(r, z, t) = \bar{u}_z(r, z, t) + \bar{\bar{u}}_z(r, z, t), \quad (4.31)$$

com  $\bar{u}_z(r, z, t)$  e  $\bar{\bar{u}}_z(r, z, t)$  sendo derivados das relações

$$\bar{u}_z(r, z, t) = \frac{\partial \Pi(r, z, t)}{\partial z}, \quad (4.32)$$

e

$$\bar{\bar{u}}_z(r, z, t) = \frac{1}{1-2\nu} \left[ 2(1-\nu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Psi(r, z, t). \quad (4.33)$$

Da relação (4.33) tem-se

$$\bar{\bar{u}}_z(r, z, t) = -\frac{1}{(1-2\nu)} \int_0^\infty \left\{ [C + D(2+z\alpha-4\nu)] \exp[-z\alpha] \right. \quad (4.34)$$

$$\left. + [A + B(-2+z\alpha+4\nu)] \exp[z\alpha] \right\} J_0(\alpha r) d\alpha.$$

Em  $z = 0$ ,  $\bar{u}_z(r, z, t)|_{z=0} = 0$ , e  $u_z(r, z, t)|_{z=0} = \bar{\bar{u}}_z(r, z, t)|_{z=0}$ , e

$$\bar{\bar{u}}_z(r, z, t)|_{z=0} = -\frac{1}{(1-2\nu)} \int_0^\infty \left\{ (A+C) + 2(D-B)(1-2\nu) \right\} J_0(\alpha r) d\alpha. \quad (4.35)$$

De  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , a solução para o deslocamento na superfície é

$$u_z(r, z = 0, t) = (1 + \nu) \alpha_T \times \int_0^\infty \frac{2\alpha^2}{1 + 2L^2\alpha^2 - \text{Cosh}(2\alpha L)} \left\{ [2\alpha L + \text{Sinh}(2\alpha L)] h_1(\alpha, t) - 2[\alpha L \text{Cosh}(\alpha L) + \text{Sinh}(\alpha L)] h_2(\alpha, t) - 2L \text{Sinh}(\alpha L) h_3(\alpha, t) \right\} J_0(\alpha r) d\alpha. \quad (4.36)$$

Essa expressão representa a deformação superficial para qualquer temperatura  $T(\alpha, \lambda, t)$ . No limite de  $L \rightarrow \infty$ , ou seja, na aproximação semi-infinita, o integrando de (4.36) fica escrito como

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2\alpha^2}{1 + 2L^2\alpha^2 - \text{Cosh}(2\alpha L)} \left\{ [2\alpha L + \text{Sinh}(2\alpha L)] h_1(\alpha, t) - 2[\alpha L \text{Cosh}(\alpha L) + \text{Sinh}(\alpha L)] h_2(\alpha, t) - 2L \text{Sinh}(\alpha L) h_3(\alpha, t) \right\} \\ \end{array} \right\} = \quad (4.37)$$

$$= -\alpha^2 h_1(\alpha, t),$$

e a solução do deslocamento se reduz a

$$u_z(r, z = 0, t) = -(1 + \nu) \alpha_T \int_0^\infty \alpha^2 h_1(\alpha, t) J_0(\alpha r) d\alpha, \quad (4.38)$$

com

$$h_1(\alpha, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{T(\alpha, \lambda, t)}{\alpha^2 + \lambda^2} d\lambda. \quad (4.39)$$

Essa é a mesma solução obtida para aproximação de amostra como um meio semi-infinito.

Embora a solução (4.36) seja válida para qualquer  $T(\alpha, \lambda, t)$ , uma solução semi-analítica é obtida apenas para o limite de baixo coeficiente de absorção óptico. No limite  $A_e \rightarrow 0$ , as relações (4.24), (4.25) e (4.26) são reescritas como

$$h_1(\alpha, t) = H(\alpha) \int_0^t \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{2\pi} \delta(\lambda)}{\alpha^2 + \lambda^2} \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] d\lambda d\tau, \quad (4.40)$$

$$h_2(\alpha, t) = H(\alpha) \int_0^t \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{2\pi}\delta(\lambda)}{\alpha^2 + \lambda^2} \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] \cos(\lambda L) d\lambda d\tau, \quad (4.41)$$

e

$$h_3(\alpha, t) = H(\alpha) \int_0^t \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{2\pi}\delta(\lambda)}{\alpha^2 + \lambda^2} \exp[-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau] \lambda \operatorname{sen}(\lambda L) d\lambda d\tau, \quad (4.42)$$

com

$$H(\alpha) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right]. \quad (4.43)$$

Essas expressões são reduzidas na forma

$$h_1(\alpha, t) = h_2(\alpha, t) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right] \int_0^t \frac{\exp[-D\alpha^2]}{\alpha^2} d\tau, \quad (4.44)$$

e

$$h_3(\alpha, t) = 0, \quad (4.45)$$

levando a equação do deslocamento à

$$u_z(r, z = 0, t) = (1 + \nu) \alpha_T \int_0^\infty -\frac{2\alpha^2 [\operatorname{Cosh}(\alpha L) - 1] h_1(\alpha, t)}{\alpha L + \operatorname{Sinh}(\alpha L)} J_0(\alpha r) d\alpha. \quad (4.46)$$

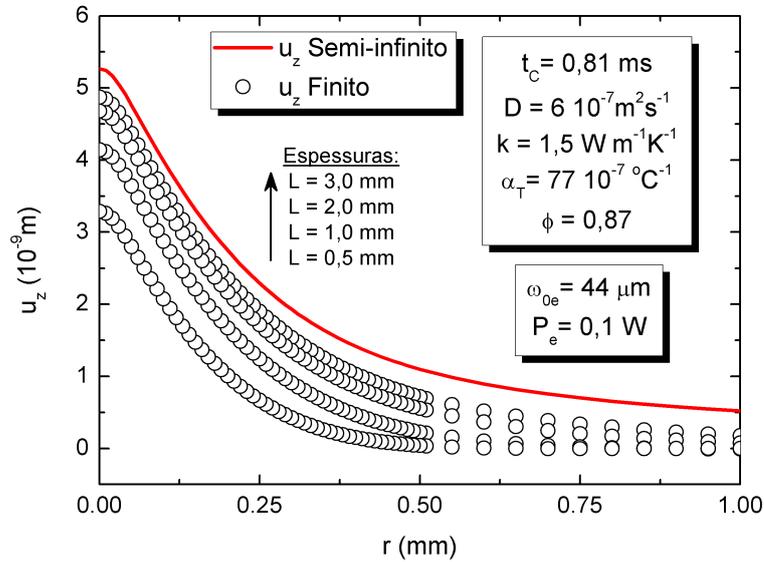
Assim, a solução para o deslocamento superficial levando em consideração a espessura de uma amostra com baixo coeficiente de absorção óptica pode ser expressa por

$$\begin{aligned} u_z(r, z = 0, t) &= -2(1 + \nu) \alpha_T Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \times \\ &\times \int_0^\infty \left( \frac{\operatorname{Cosh}(\alpha L) - 1}{L\alpha + \operatorname{Sinh}(L\alpha L)} \right) \int_0^t \exp\left[-D\alpha^2 - \frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right] d\tau J_0(\alpha r) d\alpha, \end{aligned} \quad (4.47)$$

com

$$Q_0 = \frac{2P_e A_e \phi}{\pi c \rho \omega_{0e}^2}$$

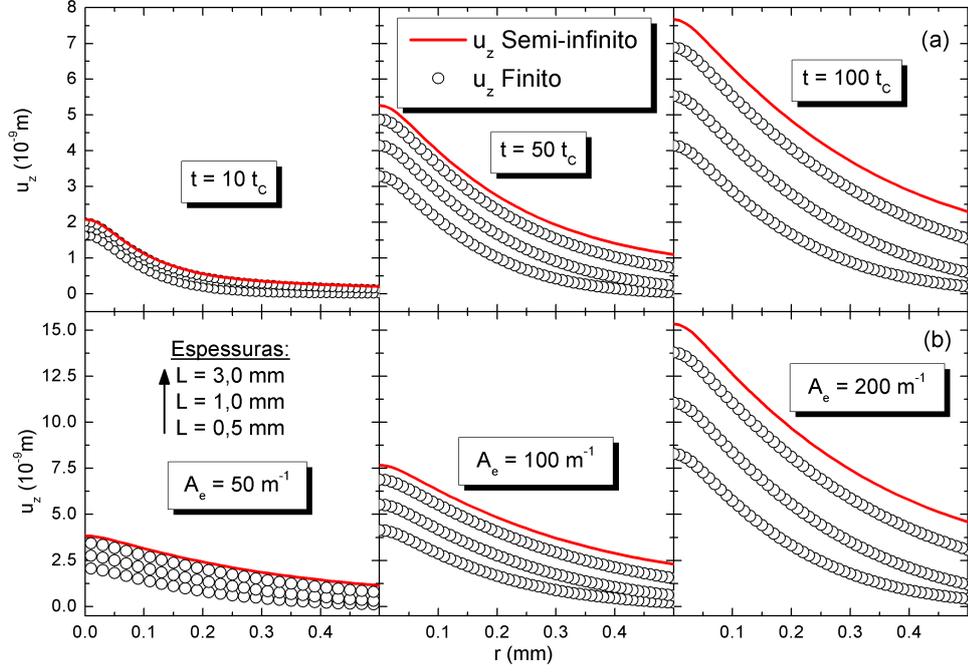
A Fig. 4.2 mostra o perfil radial do deslocamento superficial para diferentes espessuras de uma amostra vítrea (as propriedades físicas usadas nas simulações estão mostradas nas figuras) com  $A_e = 100 \text{ m}^{-1}$  em um tempo  $t = 100t_e$ .



**Figura 4.2:** Perfil de deslocamento da superfície da amostra, gerado pelo modelo finito para diferentes espessuras de amostra comparando com o modelo de amostra semi-infinita.

Para as simulações foi utilizado a solução (4.47) com diferentes espessuras. A solução finita é comparada com os resultados do modelo semi-infinito, Eq. (2.59). É possível verificar que quando a espessura aumenta, a solução finita tende à solução semi-infinita - o que é esperado. Por outro lado, os dois modelos divergem para espessuras menores.

A Fig. 4.3 (a) mostra esse mesmo comportamento em função do tempo de exposição da amostra ao feixe de excitação. A diferença entre os modelos é maior quanto maior for o tempo de excitação. Para um tempo fixo,  $t = 100t_c$ , o comportamento do deslocamento para diferentes coeficientes de absorção óptica e mostrado na Fig. 4.3 (b).



**Figura 4.3:** Deslocamento superficial para diferentes intervalos de (a) tempo de excitação e (b) coeficientes de absorção óptica, para diferentes espessuras de amostra.

## 4.2 Diferença de fase e Intensidade

O cálculo da intensidade do feixe de prova no plano detector fica descrito como na seção anterior, utilizando a Eq. 2.69,

$$I(t) = |U(z_1 + Z_2, t)|^2 ,$$

com

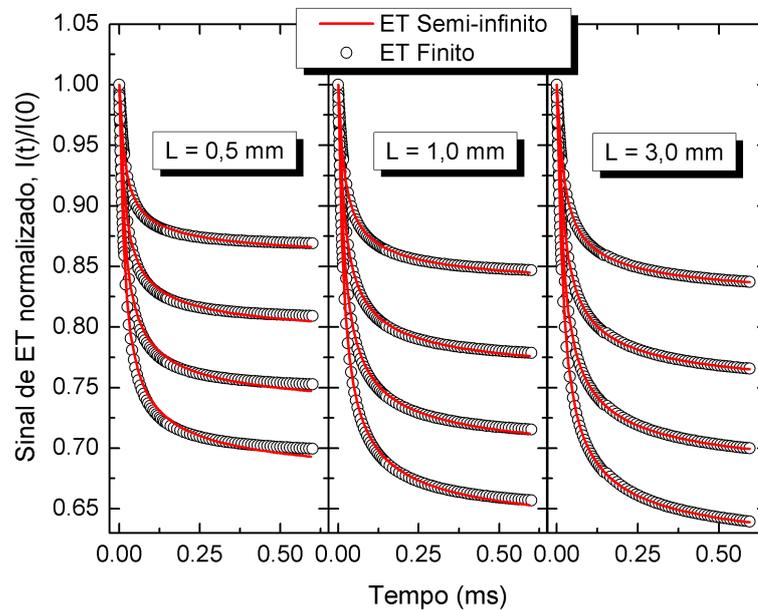
$$U(z_1 + Z_2, t) = C_1 \int_0^\infty \exp [-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg .$$

Usando a Eq. 4.2, a diferença de fase induzida no feixe de prova é

$$\begin{aligned} \Phi(g, t) = & \theta_{ET} \int_0^\infty \frac{4}{\alpha^2} \left( \frac{\text{Cosh}(\alpha L) - 1}{L\alpha + \text{Sinh}(\alpha L)} \right) \times \\ & \times \left\{ \exp \left[ -\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2 \right] - \exp \left[ -\frac{\omega_{0e}^2 \alpha^2 (2\tau + t_c)}{8t_c} \right] \right\} (J_0(\omega_{0e} \alpha \sqrt{gm}) - 1) d\alpha , \end{aligned} \quad (4.48)$$

com  $t_c = \omega_{0e}/(4D)$ ,  $m = \omega_{1P}^2/\omega_{0e}^2$ ,  $g = r^2/\omega_{1P}^2$  e  $\theta_{ET} = -\alpha(1+\nu)A_e P_e \phi/(k\lambda_P)$  definidos como anteriormente.

Na seção anterior, verificou-se que o transiente teórico calculado com o modelo semi-infinito não se ajustava aos dados experimentais. Para testar a aplicabilidade da aproximação semi-infinita, geramos curvas teóricas para a intensidade do ET com o modelo finito, para diversas espessuras, e ajustamos esses transientes com a expressão semi-infinita. Os transientes foram ajustados com o modelo semi-infinito LAM, e os resultados estão mostrados na Fig. 4.4.



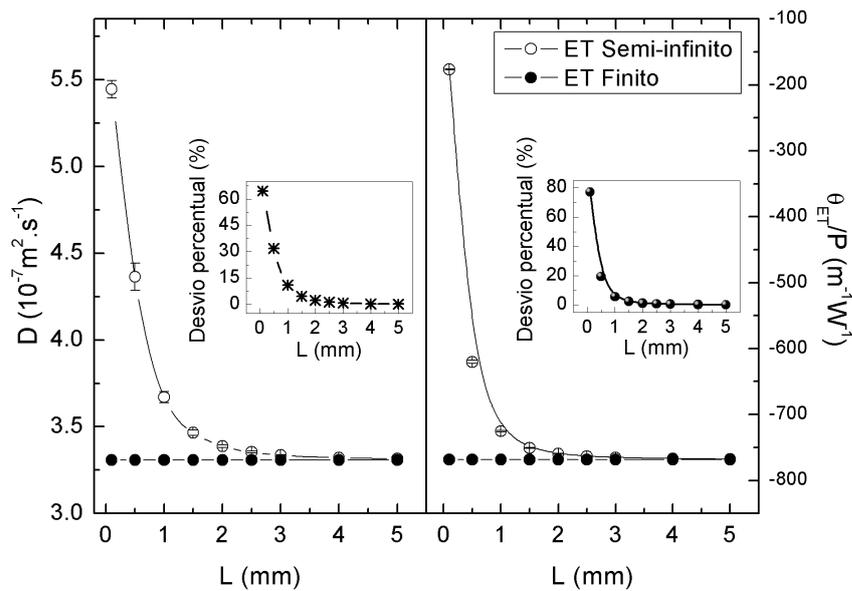
**Figura 4.4:** Transientes para amostras de diferentes espessuras simulados com o modelo finito e ajustados com o infinito.

As simulações foram realizadas considerando amostras de  $0,1 \text{ mm}$  à  $5 \text{ mm}$ , com as propriedades físicas apresentadas na tabela 4.1 com 4 potências diferentes. Verificamos que os transientes gerados usando o modelo finito e os ajustados usando o modelo semi-infinito concordam bem para as espessuras maiores. Nas amostras mais finas, os dois divergem como demonstrado pelos resultados experimentais apresentados anteriormente.

**Tabela 4.1:** Propriedades de uma amostra vítrea utilizadas para fazer simulações com o modelo finito.

$A_e$ ( $m^{-1}$ )	$\alpha_T$ ( $10^{-7} \frac{1}{K}$ )	$k$ ( $\frac{W}{mK}$ )	$c$ ( $10^3 \frac{J}{KgK}$ )	$\rho$ ( $\frac{Kg}{m^3}$ )	$\nu$	$\phi$	$\omega_{0e}$ ( $10^{-6}m$ )	$\lambda_P$ ( $nm$ )
46,4	99,0	0,82	0,8	3099	0,24	0,7	70	632,8

Fig. 4.5 (a) mostra os valores de  $D$  por meio do  $t_c$  obtido no ajuste com o modelo semi-infinito (círculos abertos), e os valores utilizados para se fazer as simulações (círculos fechados). O inset da figura mostra o desvio entre os valores simulados e ajustados em função da espessura.



**Figura 4.5:** (a)  $D$  e (b)  $\theta_{ET}/P_e$  para diferentes espessuras obtidos utilizando o modelo Semi-infinito.

Os valores ajustados e os utilizados na simulação para  $\theta_{ET}/P_e$  são mostrados na Fig. 4.5 (b), assim como os desvios entre os valores simulados e ajustados. Vemos claramente os mesmos padrões observados nos resultados experimentais apresentados na seção anterior.

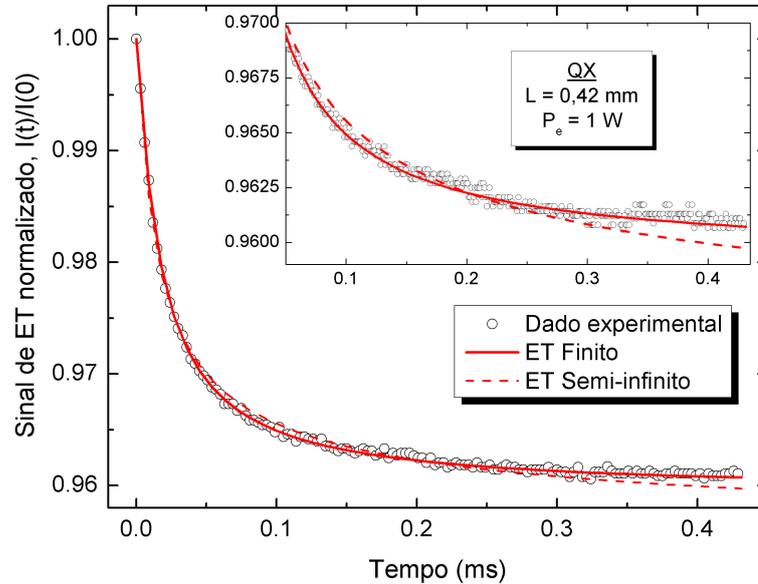
### 4.3 Análise finita dos resultados experimentais

Os dados obtidos experimentalmente foram novamente ajustados, desta vez com o modelo que leva em consideração a espessura da amostra, com a expressão de ajuste dada por

$$I(t) = I(0) \left| \int_0^\infty e^{-(1+iV)g} \exp \left( -i\theta_{ET} \int_0^\infty \frac{4}{\alpha^2} \left( \frac{\text{Cosh}(\alpha L) - 1}{\alpha L + \text{Sinh}(\alpha L)} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left\{ e^{-\left( \frac{\omega_0^2 \alpha^2}{8} \right)} - e^{-\left( \frac{\omega_0^2 \alpha^2 (2\tau + t_c)}{8t_c} \right)} \right\} [J_0(\omega_0 \alpha \sqrt{gm}) - 1] d\alpha \right) dg \right|^2 \quad (4.49)$$

$I(0)$  é a intensidade em  $t = 0$ . Todos ajustes foram realizados no *software Mathematica 7.1*, utilizando comandos padrões de ajuste não linear<sup>1</sup>. Para a integração numérica em  $\alpha$  foram utilizados os limites de integração ( $0 \leq \alpha \leq 100\,000$ ) e para  $g$  ( $0 \leq g \leq 20$ ).

A Fig. 4.6 mostra a diferença entre os ajustes dos modelos finito e semi-infinito de um transiente apresentado na Fig. 3.10 para a amostra QX com  $L = 0,42\text{ mm}$ . Do ajuste, fica evidente que a solução finita representa os dados experimentais muito mais precisamente que o modelo semi-infinito. O *inset* mostra o detalhe do ajuste.



**Figura 4.6:** Transiente de ET normalizado para amostra QX ( $0,42\text{ mm}$ ) ajustada com modelo com a aproximação semi-infinita (linha tracejada) e com o modelo finito (linha contínua).

<sup>1</sup>Os comandos e rotinas de ajuste são apresentados no Apêndice C.

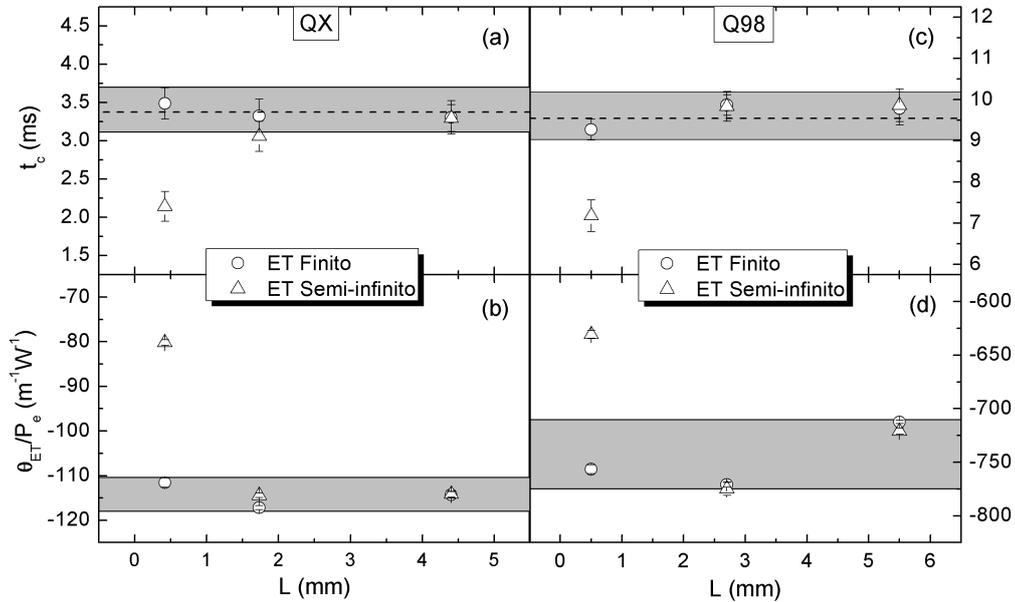
A divergência nos resultados obtidos com os dois modelos para a difusividade térmica e  $\theta_{ET}/P_e$  é mostrada na tabela 4.2 para a amostra QX. Nas Figs. 4.7(a)-(b) apresentam os resultados de  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  para as amostras QX e em (c)-(d) da amostra Q98.

**Tabela 4.2:** Difusividade térmica e  $\theta_{ET}/P_e$  de diferentes espessuras da amostra QX, obtidos pelos dois modelos.

		0,42	1,73	4,40
$D^*$	$(10^{-7}m^2s^{-1})$	$(5,7 \pm 0,2)$	$(4,0 \pm 0,2)$	$(3,7 \pm 0,2)$
$D^\dagger$	$(10^{-7}m^2s^{-1})$	$(3,51 \pm 0,09)$	$(3,69 \pm 0,09)$	$(3,7 \pm 0,2)$
Desvio		63%	8,7%	0,3%
$-\theta_{ET}/P_e^*$	$(m^{-1}W^{-1})$	$(80,2 \pm 0,6)$	$(114,4 \pm 0,5)$	$(114,2 \pm 0,7)$
$-\theta_{ET}/P_e^\dagger$	$(m^{-1}W^{-1})$	$(112 \pm 1)$	$(117,2 \pm 0,2)$	$(114,3 \pm 0,7)$
Desvio		28%	2,3%	0,1%

\* Valores obtidos pelo modelo semi-infinito.

† Valores obtidos pelo modelo finito.

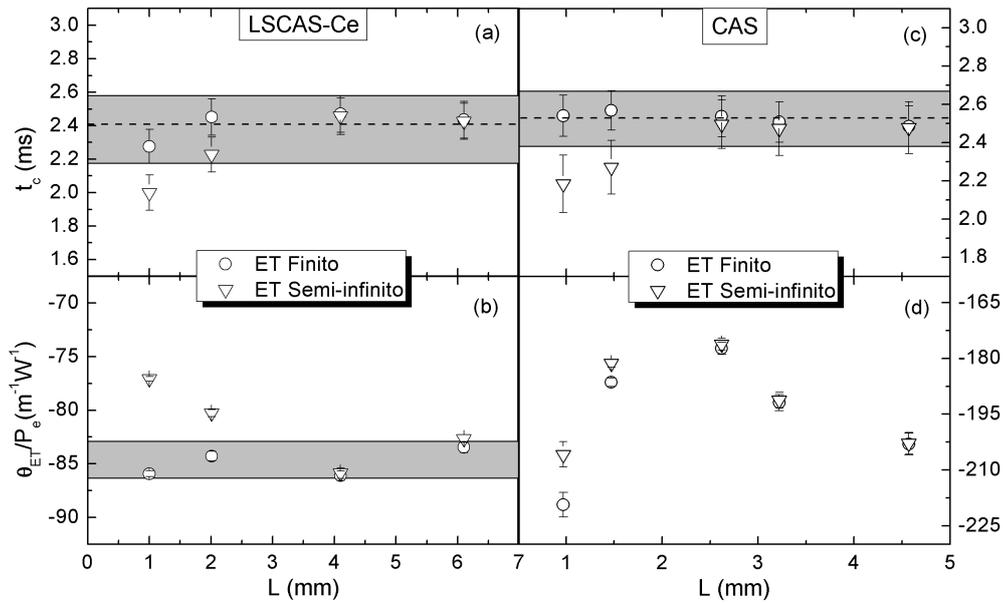


**Figura 4.7:** Valores de (a)  $t_c$  e (b)  $\theta_{ET}/P_e$  para diferentes espessuras obtidos utilizando o modelo Semi-infinito e o Finito.

Com o valor médio(linha) dos resultados encontrados com o modelo finito e

os desvios obtidos, é representado em cinza uma região de validade para os resultados, observando que os resultados do modelo semi-infinito estão fora desta região de convergência para amostras mais finas.

As correções no valores de  $t_c$  e  $\theta_{ET}/P_e$  pelo do modelo finito, para as várias espessuras das amostras LSCAS-Ce e CAS, são apresentadas na Fig. 4.8. A Fig. 4.8(d) mostra os valores de  $\theta_{ET}/P_e$  para as espessuras da amostra CAS. Os parâmetros encontrados usando os dois modelos não apresentaram uma distinção evidente como a mostrada para as outras amostras. Isso pode ser o efeito da presença de cristalites na estrutura do material, ou ainda regiões com diferentes densidades, o que levou a desvios muito maiores nos ajustes dos dados experimentais.



**Figura 4.8:** Valores de (a)  $t_c$  e (b)  $\theta_{ET}/P_e$  para diferentes espessuras obtidos utilizando o modelo Semi-infinito e o Finito.

Utilizando o modelo finito obtemos propriedades físicas mais consistentes para amostras com baixo coeficiente de absorção óptica, tanto para a difusividade térmica ( $D$ ), relacionada ao tempo característico de formação de Espelho Térmico ( $t_C$ ), quanto para o parâmetro  $\theta_{ET}/P_e$ , que utilizando a Eq (2.64) nos fornece o valor de  $\phi$ , que representa a fração da energia luminosa absorvida convertida em calor. Estas propriedades estão apresentadas na tabela 4.3, que também apresenta as propriedades obtidas para as amostras com coeficientes de absorção óptica maiores. No entanto estes valores são respectivos às espessuras maiores, pois ainda não há um modelo

teórico que leve em consideração a espessura para o caso BLM.

**Tabela 4.3:** Propriedades físicas obtidas analisando a influência da espessura.

	$t_C$ ( $ms$ )	$D$ ( $10^{-7}m^2s^{-1}$ )	$-\theta_{ET}/P_e$ ( $m^{-1}W^{-1}$ )	$\phi$
<i>QX</i>	$(3,4 \pm 0,1)$	$(3,6 \pm 0,3)$	$(114 \pm 5)$	$(0,87 \pm 0,09)$
<i>LSCAS - Ce</i>	$(2,53 \pm 0,03)$	$(5,2 \pm 0,2)$	$(84 \pm 4)$	$(0,94 \pm 0,08)$
<i>Q98</i>	$(9,5 \pm 0,1)$	$(2,8 \pm 0,2)$	$(746 \pm 43)$	$(0,54 \pm 0,06)$
Soda-lime	$(2,21 \pm 0,04)$	$(7,3 \pm 0,1)$	$(3388 \pm 65)$	$(0,90 \pm 0,07)$
<i>LSCAS - Cr</i>	$(2,25 \pm 0,05)$	$(7,1 \pm 0,1)$	$(7845 \pm 92)$	$(0,97 \pm 0,06)$

# Capítulo 5

## Conclusão

Apresentamos um novo modelo descrevendo o efeito de Espelho Térmico que leva em conta a espessura da amostra - representação finita. Foi derivada uma solução analítica para a deformação termoelástica causada por um laser com perfil de intensidade Gaussiano em amostras com baixo coeficiente de absorção óptica. Experimentos foram realizados em várias espessuras de vidros ópticos dopados com elementos terras-raras e metais de transição, e os resultados foram quantitativamente analisados com os modelos semi-infinito e finito. O modelo finito mostrou consistência em seus resultados para as diversas espessuras, enquanto que o modelo semi-infinito demonstrou séria divergência em seus resultados para as amostras mais finas, com discrepâncias da ordem de 63% entre os resultados dos dois modelos.

Este é um avanço muito importante para a técnica, pois elimina a limitação de amostras espessas, possibilitando a análise de propriedades físicas de amostras com qualquer espessura, até mesmo amostras extremamente finas, da ordem de micrômetros.

# Apêndices

# Apêndice **A**

## Solução da equação diferencial de difusão de calor

### A.1 Solução no espaço Hankel - Fourier Cosseno - Laplace

A variação local de temperatura é obtida resolvendo a equação diferencial de difusão de calor [33], Eq. (A.1), com as condições de contorno Eq. (A.2),

$$\frac{\partial}{\partial t}T(r, z, t) - D\nabla^2T(r, z, t) = Q(r, z, t), \quad (\text{A.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_s(r, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \\ T(r, z, t \leq 0) = 0 \\ T(\infty, z, t) = 0 \\ T(r, \infty, t) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.2})$$

sendo  $D$  a difusividade térmica. Com o termo de fonte expresso por  $Q(r, z, t) = Q_0 \exp(-2r^2/\omega_{0e}^2)e^{-A_e z}$  e  $Q_0 = (2P_e A_e \phi)/(\pi c \rho \omega_{0e}^2)$ .

Pelo termo de fonte ser nulo antes de incidir o feixe de excitação, na Eq. (A.1) é aplicada a transformada de Laplace, que é definida como

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt. \quad (\text{A.3})$$

Sendo

$$\mathcal{L}[1] = \frac{1}{s}, \quad (\text{A.4})$$

$$\mathcal{L}[T(t)] = T(s), \quad (\text{A.5})$$

e

$$\mathcal{L}\left[\frac{dT(t)}{dt}\right] = sT(s) - T(0). \quad (\text{A.6})$$

A Eq. (A.1) no espaço de Laplace é escrita como

$$sT(r, z, s) - \cancel{T(r, z, 0)} - D\nabla^2 T(r, z, s) = \frac{1}{s}Q_0 \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2}\right] e^{-A_e z}. \quad (\text{A.7})$$

Devido à simetria cilíndrica do termo de fonte, é apropriada a aplicação da transformada de Hankel, definida por

$$\mathcal{H}[f(r)] = F(\alpha) = \int_0^\infty f(r) J_0(\alpha r) r dr, \quad (\text{A.8})$$

com transformada inversa na forma

$$\mathcal{H}^{-1}[F(\alpha)] = f(r) = \int_0^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha. \quad (\text{A.9})$$

Aplicando Eq. (A.8) na Eq. (A.7), fornece

$$\mathcal{H}\left[\exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2}\right]\right] = \int_0^\infty \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2}\right] J_0(\alpha r) r dr = \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right], \quad (\text{A.10})$$

para o termo de fonte. Na parte radial do laplaciano fornece a propriedade

$$\mathcal{H}[\nabla_r^2 T(r)] = -\alpha^2 T(\alpha). \quad (\text{A.11})$$

A Eq. (A.7) no espaço de Laplace- $z$ -Hankel é expressa por

$$sT(\alpha, z, s) + \alpha^2 DT(\alpha, z, s) - D \frac{\partial^2 T(\alpha, z, s)}{\partial z^2} = \frac{1}{s}Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8}\omega_{0e}^2\alpha^2\right] e^{-A_e z}. \quad (\text{A.12})$$

Satisfazendo a condição de fluxo nulo, aplica-se a transformada de Fourier em cossenos,

$$\mathcal{F}[f(z)] = F(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty f(z) \cos(\lambda z) dz. \quad (\text{A.13})$$

Com

$$\mathcal{F}\left[\frac{\partial^2 T(z)}{\partial z^2}\right] = -\lambda^2 T(\lambda) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\partial T(z)}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (\text{A.14})$$

temos

$$[s + D(\alpha^2 + \lambda^2)] T(\alpha, \lambda, s) = \frac{1}{s} Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2\right] Q(\lambda), \quad (\text{A.15})$$

sendo

$$Q(z) = \exp[-A_e z] \longrightarrow Q(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_e}{A_e^2 + \lambda^2} \quad (\text{BLM}) \quad (\text{A.16})$$

para o BLM, e

$$Q(z) = 1 \longrightarrow Q(\lambda) = \sqrt{2\pi} \delta(\lambda) \quad (\text{LAM}) \quad (\text{A.17})$$

para o LAM.

## A.2 Solução no espaço $r$ - $z$ - $t$

A Eq. (A.15) pode ser reescrita como

$$T(\alpha, \lambda, s) = Q_0 \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp\left[-\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2\right] Q(\lambda) \frac{1}{s[s + D(\alpha^2 + \lambda^2)]}. \quad (\text{A.18})$$

Ao aplicar primeiramente a transformada inversa de Laplace na Eq. (A.18), obtém-se

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{s[s + D(\alpha^2 + \lambda^2)]}\right] = \frac{1 - e^{-Dt(\alpha^2 + \lambda^2)}}{D(\alpha^2 + \lambda^2)}, \quad (\text{A.19})$$

porém com a relação

$$\frac{1 - e^{-Dt(\alpha^2 + \lambda^2)}}{D(\alpha^2 + \lambda^2)} = \int_0^t e^{-D(\alpha^2 + \lambda^2)\tau} d\tau, \quad (\text{A.20})$$

temos

$$T(\alpha, \lambda, t) = \int_0^t Q_0 Q(\lambda) \frac{\omega_{0e}^2}{4} \exp \left[ -\frac{1}{8} \omega_{0e}^2 \alpha^2 \right] \exp \left[ -D(\alpha^2 + \lambda^2) \tau \right] d\tau. \quad (\text{A.21})$$

A transformação inversa de Hankel, Eq. (A.9), na Eq. (A.21) é

$$T(r, \lambda, t) = Q_0 \int_0^t Q(\lambda) \exp \left[ -\frac{\omega_{0e}^2 \lambda^2}{8} \frac{2\tau}{t_c} \right] \frac{\exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2} \frac{1}{1 + \frac{2\tau}{t_c}} \right]}{\left( 1 + \frac{2\tau}{t_c} \right)} d\tau, \quad (\text{A.22})$$

com  $t_c = \omega_{0e}^2 / (4D)$  como o tempo térmico característico da formação do ET.

Para o caso BLM, com  $Q(\lambda) = \sqrt{2/\pi} [A_e / (A_e^2 + \lambda^2)]$ , a solução da transformada inversa de Fourier em  $\lambda$  é por meio do teorema da convolução [36]

$$\mathcal{F}^{-1} [F(k)G(k)] = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^\infty g(\varepsilon) [f(x - \varepsilon) + f(x + \varepsilon)] d\varepsilon. \quad (\text{A.23})$$

Sendo

$$F(\lambda) = \exp \left[ -\frac{\omega_{0e}^2 \lambda^2}{8} \frac{2\tau}{t_c} \right] \Rightarrow f(z) = \sqrt{\frac{2t_c}{\tau\omega_{0e}^2}} \exp \left[ -\frac{z^2 t_c}{\tau\omega_{0e}^2} \right], \quad (\text{A.24})$$

$$G(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{A_e}{A_e^2 + \lambda^2} \Rightarrow g(z) = \exp [-A_e z], \quad (\text{A.25})$$

a convolução é

$$\mathcal{F}^{-1} [F(\lambda)G(\lambda)] = \sqrt{\frac{t_c}{\pi\tau\omega_{0e}^2}} \int_0^\infty e^{-\varepsilon A_e} \left[ e^{-\frac{(z - \varepsilon)^2 t_c}{\tau\omega_{0e}^2}} + e^{-\frac{(z + \varepsilon)^2 t_c}{\tau\omega_{0e}^2}} \right] d\varepsilon. \quad (\text{A.26})$$

Ao integrar a Eq. (A.26) e substituir na Eq. (A.22), é obtido a solução do perfil

de temperatura para BLM, expressa por,

$$T(r, z, t) = \frac{1}{2}Q_0 \int_0^t \frac{\exp \left[ -A_e z + \frac{A_e^2 \omega_{0e}^2 \tau}{4t_c} \right]}{\left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \right] \times \left\{ \operatorname{Erfc} \left( \frac{A_e \omega_{0e}^2 \tau - 2zt_c}{2\omega_{0e} \sqrt{t_c \tau}} \right) + \exp [2zA_e] \operatorname{Erfc} \left( \frac{A_e \omega_{0e}^2 \tau + 2zt_c}{2\omega_{0e} \sqrt{t_c \tau}} \right) \right\} d\tau. \quad (\text{A.27})$$

Para o caso LAM, com  $Q(\lambda) = \sqrt{2\pi}\delta(\lambda)$ , utiliza-se a propriedade da função  $\delta(\lambda)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a). \quad (\text{A.28})$$

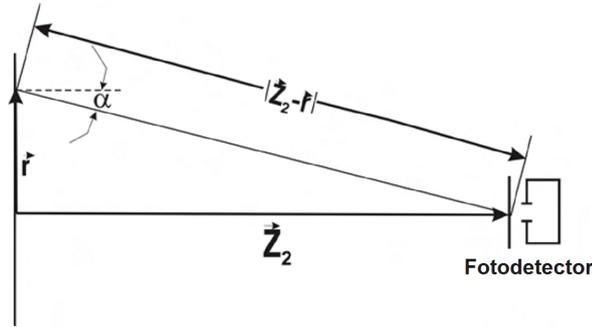
Assim, quando aplicada a transformada inversa de Fourier, a solução para a aproximação de baixos coeficientes de absorção óptica é expressa por

$$T(r, z, t) = Q_0 \int_0^t \frac{1}{\left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \exp \left[ -\frac{2r^2}{\omega_{0e}^2 \left(1 + \frac{2\tau}{t_c}\right)} \right] d\tau. \quad (\text{A.29})$$

# Apêndice B

## Propagação do feixe de prova

Segundo o princípio de Huygens [34], a amplitude de uma onda com fase complexa em um ponto do plano de saída é o resultado da superposição de ondas emanando de todos os pontos do plano de entrada. Na Fig. B.1 temos uma representação do sistema considerado, com o plano de entrada sendo o plano da superfície da amostra, e o plano de saída como o plano do fotodetector.



**Figura B.1:** Representação da propagação do feixe de prova após refletir na amostra.

A amplitude da onda no centro do plano de saída é expresso por [40]

$$U_S(t) = \frac{i}{\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{U_E(r, t)}{|\vec{Z}_2 - \vec{r}|} \left( \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \right) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda} |\vec{Z}_2 - \vec{r}| \right] r dr d\theta \quad (\text{B.1})$$

em que  $U_E(r, t)$  é a amplitude e fase complexa das ondas no plano de entrada, sendo atenuada após viajar a distância  $|\vec{Z}_2 - \vec{r}|$ . A segunda quantidade no integrando é o fator de inclinação, e por fim a última quantidade é a fase complexa da onda.

Sendo a distância  $\vec{Z}_2$  suficientemente grande, considera-se as seguintes aproximações,  $\frac{1+\cos(2\alpha)}{2} \approx 1$ ,  $|\vec{Z}_2 - \vec{r}| \approx Z_2$  e a expansão

$$\frac{2\pi}{\lambda} |\vec{Z}_2 - \vec{r}| = \frac{2\pi}{\lambda} (Z_2^2 + r^2)^{1/2} \approx \frac{2\pi}{\lambda} \left( Z_2 + \frac{r^2}{2Z_2} \right), \quad (\text{B.2})$$

podendo escrever Eq. (B.1) como

$$U_S(t) = \frac{i}{\lambda Z_2} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda} Z_2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} U_E(r, t) \exp \left[ -i\frac{\pi}{\lambda} \frac{r^2}{Z_2} \right] r dr d\theta. \quad (\text{B.3})$$

A expressão para a amplitude da onda antes da amostra é [41]

$$U_P(r, t) = \sqrt{\frac{2P_P}{\pi}} \frac{1}{\omega_{1P}} \left( e^{-\frac{r^2}{\omega_{1P}^2}} \right) e^{-\frac{i}{\lambda_P} \left( 2z_1 + \frac{r^2}{R_{1P}} \right)}, \quad (\text{B.4})$$

em que  $P_P$  é a potência incidente e  $R_{1P}$  é o raio de curvatura em  $z_1$ . Ao atingir a amostra essa amplitude adquire uma diferença de fase, introduzida na Eq. (B.4)

$$U_P(r, t) = \sqrt{\frac{2P_P}{\pi}} \frac{1}{\omega_{1P}} \left( e^{-\frac{r^2}{\omega_{1P}^2}} \right) e^{-i\frac{i}{\lambda_P} \left( 2z_1 + \frac{r^2}{R_{1P}} + \Phi(r, t) \right)}. \quad (\text{B.5})$$

Introduzindo as definições

$$g = \left( \frac{r}{\omega_{1P}} \right)^2, \quad (\text{B.6})$$

e

$$C_1 = \frac{i\omega_{1P}}{\lambda_P Z_2} \sqrt{2\pi P_P} \exp \left[ -\frac{2\pi}{\lambda_P} (z_1 + Z_2) \right], \quad (\text{B.7})$$

e integrando a Eq. (B.1) em  $d\theta$  com a Eq. (B.5), temos

$$U_P(z_1 + Z_2, t) = C_1 \int_0^\infty \exp \left[ -g - i\frac{\pi}{\lambda_P} \left( \frac{\omega_{1P}^2}{R_{1P}} + \frac{\omega_{1P}^2}{Z_2} \right) g - i\Phi(g, t) \right] dg, \quad (\text{B.8})$$

que é a amplitude do feixe de prova na posição do fotodetector. Como o feixe de prova é Gaussiano, são validas as relações

$$\omega_{1P}^2 = \omega_{0P}^2 \left[ 1 + \left( \frac{z_1}{z_{cP}} \right)^2 \right], \quad (\text{B.9})$$

$$R_{1P} = \frac{z_1^2 + z_{cP}^2}{z_1}, \quad (\text{B.10})$$

e

$$z_{cP} = \frac{\pi\omega_{0P}^2}{\lambda_P}, \quad (\text{B.11})$$

sendo utilizadas para reescrever E1. (B.8),

$$U(z_1 + Z_2, t) = C_1 \int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g - i\Phi(g, t)] dg, \quad (\text{B.12})$$

em que

$$V = \frac{z_{1P}}{z_{cP}} + \frac{z_{cP}}{Z_2} \left[ \left( \frac{z_{1P}}{z_{cP}} \right)^2 + 1 \right]. \quad (\text{B.13})$$

# Apêndice C

## Comandos de ajuste

Para o ajuste de dados é utilizado o *software* Mathematica 7.1. A Fig. C.1 apresenta os comandos básicos utilizados para o ajuste não linear de dados.

```
(** Espelho Térmico - Modelo Finito **)
ΦET[θET_, m_, t_, tc_, ω0e_, L_] :=
  θET NIntegrate[ ( (Cosh[L α] - 1) / (L α + Sinh[L α]) ) ( (4 / α^2) ( e^(-1/8 α^2 ω0e^2) - e^(-α^2 ω0e^2 (2 t + tc) / 8 tc) ) )
    (BesselJ[0, Sqrt[g m ω0e α] - 1], {α, 0, 100000}, AccuracyGoal -> 9]

U[θET_, m_, t_, tc_, V_, ω0e_, L_] :=
  NIntegrate[ Exp[-(1 + i V) g - i * ΦET[θET, m, t, tc, ω0e, L]] ,
    {g, 0, 20}, AccuracyGoal -> 7]

Int[θET_, m_, V_, t_, tc_, ω0e_, L_] := Abs[U[θET, m, t, tc, V, ω0e, L]]^2

AjusteET[dados_, m_, V_, θ0_, tc0_, ω0e_, L_] :=
  NonlinearModelFit[dados, Int[θET, m, V, t, tc, ω0e, L],
    {{θET, θ0}, {tc, tc0}}, t, AccuracyGoal -> 6] ["BestFitParameters"]
```

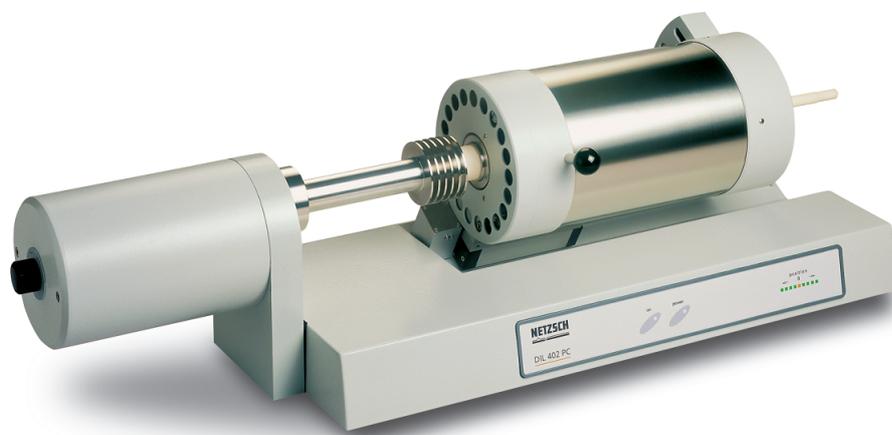
ΦET - Diferença de fase gerada na frente de onda, Eq. (4.48);  
 θET - Correlação entre as propriedades térmicas, ópticas e mecânicas, Eq. (2.64);  
 m - Parâmetro geométrico do arranjo experimental  $[m = (\frac{\omega_{1p}}{\omega_{0e}})^2]$ ;  
 ω1p - Raio do feixe de prova na amostra;  
 ω0e - Raio do feixe de excitação na amostra;  
 tc - Tempo térmico característico de formação do ET;  
 L - Espessura da amostra;  
 U - Amplitude complexa do campo elétrico do feixe de prova incidente no fotodetector, Eq. (2.66);  
 V - Parâmetro geométrico do arranjo experimental, Eq. (2.68);  
 Int - Intensidade do centro do feixe monitorada, Eq. (2.69);  
 AjusteET - Comandos de entrada para o ajuste não linear dos dados, fornecendo θET e tc;

Figura C.1: Comandos comuns do Mathematica 7.1 para ajuste de dados.

## Medidas complementares

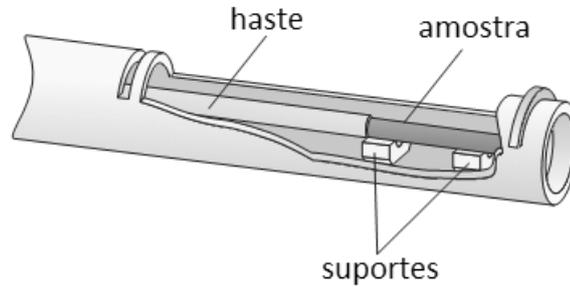
### D.1 Dilatometria

O coeficiente de expansão térmica linear foi obtido utilizando um dilatômetro comercial (NETZSCH DIL 402 PC - Horizontal pushrod dilatometer) apresentado na Fig. D.1.



**Figura D.1:** Dilatômetro NETZSCH DIL 402 PC [42].

O equipamento consiste de um transdutor acoplado à uma haste de alumina, esta pressionando a amostra em sua outra extremidade contra uma barreira rígida, como ilustrado na Fig. D.2. A amostra localiza-se no centro de um forno que aquece o sistema.



**Figura D.2:** Detalhe do contato entre a haste e a amostra.

O intuito do experimento é medir a mudança nas dimensões da amostra em função da temperatura. Ao aquecer a amostra, causando sua dilatação, ela empurra a haste e essa variação do comprimento é detectada pelo transdutor, convertendo em sinal elétrico. Para se determinar a relação entre o sinal elétrico e o deslocamento em função da temperatura, é realizada uma medida de calibração (linha de base) utilizando uma amostra de sílica vítrea. Esta calibração já supre as expansões do sistema como um todo.

Com a variação do comprimento pela temperatura, é possível se obter o coeficiente de expansão térmica por meio da relação

$$\alpha_T = \left[ \frac{(\Delta L/L_0)}{\Delta T} \right] \quad (\text{D.1})$$

sendo  $\Delta L$  a variação do comprimento no intervalo de temperatura  $\Delta T$ , e  $L_0$  o comprimento à temperatura inicial.

## D.2 Densidade de massa volumétrica

Os valores de densidade das amostras foram obtidos pelo método baseado no princípio de Arquimedes [43], que consiste em medir a massa da amostra em ar ( $m_{ar}$ ), e então medir a massa aparente da amostra ( $m_{sub}$ ) imersa em algum líquido de densidade conhecida ( $\rho_{fluido}$ ), relacionadas pela expressão

$$\rho_{amostra} = \frac{m_{ar}}{m_{ar} - m_{sub}} \times \rho_{fluido}. \quad (\text{D.2})$$

Para realizar as medidas foi utilizada balança de alta precisão (SHIMADZU, Modelo AUW220D) com o acessório para medição de densidade (SHIMADZU, Mo-

delo SMK-401), mostrada na Fig D.3. E como fluido foi utilizado água destilada à  $19^{\circ}\text{C}$  cuja densidade é  $(\rho_{\text{fluido}}) = 0.9984 \text{ g cm}^{-3}$ .



**Figura D.3:** Balança analítica com acessório para medição de densidade [44].

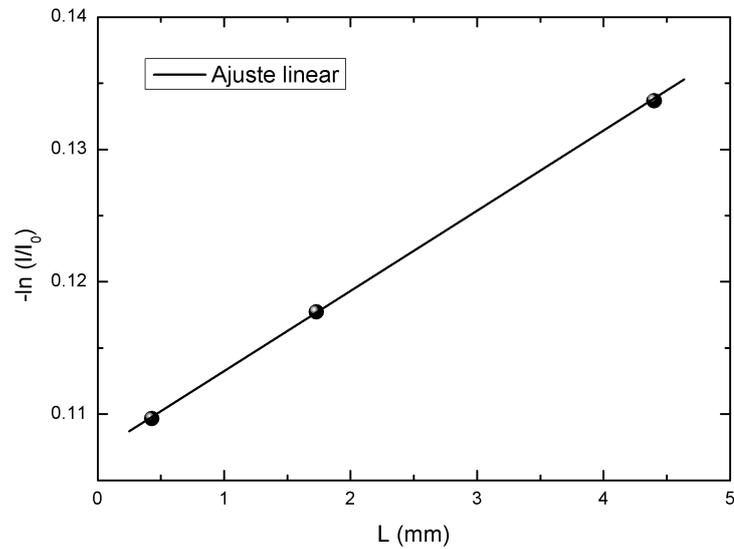
### D.3 Coeficiente de absorção óptica

Para as medidas do coeficiente de absorção óptica ( $A_e$ ), foi utilizado um laser de  $\text{Ar}^+$ , com emissão no comprimento de onda utilizado como excitação nas medidas de ET ( $\lambda_e = 514,5 \text{ nm}$ ). E um medidor de potência (ThorLabs, Modelo PM100D) com um fotodiodo (ThorLabs, Modelo S121C).

O método consiste de analisar a razão de intensidade transmitida pela amostra em função da espessura. Posiciona-se a amostra na posição da cintura do feixe, e mede-se a intensidade do feixe antes da amostra ( $I_0$ ) e a intensidade logo após a amostra ( $I$ ), para as diferentes espessuras. Conforme a Eq. D.3

$$-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = A_e L, \quad (\text{D.3})$$

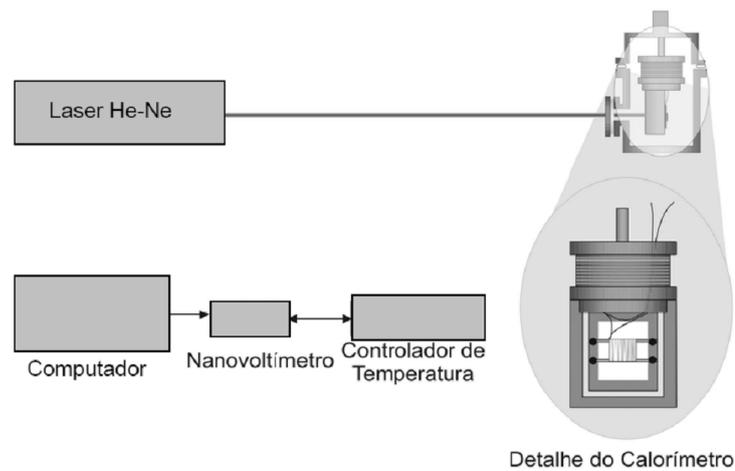
o coeficiente de absorção óptica é o coeficiente angular obtido por meio de ajuste linear de  $-\ln(I/I_0)$  versus  $L$ . Como mostra a Fig. D.4.



**Figura D.4:** Ajuste linear de  $-\ln(I/I_0)$  em função da espessura, para se obter o coeficiente angular ( $A_e$ ).

## D.4 Calorimetria de relaxação térmica

As medidas de calor específico foram realizadas utilizando-se um calorímetro de relaxação térmica. Esse calorímetro é de fabricação própria de nosso grupo (GEFF - Grupo de Estudos de Fenômenos Fototérmicos), assim como o programa utilizado para a aquisição de dados. Um desenho esquemático da montagem experimental é apresentado na Fig. D.5.



**Figura D.5:** Arranjo experimental para medidas de calor específico, com o substrato em detalhe.

Como fonte de calor para o sistema, utilizamos um laser de diodo (Coherent, 31-1050) com potência variável até 10 *mW*. O funcionamento do experimento é como segue: um feixe de luz laser incide no substrato que absorve parte de sua energia e transfere para a amostra gerando uma diferença de temperatura  $\Delta T$  entre o sistema amostra-substrato e o reservatório. Essa diferença de temperatura é medida em configuração diferencial entre o reservatório térmico e o substrato por um termopar que está conectado a um nanovoltímetro (Keithley, 2182). Todo o processo é controlado pelo computador.

Como podemos observar na Fig. D.5 o feixe de laser passa por uma janela óptica e atinge o substrato, provocando um aquecimento do mesmo. Neste processo há uma perda considerável ( $\sim 20\%$ ) de intensidade da luz devido às reflexões que ocorrem tanto na janela de quartzo, quanto no substrato. Para corrigir essa perda, uma medida de calibração é realizada com uma amostra padrão, determinando-se assim a potência real incidente na amostra.

Essencialmente, o método consiste na análise da variação da temperatura da amostra em função do tempo, após um pulso de calor ser aplicado ao substrato, onde está fixada a amostra, o qual está sustentado pôr fios presos ao reservatório térmico.

Primeiro, consideremos o sistema, reservatório térmico + substrato, a uma temperatura  $T_0$ . Fornecendo potência com o laser, parte da energia será absorvida pelo substrato aquecendo-o, ocasionando uma diferença de temperatura entre o sistema. Parte dessa energia será transferida para o reservatório por meio dos fios que sustenta o substrato, do ar que envolve o mesmo e ainda através da radiação térmica. Assim teremos

$$P = C \frac{d\Delta T}{dt} + K_e \Delta T. \quad (\text{D.4})$$

$P$  é a potência total absorvida,  $C$  é a capacidade térmica do sistema,  $K_e$  é a condutância efetiva total do sistema.

Com a absorção de energia pelo substrato, há também um aumento de  $\Delta T$  e, conseqüentemente, um aumento da quantidade de energia térmica transferida para o reservatório térmico. Após um tempo longo, o sistema entra em um regime estacionário, no qual a energia fornecida ao substrato é transferida ao reservatório e a partir deste instante a diferença de temperatura ficará estável, de forma que

$$P = K_e \Delta T_{\text{máx}}. \quad (\text{D.5})$$

Se nesse instante a incidência de luz (potência) for interrompida, os fios con-

duzirão apenas a energia que ficou acumulada ( $C\Delta T$ ) no substrato. Considerando  $P = 0$  na Eq. (D.4) temos:

$$C \frac{d\Delta T}{dt} + K_e \Delta T = 0. \quad (\text{D.6})$$

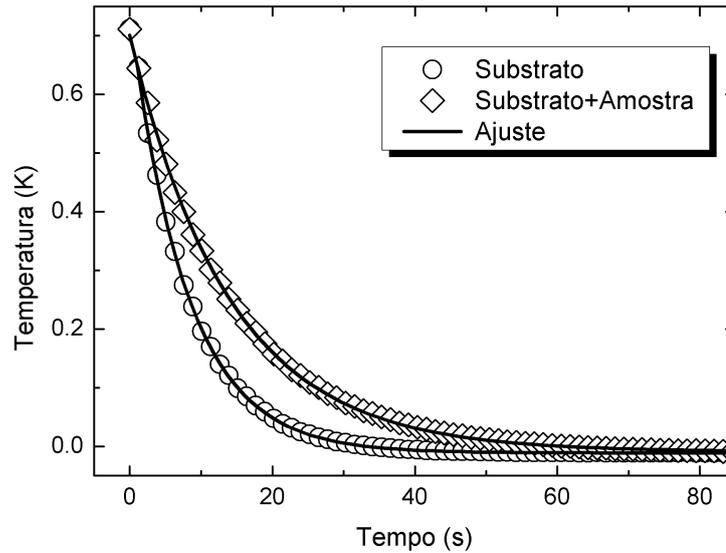
Conforme os fios conduzem calor, a diferença de temperatura entre o substrato e o reservatório diminui gradativamente, até chegar  $T(t) = T_0$  seguindo a equação:

$$\Delta T = \Delta T_{\text{máx}} e^{-t/\tau}. \quad (\text{D.7})$$

Definindo o tempo de relaxação como  $\tau = C/K$ . Assim, conhecendo a potência absorvida pelo substrato e medindo  $\Delta T_{\text{máx}}$ , obtemos a condutância térmica efetiva ( $K_e$ ) usando a Eq. (D.5). Pelo ajuste da curva de decaimento  $\Delta T(t) \times t$  podemos determinar o valor do tempo  $\tau$ . Usando a Eq. (D.5) e o tempo de relaxação podemos determinar a capacidade térmica ( $C$ ) do substrato, dada pôr:

$$C = \tau K_e = \frac{\tau P}{\Delta T_{\text{máx}}}. \quad (\text{D.8})$$

Fixando a amostra no substrato (com pasta térmica), a capacidade térmica do sistema e conseqüentemente o tempo de relaxação aumentarão. Curvas características de decaimento térmico do substrato e da amostra mais substrato são mostradas na Fig. D.6



**Figura D.6:** Curvas características do decaimento térmico ajustadas com a Eq. D.7. Nesse caso foi utilizado alumínio para calibração.

Com a curva de decaimento da temperatura do sistema (amostra + substrato) calculamos os parâmetros  $\Delta T_{sistema}$  e  $\tau_{sistema}$ . Com esses parâmetros e conhecendo a capacidade térmica do substrato determinamos o calor específico da amostra usando a equação

$$c_{p-amostra} = \frac{C_{sistema} - C_{substrato}}{m_{amostra}} = \frac{\frac{P \tau_{sistema}}{\Delta T_{sistema}} - \frac{P \tau_{substrato}}{\Delta T_{substrato}}}{m_{amostra}}. \quad (D.9)$$

Para obtermos a potência absorvida realizamos uma medida com uma amostra padrão de alumínio, usando a Eq. (D.8) obtemos:

$$P = C_{padro} \left/ \left( \frac{\tau_{total}}{\Delta T_{total}} - \frac{\tau_{substrato}}{\Delta T_{substrato}} \right) \right. . \quad (D.10)$$

Conhecendo a potência absorvida pelo substrato, de posse das curvas de decaimento e da massa da amostra, por meio da Eq. (D.9) determinamos o calor específico para a amostra.

## Finite-size effect on the surface deformation thermal mirror method

N. G. C. Astrath,<sup>1,\*</sup> L. C. Malacarne,<sup>1,3</sup> V. S. Zanuto,<sup>1</sup> M. P. Belancon,<sup>1</sup> R. S. Mendes,<sup>1</sup> M. L. Baesso,<sup>1</sup> and C. Jacinto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Estudo dos Fenômenos Fototérmicos, Departamento de Física, Universidade Estadual de Maringá, Maringá—PR, 87020-900, Brasil

<sup>2</sup>Grupo de Fôtonica e Fluidos Complexos, Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, Maceió—AL, 57072-970, Brazil

<sup>3</sup>e-mail: lmalac@pq.cnpq.br  
\*Corresponding author: astrathng@pq.cnpq.br

Received May 11, 2011; accepted May 20, 2011;  
posted May 26, 2011 (Doc. ID 147435); published June 23, 2011

The finite-size effect on the thermal mirror (TM) experiments is described. The time-resolved thermoelastic deformation equation is solved and compared to the semi-infinite solution. To determine the applicability of the semi-infinite model, experiments were performed in optical glasses and the quantitative results compared to both models. The analytical results presented here were found to be in excellent agreement with the numerical finite elemental analysis model. Modeling and experiment showed that the TM transient signal is strongly affected as the sample thickness is reduced. The results of the finite-size model demonstrate that it is intrinsically more accurate to characterize physical properties of low optical absorption thin samples, which suggests that the model and the TM method could even be applied to study very thin films down to the micrometer scale. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 140.6810, 350.5340, 300.6430.

### 1. INTRODUCTION

Photothermal displacement techniques are powerful tools for material characterization [1–3]. These methods have been theoretically and experimentally developed over the past few decades and attracted great interest in many research aspects, such as nondestructive evaluation of solids, surfaces, multilayered, and thin films; semiconductors; and biological ablation under modulated [4–11] and pulsed [12–14] laser excitations. The basic principle, employed in almost all studies to date, consists of detecting the laser-induced surface deformation of a solid sample. The deformation of the sample can be detected by deflection or focusing/defocusing of the probe beam reflected from the sample surface, interferometric methods, or an attenuated total reflection scheme. The fast, non-contacting, and highly sensitive detection characteristics of these methods are very useful for studying low optical absorbing to opaque solids.

A time-resolved photothermal deformation method, namely thermal mirror (TM), has been introduced under cw Gaussian [15–17] and top-hat [18,19] laser excitations. Thermal diffusivity and thermo-optical properties were quantitatively determined for semitransparent and opaque solids. It was also concurrently used with the thermal lens method to determine physical properties of fluorescent materials [18]. The TM effect arises from a local surface deformation of the sample, created by the temperature rise produced by absorbance of a laser beam (excitation laser). Another Gaussian beam, almost collinearly arranged with the excitation beam, impinges the excited area and the center point of the spot of its reflection is probed in the far-field region.

The TM theoretical model for both the Gaussian and the top-hat excitations were developed assuming the sample as a semi-infinite medium and the thermoelastic equations were solved accordingly [17]. Under the semi-infinite approximation, the sample is treated as an infinite medium along the  $z$  axis with its surface placed at  $z = 0$ . This assumption reduces the boundary conditions over the stress components to the free surface only at  $z = 0$ . In other words, it is assumed that the thickness is large enough that the displacement vector at the surface is not affected by the induced deformation within the sample at  $z = l$ , with  $l$  being the sample thickness. However, the minimum thickness required to fulfill this approach depends on the thermo-optical and mechanical properties of the sample and cannot be determined using the semi-infinite model. Here we show that the size effect should be considered for thin samples. In this work, we present a theoretical and experimental analysis of the surface deformation in a finite-size model. We used the analytical solutions for the thermoelastic deformation under Gaussian laser excitation for low optical absorbing samples to model the TM effect and the results are compared with the numerical finite elemental analysis (FEA). The FEA modeling results are found to be in excellent agreement with the analytical solutions. Experiments are performed in optical glasses and the results are analyzed with the finite and semi-infinite models. The limits of application of both models are investigated.

### 2. THEORY

We used the TM technique in a mode-mismatched configuration. In this configuration, a sample of thickness  $l$  is excited

## Referências Bibliográficas

- [1] A. Mandelis, *Progress in Photoacoustic and Photothermal Science and Technology* (Elsevier, New York, 1991).
- [2] S. E. Bialkowski, *Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis* (Wiley, New York, 1996).
- [3] D. P. Almond and P. Patel, *Photothermal Science and Techniques* (Chapman & Hall, London, 1996).
- [4] M. Terazima, N. Hirota, S. E. Braslavsky, A. Mandelis, S. E. Bialkowski, G. J. Diebold, R. J. D. Miller, D. Fournier, R. A. Palmer and A. Tam, *Pure Applied Chemistry* **76**, 1083 (2004).
- [5] J. H. Campbell and T. I. Suratwala, *J. Non-Cryst. Solids* **318**, 263-264 (2000).
- [6] L. H. C. Andrade, S. M. Lima, A. Novatski, P. T. Udo, N. G. C. Astrath, A. N. Medina, A. C. Bento, M. L. Baesso, Y. Guyot, G. Boulon, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 027402 (2008).
- [7] I. A. A. Terra, L. J. Borrero-Gonzalez, L. A. O. Nunes, M. P. Belancon, J. H. Rohling, M. L. Baesso, and O. L. Malta, *J. Appl. Phys.* **110**, 083108 (2011).
- [8] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. More, S. P. S. Porto, J. R. Whinnery, *J. Appl. Phys.* **36**, 3 (1965).
- [9] N. G. C. Astrath, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento, M. L. Baesso, and J. Shen, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 191908 (2007).
- [10] M. A. Olmstead, N. M. Amer, and S. Kohn, *Appl. Phys. A* **32**, 141-154 (1983).

- [11] P. K. Kuo and M. Munidasa, *Appl. Opt.* **29**, 5326 (1990).
- [12] J. C. Cheng and S. Y. Zhang, *J. Appl. Phys.* **70**, 6999 (1991).
- [13] B. C. Li, *J. Appl. Phys.* **68**, 482 (1990).
- [14] B. C. Li, Z. Zhen, and S. He, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24**, 2196 (1991).
- [15] H. Saito, M. Irikura, M. Haraguchi and M. Fukuo, *Applied Optics* **31**, 2047 (1992).
- [16] D. Albagli, M. Dark, C. von Rosenberg, L. Perelman, I. Itzkan, and M. S. Feld, *Med. Phys.* **21**, 1323-1331 (1994).
- [17] J. C. Cheng, L. Wu, and S. Y. Zhang, *J. Appl. Phys.* **76**, 716-722 (1994).
- [18] G. L. Bennis, R. Vyas, R. Gupta, S. Ang, and W. D. Brown, *J. Appl. Phys.* **84**, 3602-3610 (1998).
- [19] J. W. Fang and S. Y. Zhang, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **67**, 633 (1998).
- [20] T. Elperin and G. Rudin, *Int. J. Thermophys.* **28**, 60-82 (2007).
- [21] P. S. Jeon, J. H. Kim, H. J. Kim, and J. Yoo, *Thermochim. Acta* **494**, 65-70 (2009).
- [22] L. C. Malacarne, F. Sato, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento, R. S. Mendes, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, and J. Shen, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 131903 (2008).
- [23] F. Sato, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, M. P. Belancon, R. S. Mendes, M. L. Baesso, N. G. C. Astrath, and J. Shen, *J. Appl. Phys.* **104**, 053520 (2008).
- [24] L. C. Malacarne, N. G. C. Astrath, G. V. B. Lukasiewicz, E. K. Lenzi, M. L. Baesso, and S. E. Bialkowski, *Appl. Spectrosc.* **65**, 99-104 (2011).
- [25] F. B. G. Astrath, N. G. C. Astrath, J. Shen, J. Zhou, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, and M. L. Baesso, *Opt. Exp.* **16**, 12214 (2008).
- [26] N. G. C. Astrath, F. B. G. Astrath, J. Shen, J. Zhou, C. E. Gu, L. C. Malacarne, P. R. B. Pedreira, A. C. Bento and M. L. Baesso, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **94**, 473 (2009).

- [27] F. Sato, *Desenvolvimento da técnica de espelho térmico*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [28] M. P. Belançon, *Análise das técnicas de espelho térmico e de lente térmica para o estudo de materiais semitransparentes*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [29] G. S. Bianchi, *Aplicação da técnica de Espelho Térmico na análise do aço inoxidável*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2009).
- [30] R. R. Pezarini, *Aplicação de técnicas fototérmicas para estudo da transição de fase de primeira ordem da liga NiTi*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [31] O. A. Sierra, *Caracterização termo-óptica de polímeros em função da temperatura via espectroscopia de lente térmica e espelho térmico*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [32] G. V. B. Lukasiewicz, *Modelo teórico das técnicas de lente térmica e espelho térmico com acoplamento térmico Amostra-Fluido*, (Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2011).
- [33] H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids* (Clarendon, Oxford, 1959).
- [34] B. D. Guenther, *Modern Optics* (Wiley, New York, 1990).
- [35] L. Debnath and D. Bhatta, *Integral Transforms and Their Applications* (2nd ed., Taylor & Francis Group, 2007).
- [36] E. Butkov, *Mathematical Physics* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., United States of America, 1968)
- [37] S. Timoshenko and J.N. Goodier, *Theory of Elasticity* (Mcgraw-Hill Book Company, 1951).
- [38] W. Nowacki, *Thermoelasticity* (Pergamon, Oxford, 1982).
- [39] [www.kigre.com](http://www.kigre.com), acessado na data 01/08/2012.

- [40] P. R. B. Pedreira, *Desenvolvimento de um protótipo de lente térmica resolvida no tempo para estudos de líquidos em condições transitórias em tempo real*, (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2005).
- [41] J. Shen, R. D. Lowe and R. D. Snook, *Chem. Phys.* **165** 385 (1992).
- [42] [www.netzsch-thermal-analysis.com](http://www.netzsch-thermal-analysis.com), Guia de especificações de equipamentos NETZSCH, acessado na data 29/07/2012.
- [43] A. Steimacher, *Desenvolvimento e caracterização de vidros aluminossilicato de cálcio dopados com  $Nd^{3+}$* , (Tese de Doutorado apresentada ao Departamento de Física, UEM, 2008).
- [44] [www.ssi.shimadzu.com](http://www.ssi.shimadzu.com), Catálogo Geral de Balanças, acessado na data 01/08/2012.

